Nie obcinać!

ŁÓDZKIE TOWARZYSTWO NAUKOWE
SOCIETAS SCIENTIARUM LODZIENSIS
WYDZIAŁ III SECTIO III
Nr 32

MARIAN GROTOWSKI

OPTYKA

PRACE MATEMATYCZNO-FIZYCZNE UNIWERSYTETU ŁÓDZKIEGO

ŁÓDŹ
1954

WYDAWNICTWA
ŁÓDZKIEGO TOWARZYSTWA NAUKOWEGO

Sprawozdania z czynności i posiedzeń

Bulletin de la Société des Sciences et des Lettres de Łódź

Przegląd Nauk Historycznych i Społecznych

Rozprawy Komisji Językowej

Biuletyn peryglacjalny

Odczyty

Prace Wydziału I
    Językoznawstwa, Nauki o Literaturze i Filozofii

Prace Wydziału II
    Nauk Historycznych i Społecznych

Prace Wydziału III
    Nauk Matematyczno-Przyrodniczych

Prace Wydziału IV
    Nauk Lekarskich

Prace z historii myśli społecznej

OPTYKA

ŁÓDZKIE TOWARZYSTWO NAUKOWE
SOCIETAS SCIENTIARUM LODZIENSIS
WYDZIAŁ III SECTIO III
Nr 32

MARIAN GROTOWSKI

OPTYKA

PRACE MATEMATYCZNO-FIZYCZNE
UNIWERSYTETU ŁÓDZKIEGO

ŁÓDŹ
1954

Adres Łódzkiego Towarzystwa Naukowego
ŁÓDŹ, UL. SIENKIEWICZA 29

Maszynopis przygotowała do druku oraz opracowała rysunki
Helena Hofmokl

Rysunki wykonał
Mgr inż. Władysław Komsta

ŁÓDZKIE TOWARZYSTWO NAUKOWE

Nakład 3260 egz.	*Druk zaczęto w listopadzie 1953*
Stronic druku VIII+496	*Druk ukończono w grudniu 1954*
Papier bezdrz. 70 × 100	*Zam. nr 824/53 F-5-34869*

WROCŁAWSKA DRUKARNIA NAUKOWA

Cena zł 60

SPIS RZECZY

Dzieło Profesora Mariana Grotowskiego jest obszerną monografią z dziedziny optyki klasycznej obejmującą zarówno optykę geometryczną jak i fizyczną. Autor był jednym z najwybitniejszych w kraju znawców historii fizyki i wielkim erudytą w tej dziedzinie.

Źródłowemu opracowaniu zagadnień optyki klasycznej, skrzętnym poszukiwaniom i żmudnym doświadczeniom pracy dydaktycznej poświęcił On wiele trudu w okresie swej przeszło czterdziestoletniej działalności naukowej.

Pośmiertne to dzieło stanowi, obok Jego „Wykładów Fizyki", cenny wkład do naszego piśmiennictwa, ułatwiając pracę wykładowcom i służąc pomocą studentom fizyki w uzupełnianiu materiału, który nie może być objęty ramami akademickich podręczników.

Rozdział I

ROZCHODZENIE SIĘ ŚWIATŁA

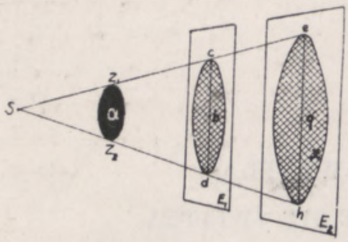
1. PROSTOLINIOWE ROZCHODZENIE SIĘ ŚWIATŁA

Za źródła wrażeń świetlnych uważamy widziane przez nas ciała. Jedne z nich działają na nasze oko nawet wtedy, gdy są całkowicie odosobnione od innych; nazywamy je ciałami świecącymi. Do nich należą między innymi: słońce, gwiazdy, ciała stałe ogrzane do bardzo wysokiej temperatury, gazy, przez które w odpowiednich warunkach przechodzi rozbrojenie elektryczne. Inne ciała widzimy tylko wtedy, gdy znajdują się w obecności ciała świecącego; po usunięciu lub zgaszeniu tego ciała przestają być widzialne; takie ciała nazywamy ciałami oświetlonymi. Przyjmujemy, że światło, wychodzące czy to bezpośrednio z ciał świecących czy też pośrednio z ciał oświetlanych, działa na nasze oko i umożliwia nam widzenie tych ciał.

Tego rodzaju ujmowanie zjawisk optycznych (gr. opsis — widzenie) nie od razu wywalczyło sobie prawo obywatelstwa w fizyce. Aż do czasów średniowiecznych przeważał pogląd, oparty na autorytecie Pitagorasa (około 550 r. przed n. e.) i jego szkoły, że światło wychodzi nie z przedmiotów widzianych, lecz z oka, obejmując jakby mackami oglądane przez nas ciała. Poglądu tego, do którego rozpowszechnienia przyczynił się Almagest Ptolemeusza (87—156 po n. e.), nie zdołała zachwiać nawet powaga Arystotelesa (384—322 przed n. e.), który uważał, że ciała świecące działają na nasze oko za pośrednictwem ,,przezroczystego'' środowiska, wypełniającego przestrzeń między danym ciałem i okiem i stanowiącego piąty żywioł — eter (gr. ajther). Jeszcze mniejszy wpływ wywarły poglądy atomistów: Demokryta (460—370 przed n. e.) i Epikura (341—270 przed n. e.), według których ciała działające na nasz zmysł wzroku, wysyłają swego rodzaju obrazy dochodzące do naszego oka. Te dwie teorie, odrzucone przez większość świata starożytnego i wczesnego średniowiecza, przekształciły się z czasem — w połowie wieku siedemnastego — arystotelesowska w teorię falową, atomistyczna — w teorię emisyjną światła.

Umieszczając między źródłem światła i ciałem oświetlonym jakieś inne nie świecące ciało, stwierdzamy, że zależnie od rodzaju użytego ciała albo gasimy całkowicie oświetlenie ciała albo też w mniejszym lub większym stopniu je osłabiamy. Gdy mamy do czynienia z pierwszym przypadkiem, ciało nazywamy nieprzezroczystym.

Umieśćmy taką nieprzezroczystą zasłonę Z_1Z_2 (rys. 1), mającą kształt koła, między arkuszem białego papieru (ekranem) i źródłem światła S o rozmiarach dostatecznie małych, abyśmy mogli je uważać za punkt świecący. Jeżeli ekran ustawimy prostopadle do linii łączącej S ze środkiem a zasłony Z_1Z_2, zauważymy na ekranie nieoświetlone koło cd, będące cieniem rzucanym przez zasłonę na ekran. Poza tym kołem ekran będzie oświetlony, jednak nierównomiernie — oświetlenie będzie się stopniowo zmniejszało w miarę wzrastania odległości miejsca oświetlonego od źródła. Umieszczając ekran w różnych odległościach od zasłony (np. w E_1 lub E_2), z pomiaru promienia zasłony aZ_1 i promieni cieni bc, ge itd.

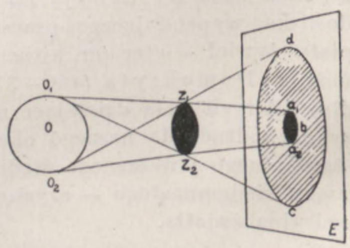


Rys. 1

znajdziemy, że są one w stosunku takim, jak odpowiednie odległości ekranu od źródła, tak że mamy

$$aZ_1 : bc : ge : \ldots = Sa : Sb : Sg \ldots,$$

skąd wynika, że punkty $S, Z_1\, c, e \ldots$ leżą na jednej prostej. Punkty ekranu, leżące na prostych takich, jak Sx, przecinających zasłonę Z_1Z_2, nie są oświetlone. Dany element ekranu jest tylko wtedy oświetlony, gdy prosta łącząca go z punktem świecącym nie przecina zasłony. Zjawisko przeto zachodzi w ten sposób, jak gdyby światło rozchodziło się z punktu świecącego wzdłuż linij prostych — promieni świetlnych. Zasłona nie dopuszcza do ekranu wiązki promieni, zawartej w kącie bryłowym Z_2SZ_1, i tym samym powoduje powstanie cienia odpowiednich rozmiarów na ekranie. Wniosek ten słuszny jest jednak tylko wtedy, gdy wiązka promieni jest dostatecznie szeroka; jeżeli zachowując wszystkie inne pozostałe warunki, zmniejszymy znacznie przekrój wiązki, nie otrzymamy wyraźnego cienia: na brzegach jego pojawią się kolejne wzmocnienia i osłabienia oświetlenia, co będzie w oczywistej sprzeczności z założeniem prostoliniowego rozchodzenia się światła. Musimy zatem uznać, że założenie to czyni zadość warunkom doświadczenia jedynie w przypadku dostatecznie szerokich wiązek promieni.

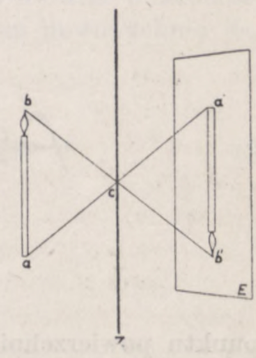


Rys. 2

Nieco bardziej złożone zjawisko otrzymamy biorąc źródło światła o rozmiarach znacznych. Niech źródłem tym będzie np. kula świecąca O_1OO_2, o średnicy większej od średnicy zasłony Z_1Z_2 (rys. 2). Na ekranie E otrzymamy wtedy ciemną plamę kołową a_1a_2 o promieniu ba_1 poza nią zaś koło,

o coraz bardziej wzrastającym w miarę oddalania się od środka b oświetleniu, stanowiące tzw. półcień, ograniczony (w płaszczyźnie rysunku) przez O_1Z_2c i O_2Z_1d. Stosując założenia prostoliniowego rozchodzenia się światła, stwierdzamy, że do stożka cienia Z_2Z_1 nie dochodzi światło z żadnego punktu świecącej się kuli; do elementów powierzchni ekranu, leżących w granicach półcienia, dochodzi światło tylko części kuli, tym większej, im dalej od środka cienia znajduje się dany element, i że wreszcie do elementów, leżących poza półcieniem, dochodzi światło ze wszystkich punktów zwróconej ku zasłonie połowy kuli. Stąd wynika, że każdy z tych punktów (lub ściślej mówiąc elementów powierzchni) należy uważać za samodzielne źródło światła, łączne zaś ich działanie za sumę arytmetyczną działań, wywieranych przez każdy z nich.

Ten ostatni wniosek znajduje swe potwierdzenie w doświadczeniu następującym. Zróbmy w zasłonie Z, umieszczonej między źródłem światła (np. palącą się świecą) i ekranem E, niewielki otwór c (rys. 3), na ekranie otrzymamy wtedy (niezależnie od kształtu otworu) odwrócony obraz świecy. Powstanie tego obrazu możemy na podstawie przyjętych przez nas założeń objaśnić w sposób następujący. Każdy z punktów świecy (np. b lub a) wysyła wiązkę promieni, wypełniającą otwór c; wiązka ta na ekranie daje jasny obraz otworu; obrazy te, układając się na ekranie symetrycznie do odpowiednich punktów świecących, tworzą odwrócony obraz (a_1b_1) źródła wysyłającego, ułożony, jak mozaika, z obrazów otworu c. Obraz ten jest wszakże tylko wtedy wyraźny, gdy otwór jest dostatecznie mały, w przeciwnym bowiem razie poszczególne obrazy nakładają się jeden na drugi i albo zacierają kontur obrazu przedmiotu wysyłającego światło albo nawet całkowicie go zamazują (jak np. w przypadku, gdy światło wchodzi do pokoju przez okno), tak że ostatecznie otrzymujemy obraz otworu, nie zaś przedmiotu, wysyłającego światło. Nie znaczy to jednak, że bardzo małe otwory dają lepsze obrazy; przy bardzo bowiem małych otworach wiązki je wypełniające stają się zbyt cienkie, aby, jak o tym dopiero co była mowa, można było do nich stosować założenie prostoliniowego rozchodzenia się światła; powstają wtedy zjawiska bardziej złożone, o których będziemy mówili na innym miejscu (p. rozdz. VIII). Istnieje zatem pewne optimum wymiarów otworu, którego nie można przekroczyć.



Rys. 3

Obraz na ekranie jest, rzecz prosta, wyraźniejszy, gdy zabezpieczymy ekran od oświetlenia przez inne źródła światła, gdy więc ekranem będzie np. tylna ściana pudła zamkniętego, posiadającego tak, jak na

rys. 3, jeden tylko otwór na ścianie przeciwległej do ekranu. Otrzymamy wtedy tzw. **ciemnię optyczną** (camera obscura), w której ekranem jest zazwyczaj płytka matowego szkła. Obraz obserwujemy z drugiej strony nakrywając głowę czarnym suknem.

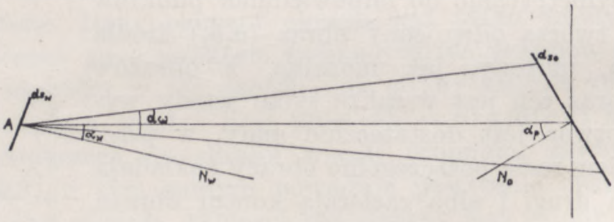
W ten sposób możemy stwierdzić, że przebieg zjawiska nie ulega zmianie, gdy ciało świecące zastąpimy przez ciało oświetlone.

Z odkryciem zjawiska powstawania tego rodzaju obrazów w ciemnym pokoju, do którego światło wchodziło przez mały otwór w okiennicy, wiąże się zazwyczaj nazwisko włoskiego uczonego della Porta (1558 r.). Samo zjawisko znane było wszakże o wiele wcześniej: opisał je dokładnie Roger Bacon (1214—1294) r.. Są również pewne dane do przypuszczenia, że znał je już Leonardo da Vinci w 1519 r.

Według Macha (1913 r.) doświadczenie Porty stanowiło pierwszy bezsporny dowód, że ciała oświetlane również wysyłają światło.

2. PORÓWNYWANIE ŹRÓDEŁ ŚWIATŁA

Objaśniając opisane wyżej doświadczenie, zakładamy, że każdy element powierzchni ciała świecącego stanowi samodzielne źródło światła i że oświetlenie ekranu jest sumą oświetleń wytwarzanych przez każdy z tych elementów oddzielnie. Niech ds_0 (rys. 4) będzie elementem powierzchni ciała oświetlonego (ekranu). Promienie, wychodzące z jednego



Rys. 4

punktu powierzchni ciała świecącego i oświetlające element ds_0, tworzą, zgodnie z założeniem prostoliniowego rozchodzenia się światła, stożek o wierzchołku w danym punkcie A, i o podstawie ds_0. Ilość światła, wysyłanego w jednostkę czasu przez A i padającego na element ds_0, jest proporcjonalna do wartości tego kąta $d\omega$. Oznaczając przez α_p kąt, jaki oś stożka tworzy z normalną N_0 do elementu ds_0, możemy napisać

$$d\omega = \frac{ds_0 \cos \alpha_p}{r^2}. \tag{a}$$

Z drugiej jednak strony strumień światła jest również proporcjonalny do wielkości powierzchni wysyłającej światło, a więc do ds_w. Oznaczając przez α_w kąt, jaki prosta, łącząca środek elementu powierzchni oświe-

tlanej ze środkiem elementu powierzchni oświetlającej, tworzy z normalną do powierzchni oświetlającej, możemy napisać, że ilość światła wysyłana w przeciągu 1 sek jest proporcjonalna również do $ds_w \cos\alpha_w$. Uwzględniając wreszcie, że ilość światła wysyłanego zależy od rodzaju światła użytego, możemy ostatecznie napisać

$$d^4 \Phi = e \frac{ds_w \cdot \cos\alpha_w \cdot ds_0 \cdot \cos\alpha_p}{r^2}, \tag{1}$$

gdzie wielkość Φ nazywamy strumieniem światła; jest ona miarą ilości światła wysyłanego w ciągu 1 sek przez element ds_w i padającego na element ds_0. Współczynnik e charakteryzujący dane źródło światła, nazywamy jego blaskiem.

Witkowski (Zasady fizyki, tom II, wyd. drugie, 1908 r. str. 375) wielkość e nazywa emisją, rozumiejąc jednak przez nią wielkość, wyznaczającą ilość wypromieniowywanej energii. W danym przypadku chodzi o ilość wypromieniowywanego światła, proporcjonalną w granicach widma widzialnego do energii (patrz rozdz. V, ust. 4). Termin blask odpowiada używanemu przez fizyków anglosaskich i francuskich terminowi *brilliance*.

Gdy mamy do czynienia z powierzchnią źródła światła o skończonych rozmiarach, na strumień światła, padający na powierzchnię ds_0, otrzymamy wzór

$$d^2\Phi = \frac{ds_0 \cos\alpha_p}{r^2} \int\int e \cdot ds_w \cdot \cos\alpha_w . \tag{2}$$

Napiszmy, że

$$\int\int e \cdot ds_w \cdot \cos\alpha_w = I,$$

będziemy mieli wtedy

$$d^2\Phi = I \frac{ds_0 \cos\alpha_p}{r^2} \tag{3}$$

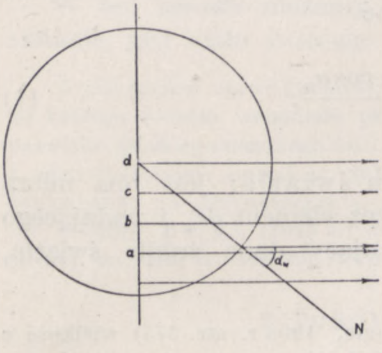
i po uwzględnieniu wzoru (a)

$$\mathrm{d}^2\Phi = I \cdot d\omega, \tag{3a}$$

gdzie I oznaczać będzie natężenie światła, wysyłanego przez źródło w tym kierunku, w którym znajduje się oświetlany element ds_0.

Założenie, że strumień wysyłanego światła jest proporcjonalny do kosinus kąta wysyłania α_w, znajduje potwierdzenie w znanym fakcie, że kula równomiernie ogrzana do temperatury świecenia (lub walec obserwowany w kierunku prostopadłym do osi) wydaje nam się jednakowo jasną. Przyjmijmy dla uproszczenia, że oko znajduje się w dostatecznie wielkiej odległości od ciała świecącego, abyśmy

mogli promienie, dochodzące do oka, uważać za równoległe. Podzielmy płaszczyznę widzianej przez nas pozornie tarczy świecącej na elementy powierzchni ds, wycinające na średnicy tarczy równe odcinki ab, cd... (rys. 5). Tarcza wydaje się nam, jak to zaznaczyliśmy, jednakowo jasną. Strumienie więc wysyłane przez elementy, odpowiadające odcinkom ab, cd... są wzajemnie równe. W rzeczywistości jednak elementami wysyłającymi światło, są nie elementy płaszczyzny, prostopadłej do kierunku promieni i przechodzącej przez środek kuli, lecz elementy powierzchni kuli, których pola są odpowiednio równe



Rys. 5

$$ds_w = \frac{ds}{\cos a_w},$$

gdzie a_w jest kątem, jaki normalna do powierzchni danego elementu tworzy z kierunkiem promieni; pola te są więc $\cos a_w$ razy mniejsze od pól elementów tarczy.

Aby więc warunek równości wysyłanych przez nie strumieni światła był spełniony, strumień światła wychodzący z jednostki powierzchni tych elementów musi być $\cos a_w$ razy większy, a więc proporcjonalny do kosinus kąta a_w, zgodnie z naszym założeniem. Na tę proporcjonalność pierwszy wskazał wyraźnie Lambert (1760), stąd też nazwa prawa Lamberta, jaką się często proporcjonalność tę oznacza. Należy jednak zaznaczyć, że sam Lambert uważał prawo to za powszechnie znane; istotnie, można je znaleźć, jakkolwiek nie w tak wyraźnym sformułowaniu, w dziele o malarstwie Leonarda da Vinci.

Prawo Lamberta obowiązuje tylko w przypadku stałych ciał świecących.

Z proporcjonalności ilości światła do pola wysyłającej światło powierzchni nie wynika bynajmniej, że w wysyłaniu uczestniczy jedynie powierzchnia ciała, w rzeczywistości światło jest wysyłane przez warstwy o skończonej grubości. W gazach rozżarzonych, gdzie pochłanianie światła jest stosunkowo niewielkie, e wzrasta z grubością warstwy świecącej. Tak np. płaski płomień kuchennej lampy naftowej ma większy blask w kierunku równoległym do płaszczyzny płomienia, niż w kierunku do tej płaszczyzny prostopadłym.

Na jednostkę powierzchni oświetlanej pada strumień światła

$$\mathcal{E} = \frac{d^2\Phi}{ds_0} = I\frac{\cos a_p}{r^2}. \tag{4}$$

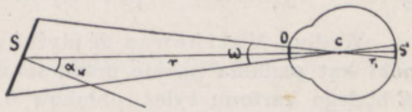
Wielkość $\mathcal{E}$ nazywamy oświetleniem danej powierzchni.

Niech powierzchnią oświetlaną będzie powierzchnia siatkówki oka (p. rozdz. V, ust. 1). Przypuśćmy dla uproszczenia, co w żadnym razie nie zmniejszy ogólności ostatecznego wniosku, że wszystkie elementy powierzchni S danego rozciągłego przedmiotu świecącego posiadają ten sam blask wewnątrz stożka promieni, mającego za wierzchołek środek optyczny oka (p. rozdz. V, ust. 2), za podstawę zaś dany przedmiot

świecący (rys. 6). Strumień światła, wchodzący przez źrenicę, której pole oznaczymy przez O, będzie, zgodnie ze wzorem (2) równy

$$\Phi = \frac{e \cdot S \cdot \cos \alpha_w}{r^2} \cdot O \tag{5}$$

kąt padania bowiem jest przy patrzeniu na powierzchnię S zawsze równy zeru. Powierzchnia przedmiotu świecącego S i powierzchnia oświetlonej części siatkówki S' są przekrojami tego samego kąta bryłowego ω. Wobec czego mamy



Rys. 6

$$\frac{S \cos \alpha_w}{r^2} = \frac{S'}{r_1{}^2},$$

gdzie r_1 oznacza stałą odległość siatkówki od środka optycznego C.

Stąd oświetlenie powierzchni siatkówki

$$\mathcal{E} = \frac{\Phi}{S'} = e \cdot O \cdot \frac{S'}{S' \cdot r_1^2} = e \cdot O \cdot \frac{1}{r_1^2} = K \cdot e \cdot O \tag{6}$$

jest wielkością niezależną od odległości przedmiotu świecącego od oka.

Wzrostowi oświetlenia siatkówki towarzyszy wrażenie wzrostu odczuwanej przez nas jasności przedmiotu świecącego. Jasność jest przeto zależna jedynie od blasku rozciągłego przedmiotu świecącego i od pola źrenicy, nie zależy zaś od odległości przedmiotu (por. rozdz. V, ust. 4).

Twierdzenie to dotyczy również ciał oświetlonych, gdy rozpraszając we wszystkie strony padające na nie światło, upodabniają się w pewnym stopniu do ciał świecących. To właśnie światło rozpraszane przez ciało czy to przy odbiciu czy też dopiero po przejściu przez nie światła (tzw. ciała przeświecające, których przykładem jest szkło mleczne) pozwala nam je widzieć. Na ogół wszystkie ciała (z wyjątkiem przypadków granicznych ciał doskonale przezroczystych lub doskonale odbijających), rozpraszają jakąś część padającego na nie światła. Stosunek strumienia światła rozproszonego do strumienia światła padającego

$$R = \frac{\Phi_r}{\Phi_p} \tag{b}$$

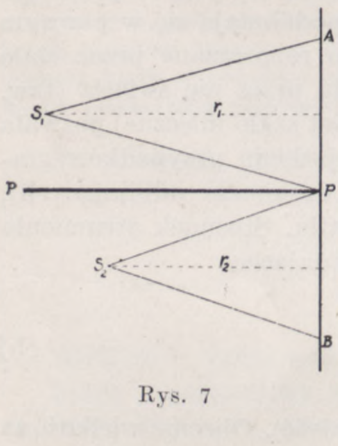
nazwał Lambert — albedo (łac. albedo — białość). Obecnie wielkość ta jest często nazywana współczynnikiem rozpraszania. Za ciało całkowicie rozpraszające uważamy ciało, w którym R nie zależy ani od kąta padania strumienia oświetlającego ani też od kąta, pod

którym wychodzi strumień światła rozproszonego. Gdy R dla wszystkich rodzajów światła równe jest jedności lub też niewiele się od niej różni, ciało całkowicie rozpraszające nazywamy białym (takim ciałem jest np. węglan magnezu, dla którego R jest przeciętnie równe 0,98 oraz tlenek magnezu o R, równym przy prostopadłym oświetleniu powierzchni 0,95); gdy R, jednakowe dla wszystkich rodzajów światła, jest znacznie mniejsze od jedności — szarym, wreszcie, gdy R ma dla różnych rodzajów światła wartości różne (rozpraszanie selekcyjne) (łac. seligere — wybierać) — barwnym.

Według Matthewsa R płytki gipsowej jest mniej więcej wielkością stałą, dopóki kąt padania α_p nie przekracza 50^0. W tych warunkach R wynosi około 0,8; R białego kartonu tyleż, obłoków 0,65, powierzchni księżyca zaledwie 0,073.

Porównując jasności powierzchni białych, oświetlonych przez badane źródła, możemy wyznaczyć stosunek natężeń światła wysyłanego przez te źródła. Ze wzorów bowiem (4) i (6) wynika, że oświetlenia tych powierzchni, a co za tym idzie, ich jasności są w tych samych pozostałych warunkach proporcjonalne do natężenia oświetlających źródeł. Oko jednak nie jest w stanie wyznaczyć stosunku jasności, może za to z dość dużą dokładnością (dochodzącą w nowszych przyrządach do 0,6% natężenia) stwierdzić ich równość. Toteż pomiary fotometryczne (gr. fos — światło) zazwyczaj w ten właśnie sposób się wykonuje.

Tak jest wszakże tylko wtedy, gdy porównywane źródła wysyłają światło jednorodne (p. rozdz. II, ust. 1) lub też światło złożone w ten sam sposób z promieni jednorodnych (por. rozdz. V, ust. 5).



Rys. 7

Niech AB (rys. 7) będzie ekranem przeświecającym, zrobionym z materiału rozpraszającego możliwie równomiernie światło padające lub przechodzące.

Temu ostatniemu warunkowi odpowiadają szybki szkła mlecznego, papier nasycony oliwą, arkusze cienkiego papieru itp.

Jedną z połów ekranu AP oświetlamy źródłem S_1, drugą PB — źródłem S_2; zasłona nieprzezroczysta PP zabezpiecza każdą z tych połów przed światłem drugiego źródła. Zmieniamy odległości r_1 i r_2 źródeł tak, aby obie połowy ekranu wydawały się jednakowo jasne. (Oko może być umieszczone albo po tej samej stronie co źródła światła, gdy ekran rozprasza odbite promienie, lub po przeciwnej, gdy ekran jest przeświecający). Ze wzoru (4), w którym α_p ma dla obu połów

ekranu tę samą wartość, otrzymujemy przyrównując oświetlenie obu połów

$$\mathcal{E}_1 = I_1 \frac{\cos a_p}{r_1^2} = \mathcal{E}_2 = I_2 \frac{\cos a_p}{r_2^2},$$

skąd

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \tag{7}$$

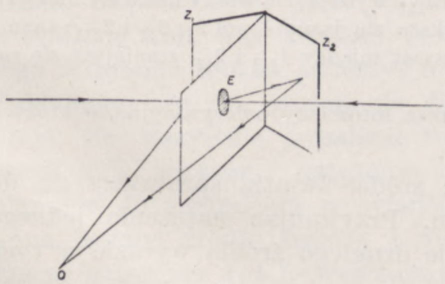
Natężenia źródeł w badanym kierunku są proporcjonalne do kwadratu ich odległości od ekranu.

Opisany wyżej prosty fotometr Bouguera (1729) obecnie mało jest używany. O wiele częściej służą obecnie do pomiarów fotometry, stanowiące rozwinięcie i udoskonalenie fotometru Bunsena (rys. 8). Na arkuszu białego papieru E zrobiona jest tłusta plama z parafiny, oleju lub stearyny. Gdy papier ten oświetlimy z obu stron, plama przy odpowiednim ustawieniu źródeł światła, z jednej strony zniknie, zleje się całkowicie z tłem, z drugiej jednak strony będzie widoczna, tak że nigdy nie otrzymamy jednoczesnego zniknięcia plamy z obu stron, co łatwo można sprawdzić obserwując jednoczesne odbicie plamy w zwierciadłach Z_1 i Z_2, ustawionych pod kątem rozwartym.

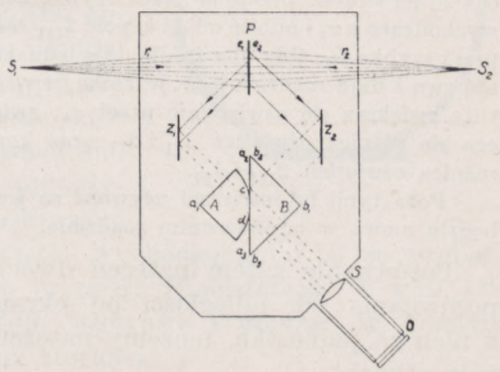
Umieśćmy z jednej strony jakieś stałe źródło światła, z drugiej zaś ustawiajmy kolejno badane źródła światła tak, aby plama, obserwowana zawsze z tej samej strony, za każdym razem znikała. Wtedy badane źródła powodują jednakowe oświetlenia plamy, wobec czego stosunek ich natężeń jest proporcjonalny do kwadratu ich odległości.

Pomiar ten można wykonać jeszcze nieco inaczej. Ustawmy badane źródła po dwóch stronach ekranu E tak, aby plama z obu stron wydawała się jednakowo jasną, wtedy, wobec równości oświetleń plamy z obu stron, natężenia badanych źródeł będą proporcjonalne do kwadratu ich odległości od ekranu.

Lummer i Brodhun zastąpili (1887 r.) plamę fotometru Bunsena powierzchnią zetknięcia się dwóch pro-



Rys. 8

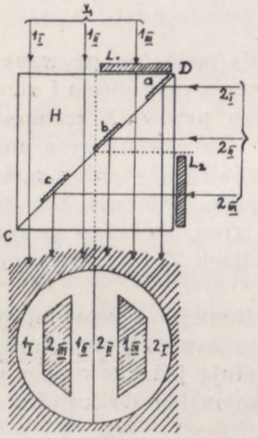


Rys. 9

stokątnych pryzmatów. W jednym z pierwszych typów tego rodzaju fotometru przeciwprostokątna a_2a_3 pryzmatu A (rys. 9) ma z wyjątkiem płasko oszlifowa-

nej części *cd*, kształt kulisty; płaską częścią pryzmat ten ściśle przylega do przeciwprostokątnej drugiego prostokątnego pryzmatu *B*. Promienie światła, wysyłane przez źródła S_1 i S_2 i rozpraszane przez boki e_1, e_2 białej możliwie równomiernie rozpraszającej płytki *P* (np. gipsowej), padają po odbiciu od zwierciadeł Z_1 i Z_2 prostopadle na przyprostokątne a_1a_2 i b_1b_2 pryzmatów. Obserwator, patrzący przez odpowiednio ustawioną soczewkę *S*, widzi w *O* obraz powierzchni b_2b_3, oświetlony z wyjątkiem części *cd* przez promienie źródła S_2, doznające w pryzmacie całkowitego wewnętrznego odbicia (p. rozdz. III, ust. 4); od części *cd* promienie te się nie odbijają, lecz przechodzą przez nią do pryzmatu *A*. Podobnie promienie, idące od S_1 i po odbiciu od zwierciadła Z_1 wchodzące przez bok a_1a_2 do pryzmatu *A*, odbijają się całkowicie od boku a_2a_3, z wyjątkiem płaskiej jego części *cd*, przez którą przechodzą do pryzmatu *B* i dalej do oka obserwatora. Jeżeli oświetlenie boków e_1 i e_2 płytki rozpraszającej jest jednakowe, jasność plamy środkowej *cd* jest równa jasności pozostałej części powierzchni b_2b_3, plama znika zlewając się z tłem. Z pomiaru odległości r_1 i r_2 źródeł światła od płytki *P* znajdujemy

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$



Rys. 10

W r. 1892 Lummer i Brodhun zastąpili ten fotometr czulszym znacznie fotometrem kontrastowym. W przyrządzie tym oba pryzmaty mają przeciwprostokątne płaskie; w przeciwprostokątnej jednego z nich *H* są wyżłobione niewielkie zagłębienia *a, b, c* o ścianach matowych i zaczernionych; do przyprostokątnych zaś obu pryzmatów są przyklejone szybki szklane L_1 i L_2. Rozkład oświetlenia pola widzenia jest wtedy taki, jak na rys. 10. Pola 1_I i 1_{II} są oświetlone przez wiązkę promieni, wychodzącą ze źródła x_1 i przechodzącą przez pryzmat między zagłębieniami *c* i *b*, pole 1_{III} jest oświetlone przez promienie, wychodzące również z x_1, lecz przechodzące między zagłębieniami *b* i *a* i osłabione (mniej więcej o 8%) na skutek przejścia przez szybkę L_1. Pola 2_I i 2_{II} są oświetlone przez wiązki wychodzące z x_2 i odbite od *a* i *b*, pole 2_{III} zaś przez wiązkę, odbitą od *c*, lecz osłabioną przez szybkę L_2. Gdy oba źródła dają jednakowe oświetlenie, 1_{II} i 2_{II} są oświetlone jednakowo i linia rozdzielająca je znika, 1_{III} i 2_{III} wydają się wtedy nieco ciemniejsze. Gdy zwiększa się oświetlenie przez x_2, zwiększa się jasność pól 2_I, 2_{II} i 2_{III}; zaznacza się różnica oświetleń 1_{II} i 2_{II} oraz kontrast między 1_{III} i 2_{II}, zmniejsza się zaś różnica oświetleń 2_{III} i 1_{II}.

Poza tymi fotometrami używane są jeszcze fotometry polaryzacyjne, o których będzie mowa w odpowiednim rozdziale.

Porównanie zatem natężeń dwóch źródeł światła sprowadza się do porównania ich odległości od ekranu. Przyjmując natężenie jednego z nich za jednostkę, możemy natężenie drugiego źródła wyrazić w tych jednostkach.

Z pomiarów tych wynika, że w znakomitej większości przypadków natężenie źródeł światła jest złożoną funkcją kąta, wyznaczającego kierunek, w jakim światło jest wysyłane. Wobec tego używa się często przy

porównywaniu różnych źródeł pojęcia **natężenia przeciętnego**, które zależnie od tego, czy źródło wysyła światło we wszystkie strony, czy też tylko w jedną stronę (np. do góry lub na dół) nosi nazwę przeciętnego **natężenia kulistego** (Allard, 1876 r.) lub też **półkulistego**: w pierwszym przypadku

$$I_{\bigcirc}=\frac{1}{4\pi}\Phi_0, \tag{8}$$

gdzie Φ_0 jest sumą strumieni światła, wysyłanych przez źródło we wszystkie strony i przechodzących przez powierzchnię kulistą, opisaną dowolnym promieniem dookoła ciała świecącego, jako środka.

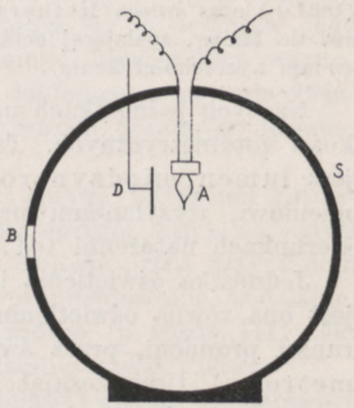
W drugim mamy

$$I_{\triangle}=\frac{1}{2\pi}\Phi_{\triangle}, \tag{8a}$$

gdzie $\Phi_{\triangle}$ jest strumieniem światła, przechodzącym przez półkulę, opisaną dookoła ciała świecącego.

Gdy ciało wysyła światło tylko do góry, natężenie nazywamy **górnym** i oznaczamy tak, jak wyżej, symbolem $I_{\triangle}$, gdy tylko na dół — **dolnym** natężeniem półkulistym i oznaczamy symbolem I_{∇}.

Z przyrządów, służących do pomiaru natężenia przeciętnego opiszemy jedynie **kulisty fotometr Ulbrichta** (1909 r.). Kula *S* (rys. 11) o rozmiarach bardzo wielkich w porównaniu z rozmiarami źródła i o wewnętrznej powierzchni, możliwie dobrze rozpraszającej, zaopatrzona jest w okienko *B*, zakryte szybką szklaną. Przed okienkiem, wewnątrz kuli znajduje się nieprzezroczysta dobrze rozpraszająca zasłona *D*, nie dopuszczająca do *B* bezpośrednich promieni źródła *A*. Dla obserwatora okienko *B*, oświetlone promieniami, rozproszonymi przez wewnętrzną powierzchnię kuli, jest źródłem światła, którego natężenie można zmierzyć fotometrem. Zakładając, że do oświetlenia *B* przyczyniają się wszystkie promienie rozproszone przez kulę, uważamy natężenie światła wychodzącego z *B* za proporcjonalne do strumienia wysyłanego przez *A*. Umieszczając w kuli kolejno badane źródło światła i źródło wzorcowe i mierząc za każdym razem natężenia I_1 i I_2 wyznaczamy stosunek



Rys. 11

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2}=\frac{I_1}{I_2},$$

stąd zaś stosunek natężeń przeciętnych.

Teoretycznie za jednostkę natężenia przyjmuje się od 1884 r. natężenie światła wysyłanego przez 1 cm^2 powierzchni ciekłej platyny w temperaturze jej topnienia (1753°C), w kierunku prostopadłym do powierzchni. Jest to tzw. jednostka Violle'a od nazwiska fizyka francuskiego, który pierwszy zaproponował jej wprowadzenie. Wobec tego, że pole powierzchni świecącej jest równe 1 cm^2, jednostka ta jest również jednostką blasku. Dwudziesta część jednostki Violle'a nosi nazwę świecy dziesiętnej. Od 1909 r. w wyniku porozumienia Bureau of Standards w Waszyngtonie, angielskiego National Physical Laboratory i francuskiego Laboratoire Central de l'Electricité obowiązuje tzw. świeca międzynarodowa (cd — skrót angielskiego słowa candle — świeca), prawie dokładnie równa świecy dziesiętnej (jedna dziesiąta lampy pentanowej Vernon-Harcourta). Zazwyczaj do pomiarów używa się odpowiednio wycechowanych elektrycznych lamp żarowych lub też wspomnianej wyżej lampy pentanowej.

W 1948 r. przyjęto za jednostkę prawną natężenia tzw. nową świecę, którą określono w sposób następujący: blask ciała czarnego w temperaturze topniejącej platyny wynosi 60 n. św. na cm^2 świecącej powierzchni.

Z dawniejszych jednostek są jeszcze w użyciu: świeca Carcela (1800 r.), równa natężeniu światła, wysyłanego w kierunku poziomym przez lampę, w której pali się olej rzepakowy w warunkach dokładnie ustalonych przez Dumasa i Regnaulta (1861 r.) oraz świeca Hefnera-Altenecka (1884 r.), równa poziomemu natężeniu światła lampy, spalającej octan amylu w knocie, dającym płomień o wysokości 40 mm i szerokości 8 mm.

Na tych jednostkach natężenia oparte są jednostki pozostałych wielkości fotometrycznych. Tak więc jednostką strumienia świetlnego (Φ) jest lumen międzynarodowy (*lm*), lub niekiedy (*lu*), równy strumieniowi, wysyłanemu przez źródło o równomiernym we wszystkich kierunkach natężeniu 1cd i zawartemu w jednostce kąta bryłowego.

Jednostką oświetlenia jest lumen na m^2, nosząca nazwę luksa (lx); jest ona równa oświetleniu powierzchni, ustawionej prostopadle do kierunku promieni, przez świecę, umieszczoną w odległości 1 m (świeca metrowa). Umieszczając powierzchnię tę w odległości 1 cm od świecy, otrzymamy oświetlenie 10 000 razy większe. Ta wartość oświetlenia została przez Międzynarodową Komisję Oświetleniową przyjęta w 1924 r. za jednostkę oświetlenia i nazwana fotem (Ph), fot zatem jest równy 10 000 lx; często używana tysiączna jego część milifot równa jest 10 lx (jednemu dekaluksowi).

Jednostką blasku jest świeca na cm^2, ostatnio nazwana stilbem (gr. stilbejn — błyszczeć).

Oko jest w stanie odczuć oświetlenie $7{,}7.10^{-6}$ lx, to znaczy oświetlenie powierzchni *o* albedo równym jedności przez świecę (cd), umieszczoną w odległości 360 m od niej. Górną granicę stanowi, jak się zdaje,

oświetlenie $2{,}2.10^5$ lx, to znaczy oświetlenie powierzchni (o $R=1$) przez źródło o natężeniu 220 000 cd, umieszczone w odległości 1 m od danej powierzchni. Oświetlenie silniejsze powoduje oślepienie. Do czytania wystarcza oświetlenie 0,001 *Ph* (10 dekaluksów).

Oświetlenie poziomej powierzchni przez księżyc osiąga w najlepszych warunkach (pełnia, niebo bez chmur) wartość (0,26 lx, przez słońce w południe około 10 000 lx w grudniu, i około 50 000 lx w czerwcu. Blask słońca widzianego poprzez atmosferę ziemską wynosi około $180\,000 \frac{\text{cd}}{\text{cm}^2}$, węglowej lampy łukowej może dojść do $13\,000 \frac{\text{cd}}{\text{cm}^2}$ $\left(\text{a przy użyciu specjalnych elektrod węglowych nawet do } 115\,000 \frac{\text{cd}}{\text{cm}^2}\right)$, lampy naftowej (przeciętnie) równy jest $1 \frac{\text{cd}}{\text{cm}^2}$.

Gdy, jak to wyżej założyliśmy, porównywane źródła wysyłają światło tego samego rodzaju, można pomiar fotometryczny — nazywany często subiektywnym — zastąpić przez pomiar energii światła — pomiar obiektywny. Doświadczenie bowiem wskazuje, że z promieniowaniem światła związane jest zawsze promieniowanie energii. Jeżeli na drodze promieni świetlnych umieścimy ciało nieprzezroczyste, które nie odbija ani nie rozprasza światła, stwierdzimy w nim takie zmiany stanu fizycznego, jakie zwykliśmy przypisywać wzrostowi jego energii, a które w najpospolitszym przypadku ujawniają się we wzroście jego temperatury. Wzrost energii jest w tych samych pozostałych warunkach tym większy, im większy jest strumień padającego na ciało światła, którego wartość otrzymujemy z subiektywnych pomiarów fotometrycznych.

Z uwagi jednak, że pospolicie źródła oprócz energii, związanej z działaniami świetlnymi, promieniują również i taką energię, która na zmysł wzroku nie działa, należy na drodze promieni ustawić przed przyrządem odpowiednie filtry, przepuszczające jedynie promieniowanie widzialne, albo też rozłożyć promieniowanie ciała na widmo (p. rozdz. III) tak, aby na przyrząd mierniczy padała tylko widzialna część widma.

Nie wchodząc w szczegóły pomiarów obiektywnych zaznaczymy jedynie, że często używa się w nich platynowego termometru oporowego (bolometru, gr. bole — rzucanie, uderzanie) lub ogniwa termoelektrycznego. Ze zmiany oporu termometru lub siły elektrobodźczej ogniwa wyznaczamy ilość ciepła, w jakie przekształciła się energia świetlna, pochłonięta przez przyrząd mierniczy. Strumień światła Φ jest proporcjonalny do zmierzonej w ten sposób energii

$$\Phi = C \cdot E.$$

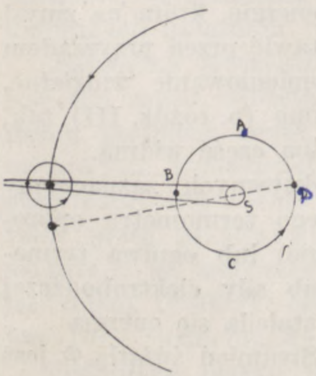
(por. rozdz. V, ust. 4 i 5).

3. PRĘDKOŚĆ ROZCHODZENIA SIĘ ŚWIATŁA

Mówiąc w ustępach poprzednich o rozchodzeniu się światła, pomijaliśmy milczeniem zagadnienie, czy światło wysyłane przez źródło dochodzi do ciała oświetlonego lub oka natychmiast po wzbudzeniu świecenia, czy też dopiero po upływie pewnego czasu, innymi słowy, czy światło rozchodzi się z prędkością skończoną czy też nieskończenie wielką. Codzienne nasze obserwacje na to pytanie wyraźnej odpowiedzi dać nie mogą, co najwyżej możemy z nich wyciągnąć wniosek, że jeżeli światło rozchodzi się z prędkością skończoną, to wartość jej jest dostatecznie wielka, aby światło przebywało odległości ziemskie w przeciągu bardzo drobnych ułamków sekundy, których wyznaczenie zwykłymi sposobami jest niemożliwe.

Dowodzi tego ujemny wynik doświadczenia, obmyślonego przez Galileusza. Dwaj obserwatorzy A i B ustawili się z zakrytymi latarkami w odległości mniej więcej 1 mili jeden od drugiego. W pewnej chwili obserwator B puszczał snop światła w kierunku obserwatora A, który natychmiast po dostrzeżeniu błysku odkrywał swoją latarkę, kierując ją na obserwatora B. Jeżeli prędkość światła jest skończona, powinien upłynąć skończony przeciąg czasu t pomiędzy odkryciem latarki przez obserwatora B i dostrzeżeniem przez niego błysku latarki A. Czas t byłby równy czasowi, zużytemu przez światło na przebycie drogi l od B do A i z powrotem. Prędkość światła można by było wyznaczyć ze wzoru $c=\frac{2l}{t}$. Okazało się jednak, że pomiar ten nie dał żadnych wyraźnych wyników. Powtórzenie tego doświadczenia przez członków florenckiej Accademia del Cimento (akademii wynalazków) przy odległości znacznie zwiększonej również skończyło się niepowodzeniem.

Nic też dziwnego, że prędkość światła została po raz pierwszy wyznaczona nie przez bezpośredni pomiar na ziemi, lecz na podstawie obserwacyj astronomicznych, jak to zalecał Descartes, a po nim Huygens.



Rys. 12

a. Metoda Römera. Wyznaczenia tego dokonał (1675 r.) Olaf Römer opierając się na obserwacjach zaćmień księżyców Jowisza. Jowisz ma osiem księżyców (za czasów Römera znane były tylko cztery), z których pięć krąży koło niego w płaszczyźnie, bardzo mało nachylonej do płaszczyzny jego równika, w tak niewielkiej od planety odległości, że za każdym obrotem przechodzą przez stożek rzucanego przez planetę cienia (rys. 12). Te okresowe zaćmienia i wynurzania się z cienia można dobrze obserwować z Ziemi; czas między kolejnymi zaćmieniami lub kolejnymi wynurzeniami się z cienia jest równy okresowi obiegu danego księżyca dookoła Jowisza.

Przy obserwacji dwóch dalszych księżyców, zazwyczaj oznaczanych numerami 3 i 4 i noszących nazwy Ganimeda i Kallisto, można z tego samego położenia Ziemi obserwować zarówno wejście jak i wyjście z cienia, przy obserwacji bliższych księżyców (księżyc Barnarda, Jo i Europe) widzi się albo tylko początkową albo tylko końcową chwilę zaćmienia, zależnie od wzajemnego położenia Ziemi, Słońca i Jowisza.

Gdyby Jowisz był nieruchomy, czas ten mierzony przez obserwatora ziemskiego powinien być zawsze jednakowy, przesuwanie się jednak Jowisza (a co za tym idzie i jego cienia) powoduje konieczność wprowadzenia pewnej poprawki, którą zresztą można stosunkowo łatwo obliczyć. Obserwacje wszakże wykazały, że nawet po uwzględnieniu tej poprawki odstęp czasu między dwoma kolejnymi zaćmieniami ma wartość różną, zależnie od położenia Ziemi względem Jowisza. Tak więc, gdy Ziemia znajduje się w położeniu B i D (opozycji Słońca i Jowisza i koniunkcji) obserwator ziemski widzi zaćmienia, prawidłowo powtarzające się w równych odstępach czasu, w położeniach zaś A i C (kwadraturach) okresy kolejnych zaćmień są pozornie różne, przy czym w A okresy kolejnych zaćmień się zmniejszają, w C — zwiększają. Römer założył, że zjawisko to spowodowane jest zmienianiem się odległości Ziemi od Jowisza i co za tym idzie, zmienianiem się czasu, zużytego przez światło na przebycie drogi od Jowisza do Ziemi. Oznaczmy przez T prawdziwy okres obiegu obserwowanego księżyca, taki, jaki wyznacza obserwator w B lub D, gdzie odległość Ziemi od Jowisza przez czas jednego obiegu prawie nie ulega zmianie i przypuśćmy, że gdy Ziemia znajduje się w punkcie C, obserwator ziemski widzi wynurzanie się księżyca z cienia w chwili t; następne zaćmienie powinien zauważyć w chwili $t+T$, w rzeczywistości jednak widzi je w chwili o τ późniejszej, a więc w chwili $t+T+\tau$; według Römera opóźnienie wynika stąd, że przez ten czas Ziemia oddaliła się od Jowisza przechodząc do położenia c' i że światło, wysyłane przez Księżyc, przebywa obecnie drogę dłuższą, niż poprzednio, τ zatem jest czasem zużytym przez światło na przebycie tego przyrostu odległości. Odwrotnie w punkcie A odległości obserwatora od Księżyca się zmniejszają, wobec czego droga, jaką światło przebywa, staje się za każdym obiegiem krótsza. Zanotujmy chwilę wynurzania się Księżyca wtedy, gdy Ziemia znajduje się w położeniu B i obliczmy na podstawie znanego nam czasu prawdziwego obiegu T chwilę, w której obserwator D (a więc po upływie mniej więcej pół roku) powinien zauważyć n-te wynurzanie się Księżyca z cienia. Okaże się, że nastąpi to nie po upływie nT sek, lecz dopiero po upływie $(nT+\tau_0)$ sek, droga bowiem światła wzrasta przez ten czas o średnicę $2r$ orbity ziemskiej; stąd wynika, że prędkość światła wynosi

$$c = \frac{2r}{\tau_0} \tag{a}$$

Według Römera τ_0 wynosiło 660 sek, co niewątpliwie, jak wykazały późniejsze pomiary, jest liczbą zbyt małą. Delombre (1790 r.) na podstawie wieloletnich obserwacyj przyjął $\tau_0=986{,}38$ sek, najprawdopodobniejszą jednak wydaje się wartość 1001,6 sek (Glasenapp, 1874 r.).

Długość średnicy orbity ziemskiej można obliczyć z pomiaru tzw. paralaksy (gr. parallaksis — zmiana) Słońca tj. kąta, pod którym obserwator widziałby ze środka Słońca znajdującego się w płaszczyznie poziomej jednego z punktów równika ziemskiego, promień R kuli ziemskiej. Oznaczając paralaksę przez ε mamy

$$r=\frac{R}{\operatorname{tg}\varepsilon}$$

$\left(r=\frac{R}{\sin\varepsilon}\right.$, gdy za r bierzemy odległość Słońca od środka Ziemi$\left.\right)$.

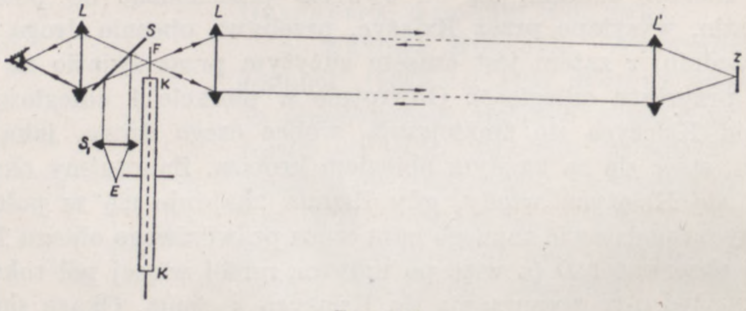
Kładąc $\varepsilon=8{,}8''$; $\tau_0=1001{,}6$ sek, $R=6377{,}4$ km,

znajdujemy, że

$$c=298\,286 \text{ km/sek.}$$

Z uwagi jednak, że wartość paralaksy Słońca znana jest jedynie w przybliżeniu, (dane pomiarowe wahają się w granicach od 8,782″ do 8,806″, a nawet 8,85″), dokładność tej metody jest mniejsza od dokładności innych metod, w których prędkość światła wyznacza się przy pomocy wyłącznie fizycznych pomiarów.

b. Metoda koła zębatego. (Fizeau). Pierwszym, który w ten właśnie sposób wyznaczył prędkość światła, był Fizeau (1849 r.). Metoda jego pomiaru znana pod nazwą metody koła zębatego lub metody Fi-



Rys. 13

zeau była bardzo prosta. Światło silnego źródła E (rys. 13) po załamaniu się w soczewce i odbiciu od szyby szklanej S, ustawionej pod kątem 45° do osi soczewki, skupia się w ognisku F obiektywu lunety L, z której wychodzi w postaci wiązki równoległej i pada na obiektyw drugiej lu-

nety L', skupiając się następnie w jego ognisku. W ognisku tym umieszczone jest płaskie zwierciadło Z, od którego promienie się odbijają i wracają tą samą drogą do punktu F. Przez punkt F przechodzi obwód koła zębatego KK, mogącego się obracać dookoła osi, równoległej do osi lunety L. Gdy koło jest w takim położeniu, że w punkcie F znajduje się w danej chwili otwór między zębami, światło pada na szybę S, przechodzi przez nią i po załamaniu się w okularze lunety L, dochodzi do oka obserwatora.

Przy kole nieruchomym obserwator albo stale widzi obraz źródła albo wcale go nie widzi. Po wprawieniu w ruch koła z mierną prędkością widzi światło migocące, obraz bowiem kolejno jest zakrywany i odkrywany. Migotanie znika, gdy liczba zębów, przechodzących w ciągu sekundy przez punkt F (a tym samym liczba zaciemnień pola widzenia) wynosi od 30 do 50. Wtedy trwałość wrażeń świetlnych cechująca nasz zmysł wzroku sprawia, że obserwator stale widzi światło o natężeniu mniej więcej dwa razy mniejszym (gdy odległość między zębani równa jest szerokości zębów) niż przy kole nieruchomym o otworze w punkcie F. Przy dalszym zwiększaniu prędkości obrotu natężenie stopniowo maleje, aż wreszcie przy pewnej ilości obrotów na sekundę staje się równe zeru. Wtedy światło źródła, które w danej chwili przechodzi w punkcie F między zębami koła, po odbiciu od zwierciadła Z trafia na ząb koła, które w tym czasie zdążyło się o pewien kąt obrócić, i nie dochodzi do oka obserwatora; światło zaś źródła, które trafia w drodze do lunety L' na ząb koła, wcale do zwierciadła nie dochodzi, pole widzenia jest więc stale zaciemnione. Oznaczmy przez n liczbę zębów na kole, przez N_1 — liczbę obrotów koła na sekundę; czas, w ciągu którego koło obraca się o kąt $\alpha_1 = \frac{2\pi}{2n}$ tak, że w punkcie F zamiast otworu między kątami zjawia się ząb, a więc o 2 n-tą część całkowitego obrotu, wynosi

$$t = \frac{1}{2nN_1}.$$

W ciągu tego czasu światło przechodzi dwukrotnie drogę $FZ = d$ mamy zatem

$$t = \frac{2d}{c} = \frac{1}{2nN_1},$$

skąd

$$c = 4nN_1 \cdot d. \qquad \text{(b)}$$

Przy dalszym zwiększaniu prędkości obrotu koła obraz znów się pojawia, natężenie światła stopniowo wzrasta i dochodzi do maksimum przy

$N_2=2N_1$, wtedy bowiem światło, które przez otwór między zębami doszło do zwierciadła, wracając znów spotyka w F otwór, kąt obrotu wynosi zatem $\alpha_2=2\alpha_1=\frac{2\cdot 2\pi}{2n}=\frac{2\pi}{n}$. Powtórne zaciemnienie następuje przy $\alpha_3=\frac{3\cdot 2\pi}{2n}$ i $N_3=3N_1$, prędkość światła jest wtedy równa

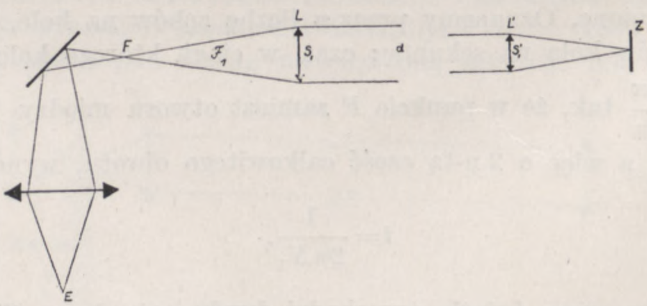
$$c=4n\cdot\frac{N_3}{3}d$$

i ogólnie

$$c=4n\frac{N_k}{k}\cdot d.$$

W rzeczywistości jednak przebieg zjawiska nie jest taki prosty. Uchwycenie bowiem chwili zniknięcia obrazu jest rzeczą bardzo trudną, przede wszystkim dlatego, że do pola widzenia zawsze dostaje się nieco światła, następnie zaś, że natężenie, jak o tym była mowa, maleje stopniowo i wreszcie, że jest rzeczą prawie niemożliwą utrzymać przez dłuższy czas stałą prędkość koła. Toteż wkrótce zastąpiono (Cornu) obserwację znikania światła przez obserwację pojawiania się i zanikania światła i brania przeciętnej z prędkości, przy których zjawiska te zachodzą. Błąd popełniony przy tym pomiarze jest tym mniejszy, im większa jest prędkość obrotu koła, a więc im większe jest k.

Wtedy jednak należy używać możliwie dużych obiektywów lunet L i L' oraz źródeł światła o wielkim blasku. Istotnie, strumień światła wysyłany z obrazu F



Rys. 13a

źródła i przechodzący przez obiektyw lunety L, jest, w założeniu, że blask ma w obrębie rozpatrywanego stożka we wszystkich kierunkach wartość tę samą, równy

$$\Phi=e\cdot S\cdot\omega \tag{c}$$

(p. wzory 1 i 2), gdzie S jest polem powierzchni obrazu źródła pozornego, ω — kątem bryłowym, pod którym z punktu F widzimy obiektyw lunety L. Oznaczając odległość punktu F od obiektywu przez $\mathcal{F}_1$ — jest to odległość ogniskowa

obiektywu L — przez S_1, pole prostopadłego do osi lunety przekroju obiektywu L, wzór (c) przepisujemy w postaci następującej

$$\Phi = e \cdot S \cdot \frac{S_1}{\mathcal{F}_1^2} = e \cdot \frac{S}{\mathcal{F}_1^2} \cdot S_1. \tag{d}$$

Z tego strumienia jedynie część wchodzi do obiektywu L'. Pole użytecznej części powierzchni źródła pozornego, wyznaczone przez warunek, aby wysyłany przez tę powierzchnię strumień całkowicie wypełniał obiektyw L', jest do pola przekroju obiektywu L' w stosunku takim, jak $\frac{\mathcal{F}_1^2}{d^2}$ (p. rys. 13a).

Oznaczając pole obiektywu L' przez S_1', pole zaś użyteczne źródła pozornego przez S_u, otrzymujemy

$$S_u = S_1' \cdot \frac{\mathcal{F}_1^2}{d^2},$$

skąd po podstawieniu S_u zamiast S we wzorze (d) mamy

$$\Phi_u = e \frac{S_1 S_1'}{d^2}.$$

Zjawisko więc zachodzi tak, jak gdyby powierzchnią świecącą był obiektyw L o tym samym blasku, co źródło pozorne. Im większe są przeto pola obiektywów L i L' tym strumień światła, przechodzący przez układ jest większy. Promienie odbite od zwierciadła Z dają po załamaniu w obiektywie L' i L obraz obiektywu L' w punkcie F. Wymiary liniowe tego obrazu powrotnego, który obserwator widzi między zębami koła są do wymiarów obiektywu L' w stosunku takim, jak $\frac{\mathcal{F}_1}{d}$. W drugiej serii pomiarów C o r n u (1874 r.) obiektyw L' miał średnicę 15 cm i ogniskową 200 cm, obiektyw L — średnicę 38 cm i ogniskową 900 cm, odległość d wynosiła około 23 000 m. Obraz powrotny miał zatem średnicę D równą

$$D = \frac{\mathcal{F}_1}{d} \cdot D_{\alpha'} = \frac{900 \cdot 15}{23\,000 \cdot 100} \approx 0{,}0059 \text{ cm} \approx 0{,}06 \text{ mm}.$$

Obraz ten był oglądany przez okular o ogniskowej $\mathcal{F}'$ równej 8 cm, widziany był zatem pod kątem

$$\frac{D}{\mathcal{F}'} = \frac{0{,}006}{8} = 2'36''$$

a więc wyglądem niewiele się różnił od punktu świecącego (p. rozdz. V, ust. 3). Wiązka wychodzących promieni miała średnicę

$$D_0 = D_{\alpha'} \frac{\mathcal{F}'}{\mathcal{F}_1} = 38 \cdot \frac{8}{900} = 3{,}3 \text{ mm}$$

tego samego zatem rzędu wielkości, co średnica źrenicy.

Koło, jakiego używał F i z e a u, miało na obwodzie 720 zębów, odległość d wynosiła 8 633 m, pierwsze zaćmienie następowało przy 12,6 obrotu na sekundę.

Prędkość tę wyznaczał Fizeau z wysokości tonu, wydawanego przez sztywną kartkę papieru, wprawioną w drganie przez uderzenia zębów koła.

Podstawiając te liczby do wzoru (b), znajdujemy, że

$$c=4nN_1\cdot d=4\cdot 720\cdot 12{,}6\cdot 8\,633\approx 313\,274 \text{ km/sek.}$$

Śmierć przeszkodziła Fizeau w powtórnym wykonaniu tego pomiaru, do którego zamierzał za radą i wskazówkami Arago wprowadzić poprawki, zwiększające ścisłość metody. Zamiary jego urzeczywistnił z całym mistrzostwem Cornu w 1872 r. i następnie w 1874 r. Z pierwszej serii ponad 1000 pomiarów otrzymał

$$c=298\,500 \text{ km/sek,}$$

z drugiej obejmującej 504 pomiary

$$c=300\,350 \text{ km/sek.}$$

Wszystkie te liczby wyznaczają prędkość światła w powietrzu. Chcąc znaleźć prędkość światła w próżni należy liczby te pomnożyć przez współczynnik załamania światła w powietrzu (p. rozdz. II, ust. 1), równy 1,0003, a więc zwiększyć podane wyżej liczby o $\frac{3}{10\,000}$ tzn. mniej więcej o 90 km/sek. Wobec tego jednak, że dokładność tych pomiarów nie przekracza $\frac{1}{1000}$ możemy przytoczone w tekście liczby uważać za wyrażające prędkość światła w próżni.

Tej samej metody użył Perrotin (1900, 1902) otrzymując z 1500 pomiarów (o bardzo jednak rozbieżnych wynikach) przeciętną wartość

$$c=299\,889 \text{ km/sek.}$$

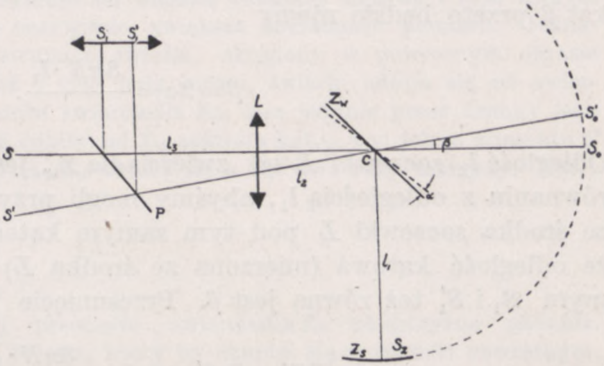
Karolus i Mittelstaedt (1928 r.) zastąpili koło zębate komórką Kerra (p. rozdz.XI, ust. 2), poddaną działaniu pola elektrycznego wysokiej częstości, zmieniającego okresowo natężenie przechodzącego przez układ światła. Otrzymana przez nich wartość c wynosiła

$$c=299\,778 \text{ km/sek.}$$

Przy użyciu podobnej metody W. Anderson (1941 r.) znalazł na c wartość $299\,776\pm 6$ km/sek.

c. Metoda zwierciadła wirującego. Drogę światła można bez szkody dla dokładności pomiaru znacznie skrócić zastępując metodę koła zębatego inną metodą, opracowaną przy udziale Arago przez Fizeau i Foucaulta, a użytą po raz pierwszy do zmierzenia prędkości światła przez Foucaulta (1850 r.).

Źródłem światła jest w tym przypadku silnie oświetlona szczelina pionowa S (rys. 14). Soczewka L daje obraz tej szczeliny w S_0, promienie jednak wychodzące z soczewki padają przed przecięciem się w S_0 na płaskie zwierciadło Z_w, mogące się obracać koło osi pionowej, i wskutek odbicia, jakiego doznają na powierzchni tego zwierciadła, skupiają się nie w S_0, lecz w punktach S_z, tworzącej pionowego zwierciadła cylindrycznego Z_s, o promieniu krzywizny równym odległości Z_sZ_w. Punkty więc S_z i co za tym idzie, zwierciadło Z_s znajdują się w tej samej odległości od zwierciadła Z_w, co punkty obrazu S_0. Gdy zwierciadło Z_w jest nieruchome, promienie odbite od Z_s, wracając tą samą drogą i odbijając się pod tym samym kątem od zwierciadła Z_w, dają po przejściu przez soczewkę L obraz S_0 w S, a zatem skupiają się z powrotem w tych samych punktach, z których wyszły. Obserwator, obserwujący wiązki odbite od płytki P, ustawionej pod kątem 45^0 do kierunku promieni, będzie widział obraz S_0 w S_1. Jeżeli jednak w ciągu czasu, jaki zużyje światło na przejście drogi Z_wZ_s tam i z powrotem, zwierciadło Z_w obróci się o kąt α, promienie powrotne utworzą z poprzednim swym kierunkiem padania kąt $\beta=2\alpha$ (p. rozdz. III, ust. 1). Zjawisko zatem zachodzić będzie tak, jak gdyby S_0 przesunęło się do S_0' na odległość kątową (mierzoną z C), równą β; obserwator widzi obraz S_0' w S_1'. Ponieważ zwierciadło Z_s ma rozmiary skończone, światło odbijać się będzie od niego tylko w ciągu drobnego ułamka okresu całkowitego obrotu zwierciadła Z_w, obserwator będzie przeto widział obrazy migocące. Migotanie znika, gdy, podobnie, jak w doświadczeniu z kołem zębatym, światło pojawiać się będzie częściej, niż 30 razy na sekundę, a więc gdy ilość obrotów zwierciadła Z_w na sekundę będzie przewyższała 30. Odległość kątowa obrazów zależy jedynie od kąta, o jaki obraca się zwierciadło w ciągu czasu



Rys. 14

$$t=\frac{2l_1}{c},$$

gdzie l_1 oznacza odległość $CS_0=CS_z$, wobec czego przy stałej prędkości obrotowej zwierciadła Z_w odległość obrazu S_1' od S_1 będzie stale ta sama.

Oznaczmy przez N liczbę obrotów na sekundę zwierciadła Z_w; kąt α, o jaki zwierciadło się obróci przez czas t, wyniesie

$$\alpha = 2\pi \cdot N \cdot t = 2\pi N \cdot \frac{2l_1}{c} = \frac{4\pi N \cdot l_1}{c},$$

kąt β przeto będzie równy

$$\beta = 2\alpha = \frac{8\pi N \cdot l_1}{c}.$$

Odległość l_2 soczewki L od zwierciadła Z_w jest dostatecznie mała w porównaniu z odległością l_1, abyśmy mogli przyjąć, że obrazy $S'_0 S_0$ widać ze środka soczewki L pod tym samym kątem, co z punktu C, a więc, że odległość kątowa (mierzona ze środka L) obrazów S i S' i tym samym S_1 i S'_1 też równa jest β. Przesunięcie przeto obrazów wyniesie

$$SS' = S_1 S'_1 = \beta \cdot l_3 = \frac{8\pi N \cdot l_1}{c} \cdot l_3.$$

W niektórych pomiarach Foucault ustawiał zwierciadło Z_s pochyło do kierunku CZ_s i promienie odbite od tego zwierciadła skierowywał na drugie, trzecie i czwarte zwierciadła tak, aby dopiero w piątym zwierciadle promienie padały w kierunku normalnej do jego powierzchni. W ten sposób zwiększał odległość l_1, wynoszącą początkowo 4 m, pięciokrotnie. Przy 800 obrotach na sekundę zwierciadła Z_w przesunięcie $S_1 S'_1$ wynosiło 0,7 mm, skąd na prędkość światła otrzymał

$$c = 298\,100 \text{ km/sek.}$$

Częstość obrotu zwierciadła Z_w Foucault mierzył stroboskopowo (gr. strobos — krążenie), umieszczając przed obrazem obracającą się tarczę, na której obwodzie były wycięte bardzo wąskie zęby. Gdy tarcza jest oświetlona światłem stałym, przy miernej nawet prędkości obrotu nie rozróżnia się już zębów, gdy zaś oświetlona jest światłem przerywanym tak, jak w danym doświadczeniu, zęby na ogół widać, gdyż każdy z nich przez krótką chwilę, w ciągu której jest oświetlony, przechodzi przez bardzo małą drogę. Dobierając tak częstość obrotów tarczy, aby przez czas jednego obrotu zwierciadła, a więc przez czas od jednego błysku oświetlającego tarczę do drugiego tarcza obracała się o jeden ząb, odniesiemy wrażenie, że tarcza jest nieruchoma, będziemy ją bowiem ciągle widzieli w tym samym położeniu. Tarcza wtedy będzie się obracała tyle razy wolniej od zwierciadła, ile zębów ma na obwodzie; gdy liczba ich jest znaczna, zjawisko to zajdzie już przy niewielkiej częstości obrotów, którą można bez trudu wyznaczyć zwykłymi sposobami. Tarcza ta służyła poza tym do sprawdzenia, czy zwierciadło Z_w, wprawiane w ruch przez turbinę, poruszaną zgęszczonym powietrzem, obraca się jednostajnie. Gdy prędkość zwierciadła maleje, tarcza pozornie obraca się w kierunku przeciwnym, gdy wzrasta, — w tym samym. Mechanizm konstrukcji Foucaulta był tak dokładny, że zwierciadło zachowywało tę samą prędkość całymi minutami.

Newcomb używając tej samej metody, lecz znacznie zwiększając odległość l_1 otrzymał na c w próżni wartość

299 860 km/sek.

Zwiększając odległość l_1 otrzymuje się większą odległość kątową i tym samym większe przesunięcie S_1S_1', co, oczywiście, zwiększa dokładność pomiaru. Jednocześnie wszakże zmniejsza się strumień światła, skupiony w powrotnym obrazie szczeliny. Istotnie, jak wyżej już o tym była mowa, światło odbija się od zwierciadła Z_s nie przez cały czas obrotu zwierciadła Z_w, lecz jedynie przez drobny jego ułamek, w ciągu którego promień odbity od Z_w zakreśla kąt γ, pod jakim z punktu C widać zwierciadło Z_s, zwierciadło zaś Z_w obraca się o kąt dwa razy mniejszy. Kąt γ jest równy

$$\gamma = \frac{p_z}{l_1},$$

gdzie p_z jest długością krzywej przecięcia zwierciadła Z_s płaszczyzną padania. Oznaczając przeciętny strumień światła, który by skupiał się w obrazie powrotnym, gdyby promienie odbijały się od Z_s przez cały czas obrotu Z_w, przez Φ_p, otrzymamy na strumień światła, istotnie skupiony w obrazie

$$\Phi = \Phi_p \cdot \frac{\gamma}{2 \cdot 2\pi} = \Phi_p \cdot \frac{p_z}{4\pi l_1}. \tag{e}$$

Dla zwiększenia tego strumienia Newcomb zastąpił pojedyncze zwierciadło, jakiego używał Foucault, czterema płaskimi zwierciadłami, tworzącymi ściany pryzmatu, zwiększając w ten sposób kąt czterokrotnie. Poza tym dla zwiększenia widzialności obrazu powrotnego tak umieszczał zwierciadło Z_s, że promienie powrotne padały na zwierciadło wirujące Z_w nieco wyżej od promieni ze szczeliny S; to pozwoliło mu skierować promienie powrotne na inną, wyżej od L położoną soczewkę, stanowiącą obiektyw lunety obserwatora i usunąć całkowicie z pola widzenia światło pochodzące bezpośrednio ze świecącej szczeliny. W doświadczeniu Newcomba $l_1 = 3\,700$ m, $N = 210$ obrotów na sekundę, $p_z = 80$ cm. Kąt odchylenia β wynosił

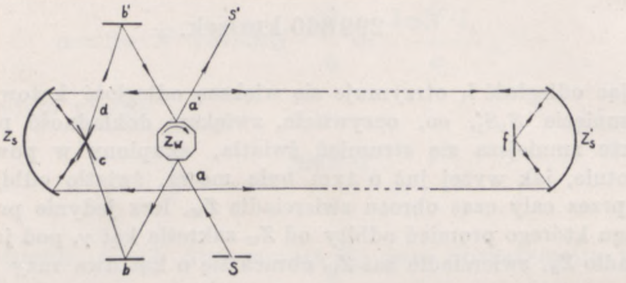
$$\beta = \frac{8\pi N \cdot l_1}{c} \approx 3{,}8^\circ,$$

kąt γ był równy $\frac{4p_z}{l_1}$, skąd

$$\Phi = \Phi_p \cdot \frac{3{,}2}{12{,}56 \cdot 3700} \approx 0{,}000\,07\ \Phi_p.$$

Michelson przeprowadził od roku 1880 szereg doświadczeń w celu wyznaczenia prędkości światła. W roku 1926 dokonał pomiaru między górami Mt. Wilson i Mt. San Antonio odległych o 35.4 km. Przebieg doświadczenia przedstawia schematycznie rysunek 15,

gdzie Z_w oznacza zwierciadło wirujące, a, a', — płaszczyzny odbijające zwierciadła wirującego. Z_s, Z'_s zwierciadła wklęsłe, b, b', c, d, f, — zwier-



Rys. 15

ciadła płaskie. S — zródło światła, S' obraz. Z pomiaru tego otrzymał na prędkość rozchodzenia się światła w próżni wartość

$$c = 299\,796 \pm 4 \text{ km/sek}$$

Wyniki pomiarów prędkości światła w próżni otrzymanych:

metodą astronomiczną		km/sek
z zaćmień księżyców Jowisza	O. Römer (1675)	— 298 800
z aberacji	Bradley (1728)	— 298 500
metodą koła zębatego	Fizeau (1849)	— 315 300
	Cornu-Helwert (1875)	— 299 990 ± 200
metodą zwierciadła wirującego:		
	Foucault (1863)	— 298 100 ± 500
	Michelson (1882)	— 299 853 ± 60
	Newcomb (1883)	— 299 860 ± 30
	Michelson (1902)	— 299 910 ± 50
	Michelson (1926)	— 299 796 ± 4
	Michelson Peace i Pearson (1932)	— 299 744 ± 11
metodą komórki Kerra		
	Karolus i Mittelstaedt (1928)	— 299 778 ± 20
	W. C. Anderson (1937)	— 299 765 ± 15
	Huttel (1940)	— 299 771 ± 10
	W. C. Anderson (1941)	— 299 776 ± 6
	Bergstrand (1950)	— 299 793,1 ± 0,25

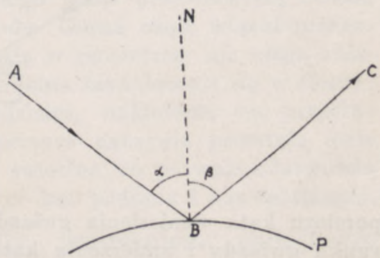
Rozdział II

ODBICIE I ZAŁAMANIE PROMIENI ŚWIATŁA

1. PRAWA ODBICIA I ZAŁAMANIA PROMIENI ŚWIATŁA

Przy przechodzeniu światła z jednego środowiska do drugiego (np. z powietrza do szkła lub ze szkła do wody) zmienia się zazwyczaj na powierzchni rozdziału tych środowisk kierunek jego rozchodzenia się; część światła wraca do środowiska, z którego wyszła — odbija się, część zaś wchodząc do środowiska drugiego, biegnie w innym, niż poprzednio, kierunku — załamuje się. Stosunek natężeń światła odbitego i załamanego zależy od rodzaju środowiska, od stanu jego powierzchni, od rodzaju światła padającego i od kąta, pod którym na powierzchnię rozdziału pada badana wiązka promieni. Gdy środowisko, do którego światło wchodzi, jest całkowicie nieprzezroczyste, natężenie światła załamanego spada do zera, natężenie zaś światła odbitego może być wtedy znacznym ułamkiem natężenia światła padającego, a nawet być mu prawie równe. W granicznym przypadku, gdy natężenia te są równe, powierzchnię rozdziału nazywamy doskonale odbijającą (doskonałym zwierciadłem) albo doskonale rozpraszającą.

W przyrodzie z takimi powierzchniami nigdy nie mamy do czynienia; część światła padającego zawsze ulega pochłonięciu w warstewce powierzchniowej.



Rys. 16

Niech na dowolną powierzchnię rozdziału np. P (rys. 16) pada wiązka tak cienka, że możemy uważać kierunek składających ją promieni za identyczny z kierunkiem środkowego jej promienia AB. Doświadczenie wskazuje, że, gdy powierzchnia P jest dostatecznie gładka, wiązka odbija się w kierunku BC, przy czym promień środkowy tworzy z normalną BN do powierzchni P w punkcie padania kąt odbicia β równy kątowi padania α, jaki promień padający tworzy z tąż normalną, i leży w płaszczyźnie przesuniętej przez promień padający AB i nor-

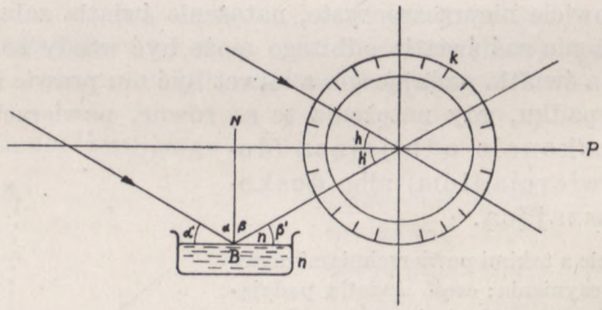
malną *BN* — w płaszczyznie padania. Gdy powierzchnia rozdziału jest nierówna, chropowata, promienie, składające wiązkę, odbijają się w różnych kierunkach, światło odbite staje się rozproszone. Można uważać, że dla promieni świetlnych gładkimi powierzchniami są powierzchnie wody, rtęci czy też innej jakiej cieczy w spoczynku lub w jednostajnym ruchu obrotowym i dobrze wypolerowane powierzchnie ciał stałych, jak szkła, metali i in.

Umówmy się uważać ostry kąt, jaki promień tworzy z normalną za dodatni, gdy dla opisywania go w kierunku od promienia do normalnej obracamy promień w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek zegarka, za ujemny — gdy w przeciwnym. Mamy zatem

$$\alpha = -\beta. \tag{1}$$

Przy odwróceniu biegu promienia tak aby promieniem padającym był promień *CB*, promieniem odbitym będzie promień *BA*; droga promienia jest więc w tym przypadku odwracalna.

Najdokładniejsze sprawdzenie doświadczalne podanych wyżej praw odbicia otrzymamy przy użyciu wiązki promieni równoległych, wtedy bowiem wiązka może być dowolnie szeroka. Temu warunkowi odpowiadają wiązki wysyłane przez gwiazdy stałe, których odległość od nas jest biorąc praktycznie nieskończenie wielka. Niech *K* będzie tzw. kołem wysokości (rys. 17), używanym przez astronomów do



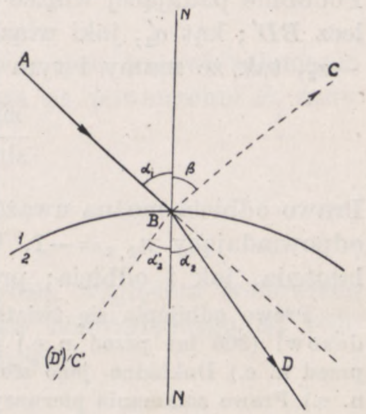
Rys. 17

pomiaru kąta wzniesienia gwiazdy nad poziomem *P*. Po ustawieniu lunety w kierunku gwiazdy i zmierzeniu kąta wysokości *h* obracamy lunetę tak, aby zobaczyć odbicie gwiazdy w powierzchni rtęci, nalanej do naczynia *n* (sztuczny poziom). Okazuje się, że kąt *h'* równy jest kątowi *h*, skąd z uwagi, że *h'* równe jest β', *h* zaś α', wynika, że α' równe jest β' i α równe jest $-\beta$. A ponieważ luneta przy obu pomiarach znajdowała się w tej samej płaszczyźnie pionowej, promień odbity leży w płaszczyźnie przesuniętej przez promień padający i pion *BN*, będący normalną do powierzchni odbijającej.

Zazwyczaj, jak o tym już wyżej była mowa, tylko część światła padającego odbija się od powierzchni rozdziału, reszta przechodzi do środowiska drugiego. Przypuśćmy, że środowisko to jest dostatecznie prze-

zroczyste, aby przepuścić przynajmniej ułamek światła wchodzącego, i uważajmy tak, jak poprzednio, za kierunek wiązki, padającej na powierzchnię rozdziału, kierunek jej promienia środkowego AB (rys. 18). Doświadczenie wskazuje, że wiązka wchodząca do środowiska drugiego odchyla się od kierunku, jaki miała w środowisku pierwszym, tak że promień BD na ogół nie jest przedłużeniem promienia AB. W środowiskach równokierunkowych promień **załamany** BD leży podobnie, jak promień odbity BC w płaszczyznie padania, będącej wobec tego również **płaszczyzną załamania** i tworzy z normalną N do powierzchni rozdziału **kąt załamania** α_2, związany z kątem padania α_1 wzorem

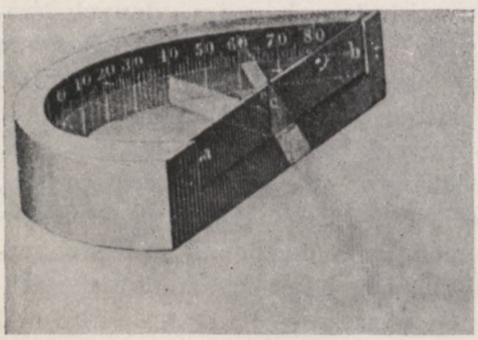
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{1,2}, \tag{2}$$



Rys. 18

gdzie $n_{1,2}$ jest wielkością, zależną od rodzaju stykających się środowisk oraz od rodzaju użytego światła, niezależną zaś od wartości kąta padania. Stałą $n_{1,2}$ nazywamy **współczynnikiem załamania środowiska drugiego względem pierwszego.**

Wzór (2) można w dogodny sposób sprawdzić przy pomocy przyrządu, przedstawionego na rys. 19. Wiązka promieni równoległych wchodzi przez szczelinę c do wnętrza półkolistego naczynia, otwartego z wierzchu i do połowy wysokości wypełnionego jakąś przezroczystą cieczą, np. wodą. Górna część wiązki rozchodząca się w powietrzu, nie ulega załamaniu, dolna zaś załamuje się w cieczy; na podziałce, naklejonej na przeciwległej ściance naczynia powstają dwie plamy świetlne, co pozwala z łatwością zmierzyć kąt padania i kąt załamania.


Rys. 19

Gdy promieniem padającym jest promień DB, innymi słowy, gdy światło przechodzi ze środowiska drugiego do pierwszego, promieniem załamanym jest promień AB. Stosunek sinusów kąta α_2 i kąta α_1 będzie równy

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{1}{n_{1,2}} = n_{2,1}, \tag{2a}$$

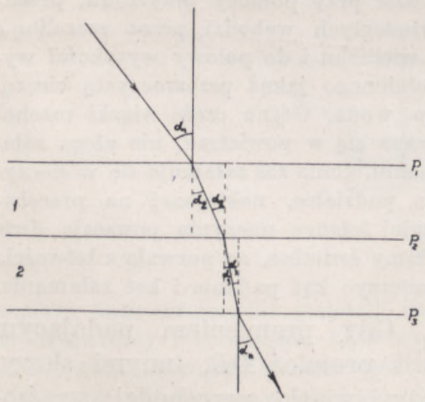
gdzie tym razem α_2 jest kątem padania, α_1 — kątem załamania, $n_{2,1}$ jest współczynnikiem załamania środowiska pierwszego względem drugiego. I w tym więc przypadku zachodzi odwracalność biegu promienia padającego i załamanego. Całe jednak zjawisko nie jest odwracalne: przy przejściu ze środowiska pierwszego do drugiego światło odbija się w kierunku *BC*, przy przejściu z drugiego do pierwszego — w kierunku *BC'*. Podobnie padającej wiązce *CB* odpowiada po załamaniu nie wiązka *BD*, lecz *BD'*; kąt α_2', jaki wiązka ta tworzy z normalną, jest jednak równy $-\alpha_2$, tak że mamy i tym razem

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha_2'} = \frac{-\sin\alpha_1}{-\sin\alpha_2} = n_{1,2}.$$

Prawo odbicia można uważać za szczególny przypadek prawa załamania, odpowiadający $n_{1,2} = -1$. Wzór (2) wyraża zatem zarówno prawa załamania, jak i odbicia; prawa te nazywamy **prawami Descartes'a.**

Prawo odbijania się światła znane już było, przynajmniej częściowo, Euklidesowi (300 lat przed n. e.) oraz Heronowi z Aleksandrii (około 100 roku przed n. e.) Dokładne jego sformułowanie dał wszakże dopiero Alhazen (1100 n. e.) Prawo załamania pierwszy ściśle sformułował Snellius (1591—1626). W postaci dzisiaj używanej wyraził je wszakże Descartes (1637 r.), dlatego też łączymy je z jego nazwiskiem.

Zastosowanie wzoru (2) do poszczególnych przypadków wymaga uprzedniego wyznaczenia współczynnika $n_{1,2}$, mającego dla każdej pary środowisk inną wartość. Unikamy jednak tego uciążliwego nieraz wyznaczania wyrażając współczynnik względny $n_{1,2}$, jako funkcję tzw. współczynników bezwzględnych n_1 i n_2 danych środowisk, odpowiadających załamaniu przy przechodzeniu światła z próżni do każdego z danych środowisk.



Rys. 20

Związek między $n_{1,2}$ oraz n_1 i n_2 znajdziemy w sposób następujący. Niech P_1, P_2, P_3 będą płaskimi powierzchniami, oddzielającymi środowisko pierwsze od próżni, środowisko drugie od pierwszego i wreszcie drugie od próżni (rys. 20). Przy przejściu przez powierzchnię P_1 kąt załamania α_2 związany jest z kątem padania wzorem (2) tak, że mamy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n_{0,1} \tag{a}$$

gdzie $n_{0,1}$ jest współczynnikiem załamania środowiska pierwszego względem próżni, a więc, zgodnie z przyjętą terminologią współczynnikiem bezwzględnym n_1 tego środowiska. Załamanie na powierzchni P_2 wyrazi się wzorem

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = n_{1,2}, \tag{b}$$

kąt bowiem padania na powierzchnię P_2 równy jest kątowi załamania na powierzchni P_1. Gdy promień po załamaniu na powierzchni P_3 znów przechodzi do próżni, mamy

$$\frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_n} = n_{2,0} \tag{c}$$

gdzie $n_{2,0}$ jest współczynnikiem załamania próżni względem środowiska drugiego, a więc odwrotnością współczynnika bezwzględnego n_2 tego środowiska. Mnożąc (a) przez (b) i (c), znajdujemy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}\cdot\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3}\cdot\frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_n} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_n} = n_1\cdot n_{1,2}\cdot\frac{1}{n_2} = n_{1,2}\cdot\frac{n_1}{n_2}. \tag{d}$$

Doświadczenie jednak wskazuje, że tego rodzaju płytki równoległościenne, złożone z różnych ciał łamiących, których powierzchniami rozdziału są równoległe płaszczyzny, nie zmieniają kierunku biegu promieni, powodując jedynie boczne ich przesunięcie (por. rozdz. III, ust. 3), wobec czego

$$\alpha_1 = \alpha_n$$

i

$$n_{1,2}\cdot\frac{n_1}{n_2} = 1,$$

skąd

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{2b}$$

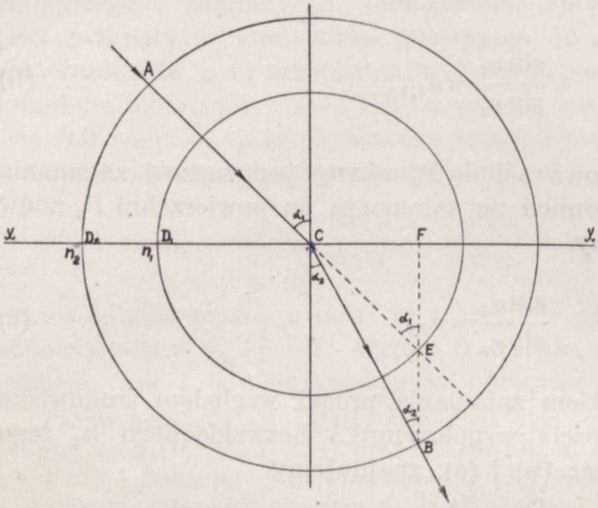
Podstawiając do wzoru (2) otrzymujemy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

lub

$$n_1\sin\alpha_1 = n_2\sin\alpha_2. \tag{2c}$$

Kierunek promienia załamanego można znaleźć w sposób wskazany przez Descartes'a. Z punktu padania C (rys. 21) opisujemy dwa koła promieniami $CD_1=n_1$ i $CD_2=n_2$ i z punktu przecięcia E przedłużenia promienia AC z kołem o promieniu n_1 opuszczamy prostopadłą na płaszczyznę xx, styczną w punkcie padania C do powierzchni łamiącej. Prostopadła ta przetnie koło o promieniu n_2 w punkcie B; prosta, łącząca C z B wyznacza kierunek promienia załamanego. Istotnie z $\Delta\, CEF$ znajdujemy



Rys. 21

$$CF=CE\sin\alpha_1=n_1\sin\alpha_1,$$

z $\Delta\, CBF$:

$$CF=CB\cdot\sin\alpha_2=n_2\sin\alpha_2,$$

skąd
$$n_1\sin\alpha_1=n_2\sin\alpha_2.$$

Gdy $n_2>n_1$, α_1 jest większe od α_2; promień po załamaniu przybliża się do normalnej; środowisko drugie jest wtedy optycznie gęstsze; gdy $n_2<n_1$, α_1 jest mniejsze od α_2; promień po załamaniu oddala się od normalnej; środowisko drugie jest optycznie rzadsze.

Ciała optycznie gęstsze są na ogół gęstsze, w zwykłym tego słowa znaczeniu; zdarzają się jednak i wyjątki. Tak np. szczególnego rodzaju szkło ciężkie (szkło flintowe Guinanda) o gęstości 4,322 g/cm³ ma współczynnik załamania promieni żółtych (linia D sodu) mniejszy ($n_D=1{,}596\,515$), niż inne szkło ciężkie (flint Bontempsa) o gęstości 2 razy mniejszej ($d=2{,}011$ g/cm³), w którym $n_D=1{,}69797$.

W tym ostatnim przypadku największą wartość kąta padania, przy którym promień doznaje prawidłowego załamania, otrzymamy ze wzoru (2) lub (2c), podstawiając $\alpha_2=90$, większym bowiem kątom padania odpowiadałby kąt załamania większy od 90.. Mamy wtedy

$$\sin\alpha_1=n_{1,2}\quad\text{lub}\quad n_1\sin\alpha_1=n_2;\quad \sin\alpha_1=\frac{n_2}{n_1}. \tag{2d}$$

Tę wartość kąta padania nazywamy kątem granicznym. Doświadczenie wskazuje, że promienie, idące ze środowiska gęstszego do rzadszego i padające pod kątem większym od granicznego, odbijają się od

powierzchni rozdziału (rys. 22). Zjawisko to nosi nazwę **całkowitego wewnętrznego odbicia**.

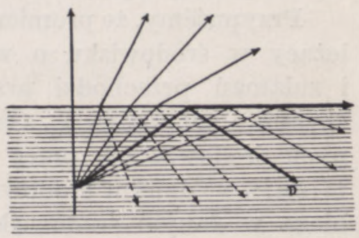
Jak wynika ze wzoru (2d) wartość kąta granicznego zależy od rodzaju środowisk oraz od rodzaju użytego światła. Tak np. gdy promień światła, wysyłanego przez świecącą parę sodu przechodzi z wody do powietrza, mamy, kładąc we wzorze (2d) $n_2=1$ (ściśle biorąc, n_2 jest nieco większe od jedności) i $n_1=1{,}33$,

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{1{,}33}, \quad \text{skąd} \quad \alpha_g \approx 48^0 40'37'';$$

przy przechodzeniu tego samego promienia ze zwykłego szkła do powietrza, na wartość kąta granicznego otrzymamy, kładąc $n_2=1, n_1=1{,}5$,

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{1{,}5}; \quad \alpha_g \approx 41^0 18'.$$

W obu przypadkach światło odbite będzie miało tę samą barwę co światło padające, i kąt graniczny będzie można stosunkowo łatwo wyznaczyć z pomiaru (np. zwiększając stopniowo kąt padania promieni i mierząc kąt, przy którym światło przestaje wchodzić do środowiska drugiego). Inaczej jednak będzie, gdy powierzchnię rozdziału oświetlimy tzw. światłem białym to jest takim, jak światło słoneczne. Zwiększając stopniowo kąt padania wiązki świetlnej, stwierdzimy, że poczynając od pewnej jego wartości natężenie światła, wchodzącego do środowiska drugiego, zaczyna się stopniowo zmniejszać, aby wreszcie przy dalszym jego zwiększaniu, stać się równym zeru. Przy kątach padania, zawartych w tych granicach, ani światło przechodzące ani odbite nie jest białe; światło odbite, mające początkowo odcień fioletowy, przechodzi stopniowo przez różne barwy i staje się białe dopiero wtedy, gdy kąt graniczny osiągnie swą najwyższą wartość. W przeciwieństwie więc do światła pary sodu, dla którego wartość kąta granicznego jest ściśle oznaczona i zależy jedynie od rodzaju środowiska pierwszego, w przypadku światła białego mamy do czynienia z różnymi wartościami kąta granicznego, zawartymi w pewnych, zazwyczaj niewielkich granicach i odpowiadającymi różnym wartościom współczynnika załamania promieni, składających wiązkę. Tego rodzaju światło nazywamy **niejednorodnym**, w przeciwieństwie do światła **jednorodnego** lub **monochromatycznego** (jednobarwnego, gr. monos — jeden tylko, chroma — barwa) takiego, jak światło pary sodu.



Rys. 22

Gdy środowiskiem pierwszym jest woda, wartości kąta granicznego przy oświetleniu światłem białym zawarte są w granicach



Rys. 23

$$\text{od} \quad \alpha_g' = \arcsin \frac{1}{1{,}34350} = \arcsin \; 0{,}774 = 48^0 4' 15''$$

$$\text{do} \quad \alpha_g'' = \arcsin \frac{1}{1{,}33048} = 48^0 45' 49''.$$

Stwierdzenie tej różnicy kątów wymaga zatem dokładniejszej metody pomiaru od tej, jaką naszkicowaliśmy wyżej.

Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia można wyzyskać do przenoszenia światła na pewną odległość prawie bez straty natężenia. Pałeczka szklana $M_1 M_2$ (lub jeszcze lepiej kwarcowa) w kształcie litery S (rys. 23) zakończona jest dwiema płaskimi dobrze wyszlifowanymi powierzchniami M_1 i M_2. Soczewka O skupia na powierzchni M_1 światło, wychodząc ze źródła A; światło to po szeregu odbić wewnętrznych wychodzi przez powierzchnię M_2.

2. ZASADA FERMATA

Prawa odbicia i załamania światła można, jak to wykazał Fermat (1608—1665), wyrazić inaczej.

Przypuśćmy, że promień światła, przechodzący przez dowolny punkt A, leżący w środowisku o współczynniku załamania n_1, po szeregu odbić i załamań przechodzi przez punkt B, leżący w środowisku o współczynniku załamania n_n. Oznaczmy drogi przebieżone przez światło w różnych środowiskach przez $l_1, l_2 \ldots l_n$ i nazwijmy drogą optyczną promienia w danym środowisku iloczyn długości drogi, jaką światło przebiega w danym środowisku, przez współczynnik załamania tego środowiska

$$L_m = n_m \cdot l_m.$$

Zasada Fermata stwierdza, że droga optyczna promienia między punktami A i B ma zawsze wartość największą lub najmniejszą.

Innymi słowy, różnica między długością drogi optycznej istotnie przebytej przez promień i długością innej drogi optycznej, nieskończenie bliskiej do rzeczywistej drogi promienia, jest w porównaniu ze wzajemną odległością tych dróg nieskończenie mała.

Na przykładzie paru prostych przypadków odbicia i załamania można bez trudu wykazać, że zasada Fermata prowadzi bezpośrednio do praw Descartes'a.

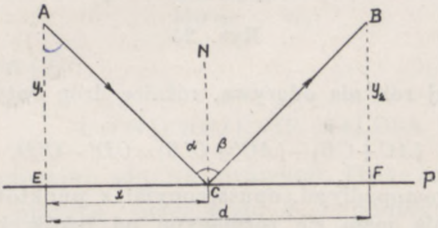
Niech ACB będzie promieniem, odbitym od płaskiej powierzchni P (rys. 24) i przechodzącym przez punkty A i B. Opuśćmy z tych punktów prostopadłe $AE = y_1$, i $BF = y_2$ na powierzchnię rozdziału i oznaczmy

stałą odległość między spodkami tych prostopadłych przez d. Niech dalej EC będzie równe x.

Długość drogi optycznej wyrazi się wtedy wzorem

$$L = n_1 \cdot AC + n_1 CB = n_1 \sqrt{x^2 + y_1^2} + n_1 \sqrt{(d-x)^2 + y_2^2}$$

A i B znajdują się bowiem w tym samym środowisku o współczynniku załamania n_1. Zmienną wielkością w tym wzorze jest jedynie x, wyzna-



Rys. 24

czające położenie punktu padania C, warunkiem zatem maksimum lub minimum jest

$$\frac{dL}{dx} = \frac{d}{dx}\left(n_1 \sqrt{x^2 + y_1^2}\right) + \frac{d}{dx}\left(n_1 \sqrt{(d-x)^2 + y_2^2}\right) = 0$$

Różniczkując, otrzymujemy

$$\frac{n_1 x}{\sqrt{x^2 + y_1{}^2}} - \frac{n_1 (d-x)}{\sqrt{(d-x)^2 + y_2^2}} = 0$$

ale

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y_1^2}} = \sin\alpha \quad \text{i} \quad \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + y_2^2}} = \sin\beta,$$

a więc

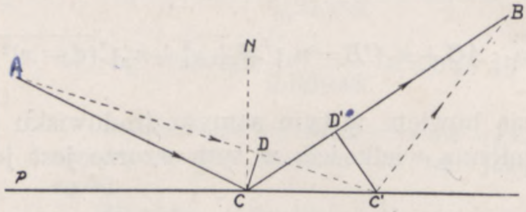
$$\sin\alpha = \sin\beta$$

co z uwagi, że ani α ani β nie mogą być większe od 90^0, daje równość

$$\alpha = \beta,$$

wyrażającą, o ile pominiemy znaki, prawo odbicia.

Do tego samego wyniku moglibyśmy dojść jeszcze inaczej. Porównajmy rzeczywistą drogę promienia ACB z nieskończenie bliską drogą $AC'B$ (rys. 25). Nie uwzględniając współczynnika załamania, który tym razem z uwagi na jednorod-



Rys. 25

ność środowiska żadnej roli nie odgrywa, różnicę dróg optycznych znajdujemy ze wzoru

$$(AC+CB)-(AC'+C'B)=CD'-C'D,$$

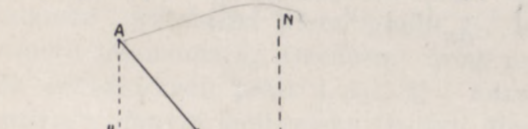
gdzie CD i $C'D'$ są prostopadłymi, opuszczonymi z punktów C i C' na promienie AC' i CB i nieskończenie mało się różniącymi od łuków kół, opisanych z A i B promieniami AC i BC'. Z $\Delta\ CD'C'$ i $\Delta\ CDC'$ znajdujemy

$$CD'=CC'\sin\sphericalangle D'C'C \text{ i } C'D=CC'\sin\sphericalangle DCC'.$$

Różnica zatem

$$CD'-C'D=CC'(\sin\sphericalangle D'C'C-\sin\sphericalangle DCC')$$

wtedy tylko jest nieskończenie mała w porównaniu z CC' lub z CD' i $C'D$, które są długościami tego samego rzędu wielkości, gdy $\sphericalangle D'C'C$ lub, co na jedno wychodzi, jego dopełnienie $D'CC'$ nieskończenie mało różni się od DCC'. Ten ostatni kąt jednak, zgodnie z założeniem, nieskończenie mało się różni od kąta ACP, promienie bowiem AC i AC' są nieskończenie bliskie; warunek więc Fermata sprowadza się do tego, aby kąty ACP i $BCC'=D'CC'$, a przeto i kąty ACN i NCB różniły się nieskończenie mało, innymi słowy, aby kąt padania równy był kątowi odbicia.



Rys. 26

Niech teraz P będzie płaską powierzchnią łamiącą (rys. 26), tak że A i B leżą w dwóch różnych środowiskach. Wprowadzając te same, co poprzednio, oznaczenia, warunek Fermata wyrazimy wzorem

$$\frac{d}{dx}\left(n_1\sqrt{x^2+y_1^2}\right)+\frac{d}{dx}\left(n_2\sqrt{(d-x)^2+y_2^2}\right)=0,$$

skąd uwzględniając, że

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y_1^2}}=\sin\alpha_1 \quad \text{i} \quad \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+y_2^2}}=\sin\alpha_2,$$

znajdujemy

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$$

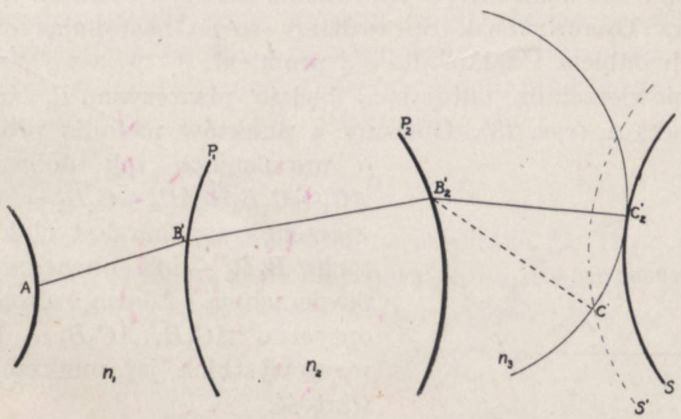
lub

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{n_2}{n_1},$$

zgodnie ze wzorem (2).

3. TWIERDZENIE MALUSA

Wykreślmy opierając się na prawach Descartes'a, bieg promieni, wychodzących z punktu świecącego A i podlegających odbiciom lub załamaniom na dowolnych powierzchniach rozdziału $P_1, P_2 \ldots$, oddzielających środowiska jednorodne i równokierunkowe o współczynnikach załamania $n_1, n_2 \ldots$ (rys. 27). Przetnijmy te promienie powierzchniami $S', S \ldots$ tak dobranymi, aby drogi optyczne wszystkich promieni, mie-



Rys. 27

rzone od punktu A do punktów przecięcia z daną powierzchnią S, miały dla danej powierzchni tę samą wartość, aby więc dla danej powierzchni (np) S

$$L = n_1 r_1 + n_2 r_2 + n_3 r_3 + \ldots = L'_0 = n_1 r'_1 + n_2 r'_2 + n_3 r'_3 + \ldots = K = \text{stałej} \quad (3)$$

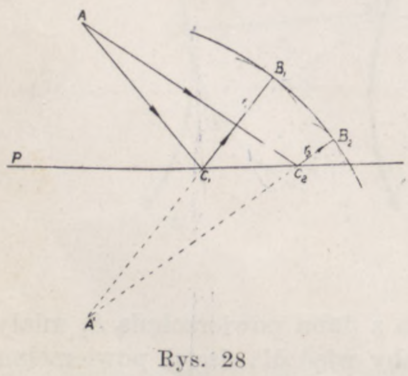
Różnym wartościom tej stałej będą odpowiadały różne powierzchnie S, które, oczywiście, nie mogą się wzajemnie przecinać. Powierzchnie te

nazwiemy *powierzchniami falowymi*, nie nadając jednak tymczasem temu terminowi żadnego znaczenia fizycznego i uważając powierzchnie te za twór wyłącznie geometryczny. Opierając się na zasadzie *Fermata*, udowodnimy, że promienie, wychodzące z tego samego źródła świetlnego (*izogeniczne*, gr. izos, równy, jednakowy, genos — ród, pochodzenie), odbijające się i załamujące na dowolnych powierzchniach rozdziału są zawsze normalne do każdej powierzchni falowej. Wniosek ten znany jest pod nazwą *twierdzenia Malusa*.

Opiszmy z punktu padania dowolnego promienia wychodzącego z A, np. z punktu B_2' promieniem $B_2'C_2'$ kulę styczną w punkcie C_2' do S; prosta $B_2'C_2'$, normalna do S, stanowić będzie wtedy przedłużenie optyczne promienia $AB_1'B_2'$. Istotnie, droga optyczna $AB_1'B_2'C_2'$ ma tę samą długość, co droga $AB_1'B_2'C'$, C' jednak leży na powierzchni S', na której stała wzoru (3) ma wartość K' mniejszą, niż K na powierzchni S, droga zatem $AB_1'B_2'C'$ nie jest rzeczywistą drogą promienia, zawsze bowiem możemy znaleźć między punktami A i C' drogę krótszą od K, równego drodze optycznej $AB_1'B_2'C'$. Podobnie będzie ze wszystkimi punktami kuli, opisanej z B_2' z wyjątkiem punktu C_2'. Prosta $B_2'C_2'$, prostopadła do S, jest istotną drogą promienia $AB_1'B_2'$ w środowisku n_3.

Odwrotnie, biorąc za punkt wyjścia twierdzenie *Malusa*, moglibyśmy, czego tu robić nie będziemy, wyprowadzić zasadę *Fermata* i, co za tym idzie, prawa *Descartes'a*. Sprawdzimy to na następujących prostych przykładach odbicia i załamania się promieni.

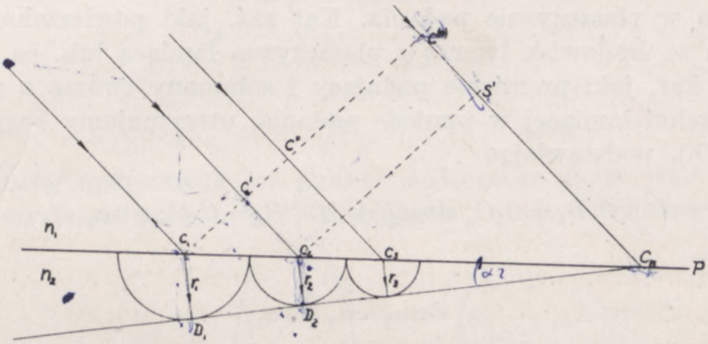
Niech powierzchnią odbijającą będzie płaszczyzna P, źródłem zaś światła punkt A (rys. 28). Opiszmy z punktów padania promieni kule o promieniach tak dobranych, aby $AC_1+C_1B_1=AC_2+C_2B_2=$ stałej. Powierzchnia styczna do tych kul w punktach B_1B_2 — ich obwiednia — będzie powierzchnią falową, drogi bowiem optyczne $AC_1B_1, AC_2B_2\ldots$ będą miały we wszystkich jej punktach tę samą wartość.


Rys. 28

Bieg promieni po odbiciu nie uległby żadnej zmianie, gdybyśmy usunęli płaszczyznę P i zastąpili punkt A symetrycznym do niego względem płaszczyzny P punktem A', leżącym w tym samym środowisku co A. Wtedy bowiem drogi optyczne $A'C_1B_1, A'C_2B_2\ldots$ również byłyby równe, powierzchnia falowa przechodziłaby więc przez te same punkty B_1, $B_2\ldots$ Wtedy jednak ta powierzchnia falowa byłaby kulą, gdyż powierzchnia prostopadła do promieni rozchodzących się z jednego

punktu w jednorodnym środowisku jest kulą. Taki też przeto kształt ma i powierzchnia falowa promieni odbitych. Stąd wynika, że promienie odbite $C_1B_1, C_2B_2\ldots$ stanowią przedłużenie promieni urojonych $A'C_1, A'C_2\ldots$, zatem kąt padania jest równy kątowi odbicia, a promienie padający i odbity leżą w jednej płaszczyznie.

Niech teraz płaska powierzchnia rozdziału będzie powierzchnią łamiącą, (rys. 29) oddzielającą środowisko o współczynniku n_1 od środowiska



Rys. 29

o współczynniku n_2. Przyjmijmy dla uproszczenia, że punkt świecący A jest dostatecznie odległy od P, abyśmy mogli uważać promienie, padające na powierzchnię łamiącą, za równoległe, powierzchnie zaś falowe tych promieni za płaszczyzny. Opiszmy z punktów padania $C_1, C_2\ldots$ kule o promieniach $r_1, r_2\ldots$ tak dobranych, aby

$$n_2 r_1 = n_1 \cdot C' C_2 + n_2 r_2 = n_1 \cdot C'' C_3 + n_2 r_3 = \ldots = n_1 \cdot C^{(n)} C_n \qquad \text{(a)}$$

Obwiednią tych kul, styczną do nich w punktach $D_1, D_2\ldots$, a więc powierzchnią falową promieni w środowisku drugim jest płaszczyzna. Mamy bowiem ze wzoru (a), podstawiając $C_1D_1 = r_1, C_2D_2 = r_2\ldots$

$$n_2 \cdot C_1 D_1 = n_1 \cdot C^{(n)} C_n \qquad \text{(b)}$$

$$n_2 \cdot C_2 D_2 = n_1 \cdot C^{(n)} C_n - n_1 \cdot C' C_2 = n_1 (C^{(n)} C_n - C' C_2) = n_1 S' C_n,$$

skąd

$$\frac{C_1 D_1}{C_2 D_2} = \frac{C^{(n)} C_n}{C_n S'}$$

Z trójkątów prostokątnych $C_1 C^{(n)} C_n$ i $C_2 S' C_n$ otrzymujemy

$$\frac{C^{(n)} C_n}{S' C_n} = \frac{C_1 C_n}{C_2 C_n},$$

tak, że ostatecznie mamy

$$\frac{C_1 D_1}{C_2 D_2} = \frac{C_1 C_n}{C_2 C_n}.$$

Ślad zatem powierzchni falowej na płaszczyźnie rysunku jest linią prostą; powierzchnia falowa promieni załamanych jest, podobnie jak powierzchnia falowa promieni padających, falą płaską. Promienie załamane leżą przeto w płaszczyźnie padania. Kąt zaś, jaki powierzchnie falowe w każdym ze środowisk tworzą z płaszczyzną łamiącą lub, co na jedno wychodzi, kąt, jaki promienie padający i załamany tworzą z normalną do powierzchni łamiącej w punkcie padania, otrzymujemy bezpośrednio ze wzoru (b), podstawiając

$$C_1 D_1 = C_1 C_n \sin a_2 \quad \text{i} \quad C^{(n)} C_n = C_1 C_n \sin a_1,$$

skąd mamy

$$n_2 \sin a_2 = n_1 \sin a_1,$$

zgodnie z prawem Descartes'a.

Twierdzenie Malusa, zasada Fermata i prawo Descartes'a są więc całkowicie równoważne i obowiązują w tych samych granicach, w jakich bez znaczniejszego błędu można prawo prostoliniowego rozchodzenia się światła uważać za słuszne.

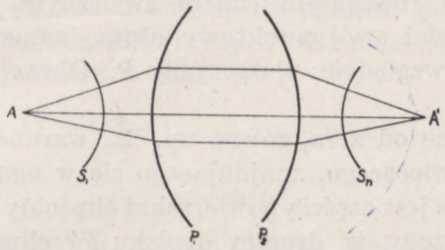
We wszystkich tych przypadkach badanie biegu promieni odbitych i załamanych sprowadza się do rozważań wyłącznie geometrycznych, skąd też nazwa optyki geometrycznej, jaką nadajemy tej części fizyki.

4. POWSTAWANIE OBRAZÓW. — WARUNEK STYGMATYZMU

Jeżeli promienie wychodzące ze świecącego punktu A po szeregu odbić i załamań przetną się znów w jednym punkcie A', punkt A' będzie obrazem punktu A, układ zaś powierzchni odbijających i załamujących dane promienie — układem stygmatycznym (gr. i łac. stigma — piętno).

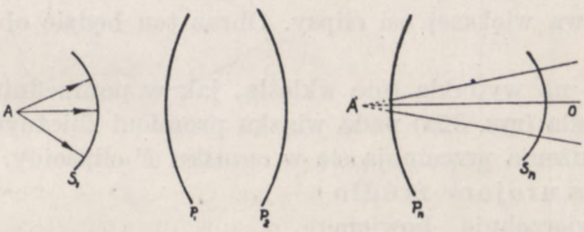
Aby tak było, powierzchnie falowe w ostatnim środowisku — tym, w którym powstaje obraz A' — muszą być kulami współśrodkowymi o środku w punkcie A', tylko wtedy bowiem promienie, wychodzące z układu i prostopadłe do powierzchni falowej, przecinają się w jednym punkcie. Niech $P_1, P_2 \dots P_n$ będą powierzchniami rozdziału, S_n — kulistą powierzchnią falową w ostatnim środowisku. Gdy powierzchnia ta zwrócona jest do oka obserwatora wklęsłością, obraz A' jest obrazem rzeczywistym, w którym istotnie przecinają się promienie, wy-

chodzące z układu (rys. 30); gdy powierzchnia ta zwrócona jest wypukłością, obraz A' jest obrazem urojonym, w którym przecinają się przedłużenia promieni wychodzących (rys. 31). W obu przypadkach



Rys. 30

długości dróg optycznych od punktu świecącego A do jego obrazu A' są dla wszystkich promieni, wychodzących z A i przechodzących przez



Rys. 31

układ, jednakowe, jak to wynika z określenia powierzchni falowej i faktu, że wszystkie punkty powierzchni S_n są jednakowo odległe od A'. Mamy więc

$$L_{AA'} = n_1 r_1 + n_2 r_2 + n_3 r_3 + \ldots + n_n r_n = \text{stałej}. \quad (4)$$

W przypadku, gdy promienie podlegają w układzie jedynie odbiciu, a więc gdy powierzchnie rozdziału są zwierciadłami,

$$n_1 = n_2 = \ldots = n_n$$

i

$$L_{AA'} = r_1 + r_2 + \ldots + r_n = \text{stałej}. \quad (4a)$$

Tego rodzaju układ nazywamy **katoptrycznym**.

W prostym przypadku jednej powierzchni odbijającej warunek stygmatyzmu wyraża się wzorem

$$L_{AA'} = r_1 + r_2 = \text{stałej} = C \quad (4b)$$

Kładąc $C = 0$, znajdujemy, że

$$r_1 = -r_2,$$

a więc przypadek, rozpatrywany w ustępie poprzednim, płaskiej powierzchni odbijającej, gdzie drogi optyczne po stronie przeciwnej, do tej

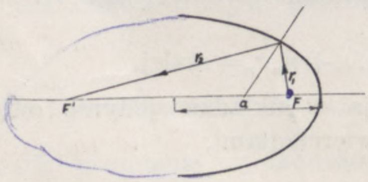
po której znajduje się punkt świecący A, bierzemy ze znakiem ujemnym (rys. 28). Warunek ten będzie spełniony dla każdego położenia punktu A względem powierzchni P. Jeżeli więc punkt A zastąpimy szeregiem punktów świetlnych lub rozciągłym ciałem świecącym, każdy z punktów tego ciała będzie miał swój punktowy obraz, symetryczny do danego punktu świetlnego względem płaszczyzny P. Obraz ten będzie zawsze obrazem urojonym.

Jeżeli C jest różne od zera, równe np. 2a, warunek (4b) będzie spełniony dla punktu świecącego, znajdującego się w ognisku F zwierciadła, którego powierzchnia jest częścią powierzchni elipsoidy obrotowej (rys. 32). Obraz powstanie wtedy w drugim ognisku F' elipsoidy, dla każdego bowiem promienia, wychodzącego z F i dochodzącego do F', będziemy mieli

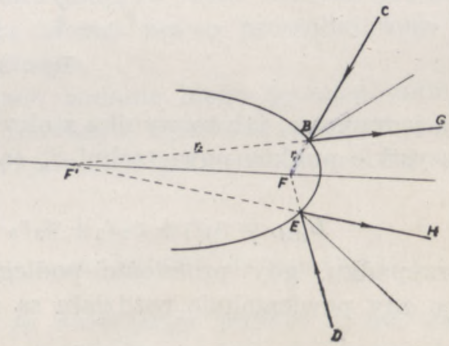
$$r_1 + r_2 = 2a,$$

gdzie a — połowa większej osi elipsy. Obraz ten będzie obrazem rzeczywistym.

Niech teraz na wypukłą (nie wklęsłą, jak w poprzednim przypadku) stronę zwierciadła (rys. 32a) pada wiązka promieni zbieżnych $CB, DE\ldots$, których przedłużenia przecinają się w ognisku F elipsoidy. Punkt F możemy uważać za urojone źródło światła, powierzchnie bowiem falowe promieni padających są kulami o wspólnym środku w F. Przedłużenia promieni odbitych



Rys. 32



Rys. 32a

$BG, EH\ldots$ przecinać się będą w punkcie F' drugim ognisku elipsoidy, gdyż drogi optyczne (tym razem urojone)

$$r_1 + r_2$$

będą miały dla wszystkich promieni tę samą wartość. Urojone więc źródło światła da w takim zwierciadle urojony swój obraz.

Jeżeli zwierciadło eliptyczne zastąpimy hiperbolicznym i umieścimy punkt świecący tak, aby promienie odbijały się od wklęsłej strony zwier-

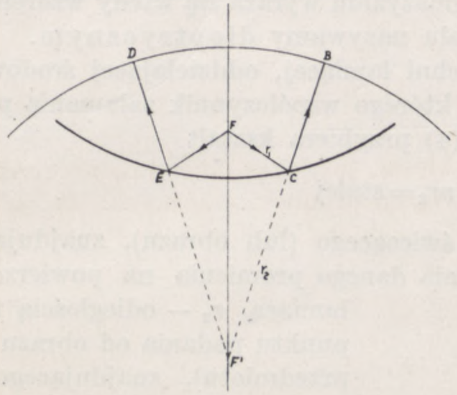
ciadła (rys. 33), promienie odbite dadzą obraz urojony w drugim ognisku F'. Istotnie, opiszmy z F' kulę promieniem $F'B=R$. Aby kula ta była powierzchnią falową promieni odbitych, droga optyczna każdego promienia, mierzona od źródła światła do punktu, w którym dany promień przecina powierzchnię falową (np. FCB) musi mieć dla wszystkich promieni wartość jednakową a więc

$$FC+CB=r_1+R-r_2=\text{stałej},$$

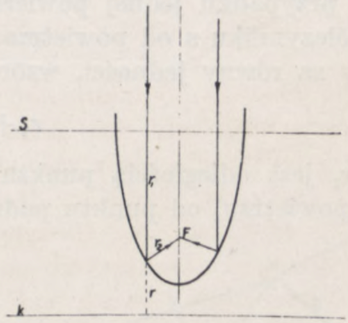
skąd

$$r_1-r_2=\text{stałej},$$

temu zaś warunkowi czynią zadość ogniska hiperboli. Odwrotnie, gdy promieniami padającymi są $BC, DE\ldots$, których przedłużenia przeci-



Rys. 33



Rys. 34

nają się w F', a więc gdy punkt świecący jest urojony, promienie odbite przetną się w F, dając obraz rzeczywisty tego punktu.

Gdy źródło światła jest w nieskończoności, gdy więc promienie padające są równoległe, warunkowi stygmatyzmu czynić będzie zadość powierzchnia zwierciadlana, stanowiąca część paraboloidy obrotowej, o osi równoległej do kierunku promieni. Obraz rzeczywisty powstanie w ognisku paraboli F (rys. 34).

Niech S będzie płaską powierzchnią falową promieni padających, prostopadłą w myśl założenia do osi paraboloidy i równoległą do płaszczyzny kierowniczej K paraboloidy. Zgodnie z określeniem powierzchni falowej drogi optyczne wszystkich promieni od nieskończenie odległego punktu świecącego do danej powierzchni S są jednakowe, pozostałe zaś drogi

$$r_1+r_2,$$

jakie każdy z promieni przebiega od tej powierzchni do zwierciadła i po odbiciu do ogniska F, są też wzajemne równe; z własności bowiem pa-

raboli wynika, że każdy z jej punktów znajduje się w tej samej odległości od kierownicy, co i od ogniska, tak że mamy

$$r_2 = r,$$

z drugiej zaś strony

$$r_1 + r = d$$

wobec czego

$$r_1 + r_2 = \text{stałej}.$$

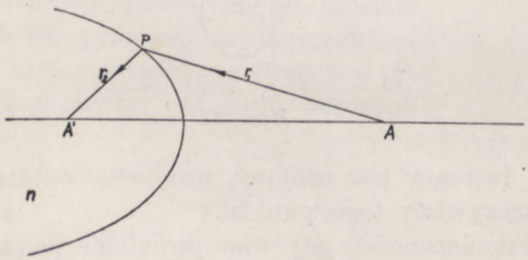
Odwrotnie, gdy punkt świecący znajduje się w ognisku paraboloidy, jego obraz rzeczywisty powstaje w nieskończenie wielkiej odległości od zwierciadła.

Przypuśćmy teraz, że powierzchniami rozdziału środowisk są powierzchnie łamiące. Warunek stygmatyzmu wyraża się wtedy wzorem (4). Układ takich powierzchni rozdziału nazywamy dioptrycznym.

W przypadku jednej powierzchni łamiącej, oddzielającej środowisko o współczynniku n od powietrza, którego współczynnik załamania przyjmiemy za równy jedności, wzór (4) przybiera kształt

$$r_1 + nr_2 = \text{stałej} \tag{4c}$$

gdzie r_1 jest odległością punktu świecącego (lub obrazu), znajdującego się w powietrzu, od punktu padania danego promienia na powierzchnię łamiącą, r_2 — odległością tegoż punktu padania od obrazu (lub przedmiotu), znajdującego się w środowisku o współczynniku n. Warunkowi temu czynią zadość powierzchnie, których przekrój przez płaszczyznę rysunku jest krzywą, nazywaną owalem Descartes'a (rys. 35). Punkty A i A', wyznaczające położenie punktu świecącego i obrazu są ogniskami tej krzywej.



Rys. 36

Maxwell dał prosty sposób wykreślania owalów. Niech n będzie np. 1,5 (co odpowiada współczynnikowi załamania zwykłego szkła). Mamy wtedy

$$r_1 + 1{,}5 r_2 = \text{stałej} \quad \text{lub} \quad 2r_1 + 3r_2 = \text{stałej}.$$

Przymocowujemy nitkę odpowiedniej długości w A', okręcamy ją około ołówka P, następnie jeszcze raz około A', naciągamy ją znów na ołówek i prowadzimy do A, gdzie ją okręcamy, i koniec swobodny przymocowujemy do P. Wodząc ołówkiem, kreślimy owal. Ponieważ długość nitki jest stała, warunek (4c) jest spełniony.

Gdy promienie padające na powierzchnię łamiącą, tworzą wiązkę równoległą, warunkowi stygmatyzmu czyni zadość obrotowa powierzchnia łamiąca o przekroju eliptycznym. Powierzchnia ta daje w ognisku elipsy obraz rzeczywisty, gdy pro-

mienie, idące ze środowiska rzadszego do gęstszego, padają na wypukłą stronę tej powierzchni, urojony, gdy padają na wklęsłą jej stronę. Gdy powierzchnia łamiąca ma kształt hiperboloidy obrotowej, promienie równoległe, idące ze środowiska rzadszego do gęstszego i padające na wklęsłą stronę powierzchni, dają obraz rzeczywisty w ognisku hiperboli, promienie zaś padające na wypukłą stronę — obraz urojony (też w ognisku). Twierdzeń tych dowodzić tu nie będziemy.

Z rozważań powyższych wynika, że jedynie płaska powierzchnia odbijająca czyni zadość warunkowi stygmatyzmu przy wszystkich położeniach punktu świetlnego. Inne powierzchnie odbijające i wszystkie powierzchnie łamiące są stygmatyczne jedynie dla pewnych, ściśle określonych położeń punktowego źródła światła.

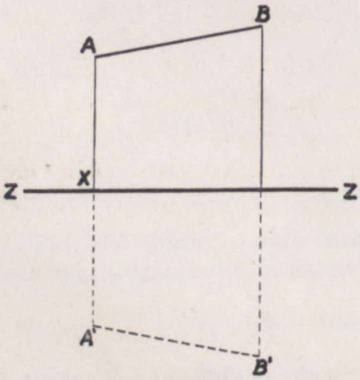
Rozdział III

ODBIJANIE I ZAŁAMANIE PROMIENI NA POWIERZCHNIACH PŁASKICH

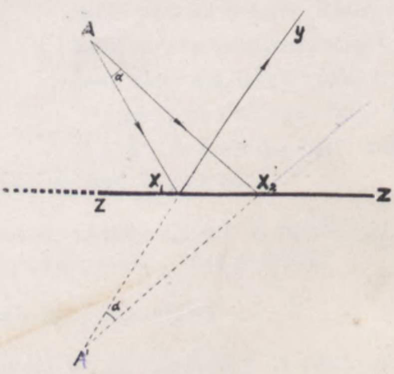
1. OBRAZY W ZWIERCIADLE PŁASKIM

Umieśćmy przed płaskim zwierciadłem ZZ rozciągły przedmiot AB (rys. 36). Dla wyznaczenia położenia obrazu któregokolwiek punktu przedmiotu, np. A, wystarcza opuścić z tego punktu prostopadłą AX do powierzchni odbijającej i odłożyć na niej po drugiej stronie zwierciadła odcinek $A'X=AX$. Gdy punkt A jest tak położony, że prostopadła AX nie przecina zwierciadła, wtedy odcinek $A'X$ odkładamy od punktu przecięcia prostopadłej z przedłużeniem powierzchni zwierciadła (rys. 37). Punkt A' jest, jak to łatwo sprawdzić, i w tym przypadku obrazem punktu A.

Punkty A i A' są **punktami sprzężonymi**. Każdemu promieniowi, np. AX_1, wychodzącemu z punktu A i padającemu na zwierciadło, odpowiada promień (w tym przypadku urojony) $A'X_1$, przecho-



Rys. 36

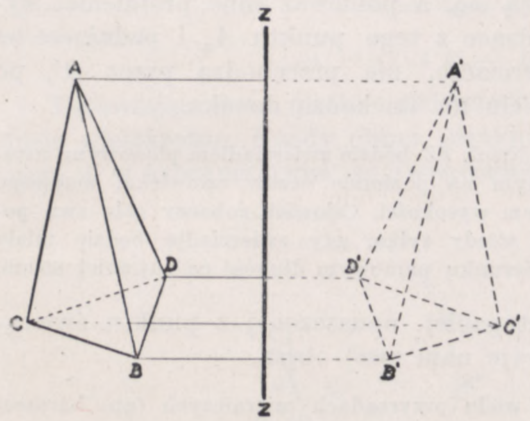


Rys. 37

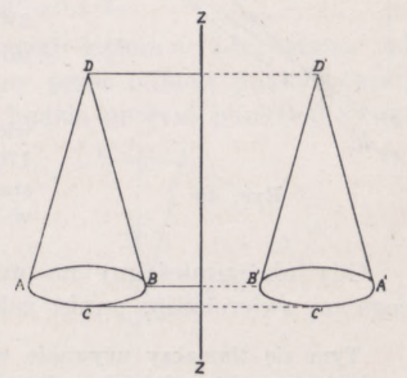
dzący przez punkt A' i stanowiący przedłużenie promienia odbitego X_1Y. Promienie AX_1 i $A'X_1$ są **promieniami sprzężonymi**. Kąt α jaki tworzą ze sobą dwa dowolne promienie, wychodzące z A, jest, jak to,

bez trudu można udowodnić, równy kątowi, jaki tworzą odpowiednie promienie sprzężone. Zbieżność wiązki promieni, której miarą jest kąt między skrajnymi jej promieniami, nie ulega na skutek odbicia zmianie; stosunek przeto zbieżności wiązki padającej i odbitej ma dla wszystkich wiązek, wychodzących z A wartość jednakową, równą jedności.

Stąd wynika, że obraz jest równy i podobny do przedmiotu. Układy optyczne, dające obrazy podobne geometrycznie do przedmiotów, nazywamy ortoskopowymi (gr. orthos — prosty, skopejn — patrzeć). Płaska powierzchnia odbijająca jest przeto i stygmatyczna i ortoskopowa dla dowolnego położenia punktu świecącego. Symetryczność jednak obrazu i przedmiotu będzie w tym przypadku szczególnego rodzaju. Punkty, leżące bliżej powierzchni zwierciadła dadzą obrazy bliżej położone, leżące dalej — dalej położone; prawa strona przedmiotu będzie



Rys. 38



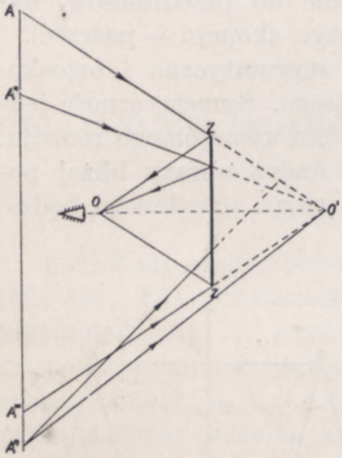
Rys. 39

lewą obrazu. Tak np. odbiciem bryły $ABCD$ (rys. 38) będzie bryła $A'B'C'D'$, równa i podobna, której jednak nie będzie można nałożyć na bryłę $ABCD$ ani przez przesunięcie obrazu równolegle do niego samego ani przez obrót dookoła osi równoległej do płaszczyzny zwierciadła ani też przez oba te ruchy razem. Jeżeli jednak przedmiot jest bryłą symetryczną względem płaszczyzny prostopadłej do powierzchni zwierciadła, np. ostrosłupem $ABCD$ wtedy wystarczy obraz obrócić o 180^0 dookoła osi, leżącej w jego płaszczyznie symetrii, aby otrzymać bryłę, którą można przez równoległe przesunięcie nałożyć na bryłę $ABCD$. Brył o takich własnościach jest bardzo wiele, że wymienimy tytułem przykładu sześcian i kołowy stożek prosty (rys. 39); do nich należy i ciało ludzkie.

Symetria przedmiotu i jego obrazu w zwierciadle płaskim jest szczególnym przypadkiem tzw. symetrii drugiego rodzaju*.

* M. Grotowski. Wykłady fizyki. Tom II. Rozdz. III, ust. 12.

Pole zwierciadła to znaczy ta część przestrzeni, którą przez odbicie możemy widzieć jednocześnie w zwierciadle, zależy zarówno od położenia oka obserwatora, jak i rozmiarów zwierciadła. Pole to ograniczone jest stożkiem, którego wierzchołek leży w punkcie O', odbicia oka w zwierciadle, tworzące zaś przechodzą przez obwód zwierciadła. Promienie, wychodzące z punktów świecących A', A'', A''' (rys. 40) i przechodzące przez punkt O', po odbiciu przechodzą przez oko O; gdyby bowiem O było przedmiotem świecącym, O' — jego obrazem, każdy promień wychodzący z O po odbiciu przechodziłby przez O'. Promienie $A_n O'$, przechodzące przez O' poza stożkiem, nie trafiają w powierzchnię zwierciadła i nie od bijają się, a ponieważ inne promienie, wychodzące z tego punktu A_n i padające na zwierciadło, nie przechodzą przez O', po odbiciu nie dochodzą do oka.

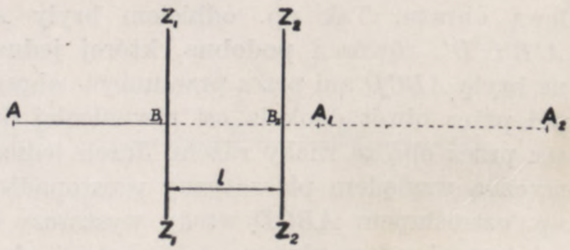


Rys. 40

Niech ZZ będzie zwierciadłem pionowym, ustawionym na poziomie oczów człowieka, mającego 170 cm wysokości. Człowiek zobaczy całą swą postać wtedy tylko, gdy zwierciadło będzie miało w kierunku pionowym długość co najmniej 85 cm.

Gdy oko umieścimy na prostopadłej, opuszczonej z punktu świecącego na zwierciadło, punkt zakryje nam swój obraz.

Tym się tłumaczy używanie w wielu przyrządach mierniczych (np. barometrach rtęciowych) podziałek wytrawionych na zwierciadle. Chcąc dokładnie odczytać położenie danego przedmiotu (np. górnego meniska słupka rtęci) na skali, ustawiamy oko tak, aby nie widzieć odbicia przedmiotu w zwierciadle. Jeżeli jednocześnie nie widzimy odbicia odpowiedniej podziałki, możemy być pewni, że podziałka ta i dany przedmiot leżą na prostopadłej, opuszczonej z oka na powierzchnię zwierciadła.



Rys. 41

Przesuwając zwierciadło równolegle do niego samego z początkowego położenia Z_1Z_1 (rys. 41) do odległego o l położenia Z_2Z_2, powodujemy przesunięcie się obrazu o $2l$. Mamy bowiem

$$A_2B_2 = AB_2 = AB_1 + l = B_1A_1 + l = l + B_2A_1 + l,$$

skąd

$$B_2A_2 - B_2A_1 = A_1A_2 = 2l \tag{1}$$

Obracając zwierciadło koło osi O, leżącej w płaszczyznie zwierciadła (rys. 42, gdzie oś obrotu jest prostopadła do płaszczyzny rysunku), otrzymamy obrazy $A'A''\ldots$, leżące w tej samej, co punkt świecący A odległości od osi, a więc rozmieszczone na obwodzie koła o promieniu OA. Obrotowi zwierciadła o kąt α odpowiadać będzie obrót prostej OA' o kąt 2α do położenia OA''. Gdy zwierciadło wykonywa n obrotów na minutę, obraz wykonywa $2n$ obrotów.

Oznaczając przez β kąt, jaki prosta OA tworzy z prostą OB_1 mamy na długość łuku $A'B_1$ wzór

$$\smile AB_1 = \smile A'B_1 = OA \cdot \beta,$$

skąd

$$\smile AB_2 = OA\,(\alpha+\beta)$$

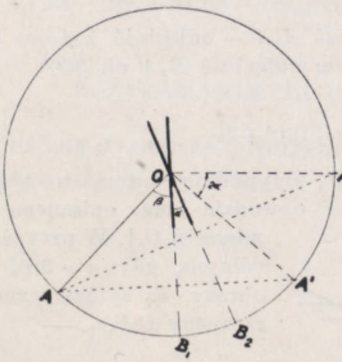
Długość łuku $A''B_2$ równa długości łuku AB_2 wynosi

$$\smile A''B_2 = OA\,(\alpha+\beta),$$

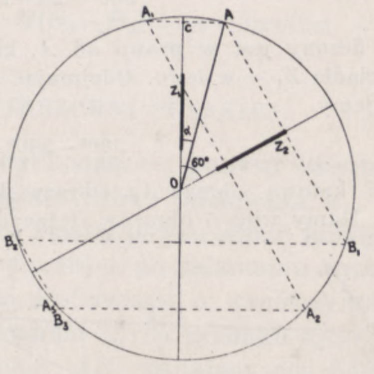
wobec czego

$$\smile A'A'' = \smile A'B_2 + \smile B_2A'' = OA \cdot 2\alpha.$$

Ustawiając dwa płaskie zwierciadła pod kątem Θ otrzymamy odbicie wielokrotne. Każdy obraz, otrzymany przez odbicie punktu świetlnego A w którymkolwiek ze zwierciadeł, będzie nowym punktem świetl-



Rys. 42



Rys. 43

nym (urojonym), odbijającym się w zwierciadle drugim. Gdy np. kąt $\Theta = 60^0$, otrzymamy 5 obrazów, co łącznie z punktem świecącym (rzeczywistym) A da nam 6 punktów świetlnych.

Niech O oznacza ślad prostej, wzdłuż której przecinają się płaszczyzny zwierciadeł, prostopadłe do płaszczyzny rysunku (rys. 43) i niech $\sphericalangle Z_1OA$, wyznaczający odległość kątową punktu świetlnego A od zwierciadła Z_1, będzie równy α, kąt zaś $Z_1OZ_2 = 60^0$. Obraz A_1 punktu A w zwierciadle Z_1 powstaje po drugiej stronie zwierciadła w tej samej, co A, odległości kątowej od Z_1. Odległość obrazu A_1 od O równa jest odległości punktu A od O, z trójkątów bowiem OA_1C i OAC otrzymujemy

$$OA_1 = \frac{OC}{\cos\alpha} = OA.$$

Obraz A_1 daje w zwierciadle Z_2 obraz A_2, leżący w tej samej odległości od O co A_1. Odległość kątowa A_1 od Z_2 wynosi 60^0+a, odległość zatem A_2 od A

$$120^0+2a-2a=120^0.$$

Odbicie A_2 w zwierciadle Z_1 daje obraz A_3. Odległość kątowa A_2 od Z_1 wynosi 120^0+a, wobec czego odległość kątowa $A_3Z_1A_2$ równa jest 240^0+2a, odległość zatem A_3A

$$240^0+2a-120^0=120^0+2a.$$

W zwierciadle Z_2 obraz A powstaje w punkcie B_1, leżącym od O w tej samej odległości, co A; odległość kątowa $B_1Z_2=60^0-a$, skąd $B_1A=120^0-2a$. Odbicie B_1 w zwierciadle Z_2 daje obraz B_2. Odległość kątowa B_1Z_1 równa jest 120^0-a, wobec czego B_2B_1 wynosi 240^0-2a i B_2A

$$240^0-2a-120^0+2a=120^0,$$

a zatem punkt ten leży symetrycznie do A_2 względem płaszczyzny prostopadłej do płaszczyzny rysunku i przechodzącej przez OA.

Odbicie B_2 w zwierciadle Z_2 daje obraz B_3. Odległość kątowa B_2Z_2 równa jest

$$120^0+\sphericalangle AOZ_2=180^0-a$$

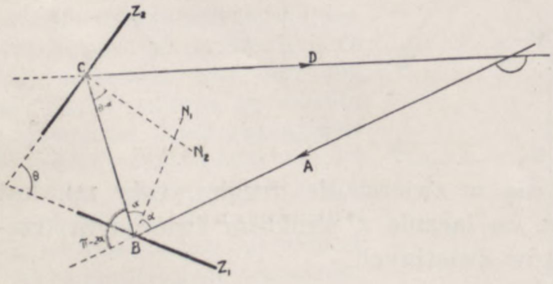
wobec czego odległość B_3B_2 wynosi 360^0-2a i wreszcie odległość kątowa B_3A

$$360^0-2a-120^0=240^0-2a,$$

kąt ten liczony jest w prawo od A, kąt zaś A_3A — odległość kątowa obrazu A_3 w zwierciadle Z_1 — w lewo. Odejmując zatem odległość B_3A od 360^0 otrzymujemy

$$360^0-240^0+2a=120^0+2a$$

odległość kątową obrazu A_3. Obrazy A_3 i B_3 przypadają zatem w tym samym punkcie. Mamy więc 5 obrazów, leżących na obwodzie koła, opisanego z O promieniem OA. W przypadku szczególnym, gdy $a=30^0$, wszystkie obrazy są symetryczne do płaszczyzny OA.



Rys. 44

Odchylenie od pierwotnego kierunku, jakiego doznaje promień na skutek odbicia kolejno od dwóch tworzących dowolny kąt Θ zwierciadeł, (rys. 44) jest sumą odchyleń przy odbiciu od zwierciadeł poszczególnych. Niech a będzie kątem padania na zwierciadło Z_1 promienia AB, promień odbity tworzy z kierunkiem promienia padającego kąt $\pi-2a$. Kąt padania na zwierciadło Z_2 jest równy

$$\pi-(\pi-\Theta)-a=\Theta-a,$$

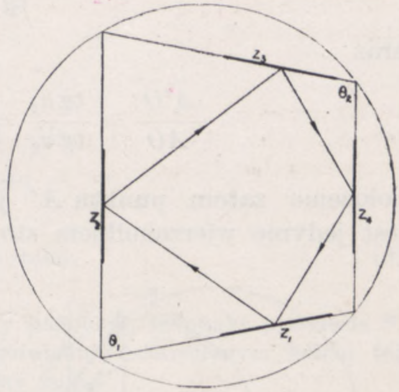
promień CD tworzy więc z promieniem BC kąt

$$\pi-2\Theta+2\alpha,$$

z promieniem zaś AB

$$\pi-2\Theta+2\alpha+\pi-2\alpha=2\pi-2\Theta. \quad (2)$$

Odchylenie jest przeto niezależne od kąta padania, zależy jedynie od kąta, jaki tworzą płaszczyzny zwierciadeł. Promień odbity kolejno od czterech płaskich zwierciadeł, ustawionych w ten sposób, aby przecięcie ich płaszczyzn płaszczyzną padania dawało czworobok, wpisany w koło (rys. 45) posiada ostatecznie ten sam, co poprzednio kierunek. Odchylenie bowiem wyrazi się wzorem

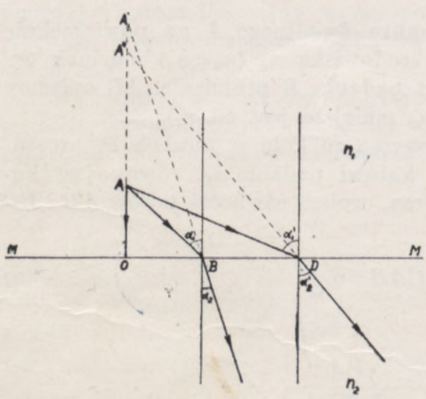


Rys. 45

$$(2\pi-2\Theta_1)+(2\pi-2\Theta_2)=4\pi-2(\Theta_1+\Theta_2)=4\pi-2\pi=2\pi$$

2. ZAŁAMANIE NA POWIERZCHNI PŁASKIEJ

Przypuśćmy teraz, że promienie, wychodzące z punktu świetlnego A, znajdującego się w środowisku o współczynniku załamania n_1, padają na płaską powierzchnię łamiącą MM (rys. 46) i po załamaniu przechodzą do środowiska o współczynniku załamania n_2 (na rysunku $n_2>n_1$). Promień AB, padający na powierzchnię rozdziału pod kątem α_1, załamuje się pod kątem α_2, związanym z α_1 wzorem Descartes'a,



Rys. 46

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{n_2}{n_1}$$

Przedłużenia tego promienia oraz promienia AO, padającego prostopadle wzdłuż tzw. osi powierzchni łamiącej dla punktu A, przecinają się w punkcie A'. Punkt ten byłby więc obrazem urojonym punktu A,

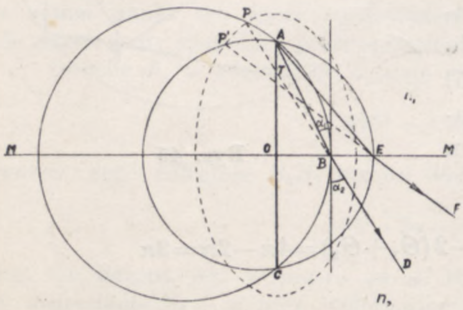
gdyby przedłużenia wszystkich promieni załamujących się ($AO, AB, AD\ldots$) przecinały się w tym punkcie. Tak jednakże nie jest, mamy bowiem

$$AO = OB \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \quad \text{i} \quad A'O = OB \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2}$$

oraz

$$\frac{A'O}{AO} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1},$$

położenie zatem punktu A' jest funkcją kąta padania α_1. Punkt A' jest jedynie wierzchołkiem stożka promieni załamanych pod kątem α_2, a więc padających pod kątem α_1. Promienie, padające pod innymi kątami (np. α'_1 promień AD), przecinają oś w innych punktach. Płaska powierzchnia łamiąca jest, jak to można było przewidzieć z góry na podstawie rozważań ust. 4, rozdz. II, powierzchnią astygmatyczną.



Rys. 47

Miejscem geometrycznym przecięcia się poszczególnych wiązek promieni jest pewna powierzchnia, która w rozpatrywanym przez nas przypadku astygmatyzmu spowodowanego przez załamanie, nosi nazwę diakaustyki (gr. kaustikos — palący).

Odłóżmy na normalnej, opuszczonej z punktu świetlnego A na powierzchnię rozdziału MM, oddzielającą środowisko n_1 od środowiska n_2 ($n_2 < n_1$), odcinek OC równy AO i przez punkty A, C oraz punkt padania B promienia AB opiszmy koło, którego cięciwą jest AC (rys. 47), gdzie n_2 mniejsze jest od n_1).

Przedłużenie promienia załamanego BD przecina to koło w punkcie P, prostopadłą zaś AO w punkcie T. Kąt CAB, równy kątowi padania α_1, równy jest kątowi CPB, opierającemu się o ten sam łuk CB, oraz, wobec równości łuków AB i BC kątowi BPA, tak że mamy

$$\sphericalangle CPB = \sphericalangle BPA = \sphericalangle CAB = \alpha_1 \tag{a}$$

Z trójkąta TPA znajdujemy

$$\frac{AT}{\sin TPA} = \frac{AT}{\sin BPA} = \frac{PA}{\sin PTA}$$

lub, uwzględniając równość (a) oraz to, że $PTA = \alpha_2$,

$$\frac{AT}{PA} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{i} \quad n_1 \cdot AT = n_2 PA \tag{b}$$

Promień BP jest dwusieczną kąta CPA, tak że mamy

$$CP:CT=PA:AT,$$

$$\frac{CP}{CT}=\frac{PA}{AT}=\frac{n_1}{n_2},$$

skąd

$$n_1 CT=n_2 CP. \tag{c}$$

Dodając (b) i (c) otrzymujemy

$$n_1(AT+CT)=n_2(PA+CP)$$

$$n_1 AC=n_2(PA+CP)$$

lub

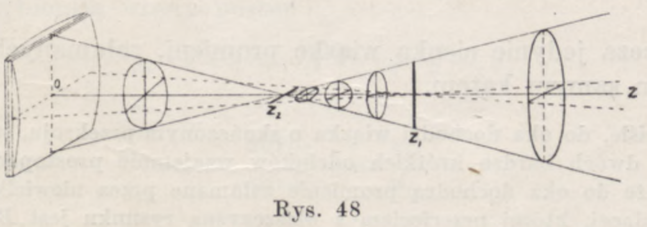
$$PA+CP=\frac{n_1}{n_2}AC=\text{stałej}. \tag{d}$$

Biorąc inny punkt padania (np. E) znaleźlibyśmy podobnie, że punkt przecięcia P' przedłużonego promienia załamanego EF z odpowiednio nakreślonym kołem też czyniłby zadość warunkowi (d), tak że mielibyśmy znów

$$P'A+CP'=\frac{n_1}{n_2}AC=\text{stałej}.$$

Miejscem więc geometrycznym punktów P jest w przypadku przez nas rozpatrywanym ($n_2<n_1$) elipsa, której ogniskami są punkty A i C, długość zaś osi większej równa jest $\frac{n_1}{n_2}AC$. Promienie załamane $BD, EF\ldots$, jako dwusieczne kątów CPA i $CP'A$, są do niej prostopadłe. Obracając elipsę dookoła osi symetrii OA, otrzymujemy elipsoidę obrotową, do której wszystkie promienie, wychodzące z A są po załamaniu na powierzchni MM prostopadłe. Jest ona więc powierzchnią falową promieni załamanych. Fala kulista staje się przeto po załamaniu na powierzchni płaskiej elipsoidalną. Gdy $n_2>n_1$ powierzchnią falową promieni załamanych jest, czego tu wyprowadzać nie będziemy, hiperboloida obrotowa, o tych samych ogniskach A, C.

W żadnym z tych dwóch przypadków promienie nie przecinają się w jednym punkcie. Wyodrębnijmy (np. przez użycie kolistego ekranu) cienką wiązkę promieni, prostopadłych do jakiegoś elementu powierzchni falowej i niech OZ wyznacza kie-

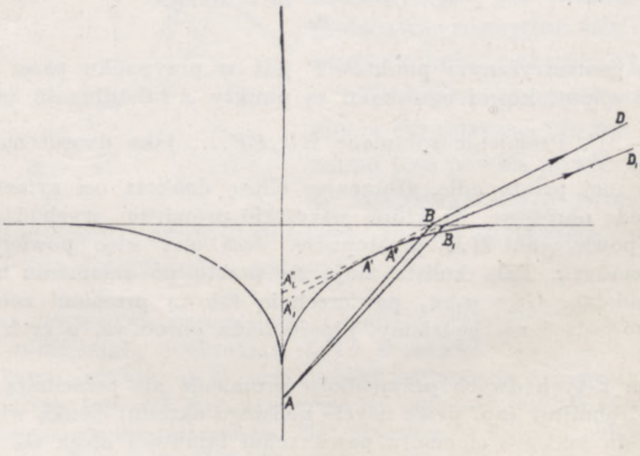


Rys. 48

runek środkowego promienia tej wiązki (rys. 48). Promienie tej wiązki uporządkujemy według dwóch głównych płaszczyzn krzywizny danego elementu powierzchni falowej. Promienie, leżące w tych płaszczyznach, przecinają promień środkowy OZ

w odpowiednich środkach krzywizny tych przekrojów. W tych punktach cała wiązka się spłaszcza, tak że w pobliżu ich możemy uważać promienie za leżące w jednej płaszczyźnie i przechodzące przez dwie proste (Z_2 i Z_1 na rys. 48, gdzie Z_2 odpowiada położeniu środka największej, Z_1 — najmniejszej krzywizny). Są to tzw. ogniskowe wiązki. Z_2 ogniskowa styczna (tangencjalna), prostopadła do płaszczyzny rysunku, Z_1 — ogniskowa radialna (sagitalna — łac. sagitta — strzała), leżąca w płaszczyźnie rysunku. Miejscem geometrycznym tych ogniskowych jest powierzchnia kaustyczna lub w przypadku szczególnym, gdy chodzi o załamanie, diakaustyczna. Powierzchnia ta jest przeto dwupowłokowa. Można ją wykreślić, wyznaczając miejsce geometryczne środków krzywizny danej powierzchni falowej. Rachunku tego wykonywać nie będziemy. Gdy, jak w rozpatrywanym przypadku, powierzchnia falowa jest powierzchnią obrotową, której osią obrotu jest oś symetrii *AO* układu optycznego, jedna z powłok kaustyki sprowadza się do odcinka osi — jest to tzw. powłoka zwyrodniała.

W często spotykanym w praktyce przypadku, gdy punkt świecący *A* leży w środowisku optycznie gęstszym, diakaustyka ma kształt taki, jak na rys. 49. Promienie załamane $BD, B_1D_1 \dots$ zdają się wychodzić z punktów $A', A'' \dots$ Mimo to jednak możemy widzieć dokładnie przedmioty, znajdujące się np. pod wodą, niewielkie bowiem pole naszej źre-



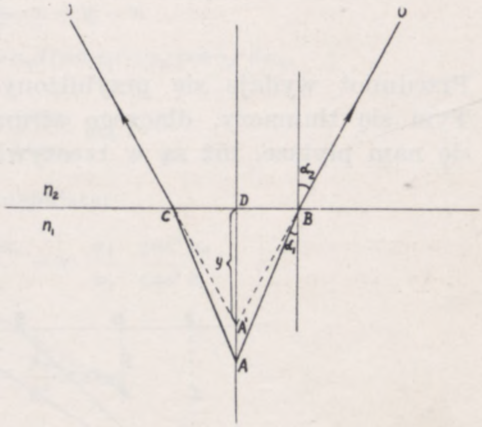
Rys. 49

nicy dopuszcza jedynie cienką wiązkę promieni, załamanych mniej więcej pod tym samym kątem.

Biorąc ściśle, do oka dochodzi wiązka o skończonym przekroju, styczna do kaustyki wzdłuż dwóch bardzo krótkich odcinków wzajemnie prostopadłych. Istotnie przypuśćmy, że do oka dochodzą promienie załamane przez niewielki element powierzchni łamiącej, której przecięciem z płaszczyzną rysunku jest B_1B. Promienie tej wiązki, załamane pod tym samym kątem, co B_1D_1, przecinają się w tym samym punkcie osi A''; punkty ich styczności z diakaustyką leżą na prostej, prostopadłej w punkcie A_1'' do płaszczyzny rysunku, wiązka więc tych promieni wchodząc do oka, da obraz tego odcinka prostej. Podobnie promienie, załamane pod

tym samym kątem, co BD, przecinają oś w A_1', wiązka zatem, leżąca w płaszczyznie rysunku, utworzy obraz punktu A w postaci odcinka osi $A_1'A_1''$, leżącego w płaszczyznie rysunku. Odcinki te są właśnie omówionymi wyżej ogniskowymi wiązki. Zamiast więc punktu świecącego A zobaczymy, wskutek astygmatyzmu powierzchni łamiącej, dwie wzajemnie prostopadłe linijki świetlne.

Obraz punktu świecącego wyda się nam podniesiony i przesunięty w bok. W przypadku, gdy oko umieszczone jest blisko normalnej tak, że do oka dochodzą tylko promienie, wychodzące prawie prostopadle do powierzchni łamiącej, przesunięcie boczne znika, pozostaje jedynie podniesienie ku powierzchni łamiącej.



Rys. 50

Niech OO będzie źrenicą obserwatora (rys. 50), A — punktem świecącym, umieszczonym w środowisku optycznie gęstszym i leżącym na prostej, przechodzącej przez środek źrenicy. Gdy wiązka promieni, wchodząca do źrenicy, jest dostatecznie cienka, przedłużenia promieni załamanych tej wiązki przecinają się mniej więcej w tym samym punkcie A', co promienie skrajne $A'B$ i $A'C$. Powierzchnia łamiąca jest dla tej wiązki w przybliżeniu stygmatyczna. Oznaczmy odległość AD punktu świecącego od powierzchni łamiącej przez x, obrazu $A'D$ przez y. Z $\Delta\, ABD$ i $\Delta\, A'BD$ mamy

$$BD = AD \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \quad \text{i} \quad BD = A'D \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 . \tag{e}$$

Możemy z dostatecznym w tym przypadku przybliżeniem przyjąć

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \alpha_1 ; \operatorname{tg} \alpha_2 = \alpha_2 \quad \text{oraz} \quad \alpha_1 = \sin \alpha_1 , \alpha_2 = \sin \alpha_2 .$$

Wzory (e) przybierają wtedy postać

$$AD \cdot \alpha_1 = x \sin \alpha_1 = A'D \cdot \alpha_2 = y \sin \alpha_2 ,$$

skąd

$$y = x \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = x \cdot \frac{n_2}{n_1} . \tag{3}$$

Pozorne więc wzniesienie obrazu będzie równe

$$AA' = x - y = x - x \frac{n_2}{n_1} = x \frac{n_1 - n_2}{n_1} . \tag{3a}$$

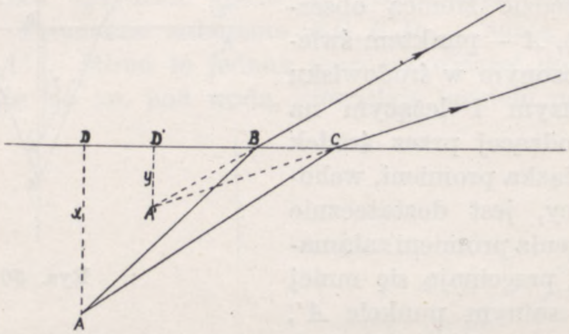
Gdy promienie wychodzą do powietrza, $n_2 \approx 1$

$$AA' = x \cdot \frac{n-1}{n}.$$

W wodzie n_1 (dla promieni żółtych D sodu) równe jest mniej więcej 1,33, wzniesienie pozorne wynosi przeto

$$x - y = x \cdot \frac{0{,}33}{1{,}33} \approx 0{,}25\,x.$$

Przedmiot wydaje się przybliżony o $\frac{1}{4}$ swej odległości rzeczywistej. Tym się tłumaczy, dlaczego strumienie o przejrzystej wodzie wydają się nam płytsze, niż są w rzeczywistości.



Rys. 51

Umieszczając oko nie na prostopadłej, opuszczonej z punktu świecącego, lecz z boku (rys. 51), widzimy obraz podniesiony i przesunięty. Oznaczmy tak, jak poprzednio, przez x i y odległości punktu świecącego A i obrazu A' od powierzchni łamiącej, przez $a = DD'$ boczne przesunięcie obrazu. Z $\Delta\, ADB$ i $\Delta\, A'D'B$ mamy

$$\frac{DB}{AD} = \frac{a + D'B}{x} = \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$\frac{D'B}{A'D'} = \frac{D'B}{y} = \operatorname{tg} \alpha_2,$$

z $\Delta\, ADC$ i $\Delta\, A'D'C$

$$\frac{DC}{AD} = \frac{a + D'B + BC}{x} = \operatorname{tg} \alpha_1'; \quad \frac{D'C}{A'D'} = \frac{D'B + BC}{y} = \operatorname{tg} \alpha'_2$$

Z pierwszych dwóch równań otrzymujemy

$$a = x \operatorname{tg} \alpha_1 - y \operatorname{tg} \alpha_2, \tag{f}$$

z dwóch ostatnich

$$a = x \operatorname{tg} \alpha_1' - y \operatorname{tg} \alpha_2', \tag{g}$$

skąd

$$y = x \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_1'}{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_2'}. \tag{h}$$

Wiązka, wchodząca do źrenicy, ma na ogół rozbieżność niewielką, wobec czego możemy założyć, że

$$\alpha_1' = \alpha_1 + d\alpha_1 \quad \text{i} \quad \alpha_2' = \alpha_2 + d\alpha_2$$

oraz

$$\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha'_1 = d(\operatorname{tg}\alpha_1) = \frac{d\alpha_1}{\cos^2\alpha_1}, \tag{i}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_2' = d(\operatorname{tg}\alpha_2) = \frac{d\alpha_2}{\cos^2\alpha_2}.$$

Z prawa **Descartes'a** znajdujemy, że

$$n_1 d(\sin\alpha_1) = n_1 \cos\alpha_1 d\alpha_1 = n_2 d(\sin\alpha_2) = n_2 \cos\alpha_2 \cdot d\alpha_2,$$

tak że

$$d\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} d\alpha_1$$

Wzór (h) otrzymamy teraz w postaci następującej

$$y = x \frac{d\alpha_1}{\cos^2\alpha_1} \cdot \frac{\cos^2\alpha_2}{d\alpha_2} = x \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos^3\alpha_2}{\cos^3\alpha_1}$$

i wreszcie po uwzględnieniu, że

$$\cos^2\alpha_1 = 1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\sin^2\alpha_2,$$

$$y = x\frac{n_2}{n_1}\left(\frac{\cos^2\alpha_2}{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\sin^2\alpha_2}\right)^{3/2}. \tag{k}$$

Podstawiając tę wartość y do wzoru (f) znajdziemy, że

$$a = x\frac{n_2}{n_1}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)\left(\frac{\sin^2\alpha_2}{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\sin^2\alpha_2}\right)^{3/2}. \tag{l}$$

Wzór (k), którego wyprowadzenie podaliśmy za **Wullnerem**, przechodzi we wzór (3), gdy $\alpha_2 = 0$, a więc, gdy oko znajduje się na tej samej normalnej, co punkt świecący,

$$y = x\frac{n_2}{n_1}.$$

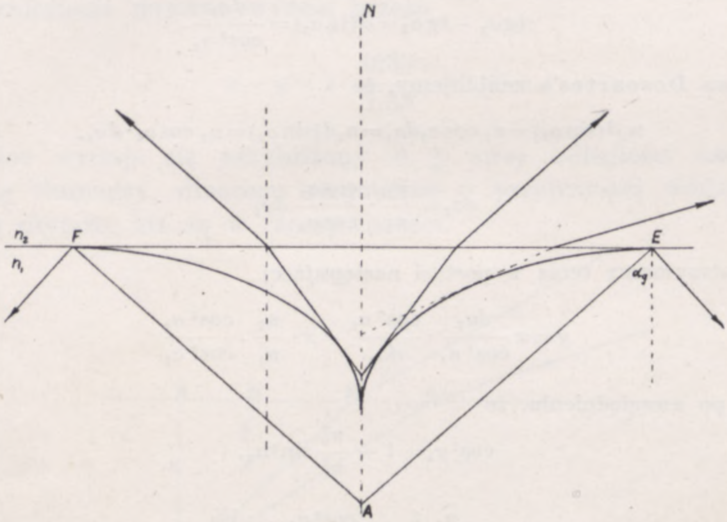
Przesunięcie boczne w tym przypadku wynosi zero. Gdy $\alpha_2 = 90^0$, a więc gdy patrzymy w kierunku stycznym do powierzchni łamiącej

$$y = 0.$$

Obraz leży na samej powierzchni; przesunięcie boczne jest większe od zera, obraz jest przesunięty w kierunku obserwatora.

Promienie, wychodzące z przedmiotu rozciągłego i przechodzące przez źrenicę, padają na powierzchnię łamiącą pod różnymi kątami, wobec czego obrazy tych punktów są niejednakowo wzniesione i niejednakowo przesunięte, obraz przeto jest zawsze nieco odkształcony.

W rozpatrywanym przez nas przypadku ($n_1 > n_2$), nie wszystkie promienie wychodzące z punktu świecącego, przechodzą do środowiska drugiego. Promieniem granicznym jest promień AE (rys. 52), padający na powierzchnię rozdziału pod kątem α_g. Do punktu zaś A dochodzą wszystkie promienie, wychodzące ze środowiska drugiego i padające na



Rys. 52

powierzchnię rozdziału w punktach powierzchni, leżących wewnątrz krzywej przecięcia stożka FAE z tą powierzchnią. Obserwator, którego oko umieszczone byłoby w punkcie A, widziałby wszystkie przedmioty wewnątrz tego stożka, którego przekrój przez powierzchnię łamiącą stanowiłby jakby okno na środowisko drugie. Przedmioty te wydawałyby mu się zatem skrócone w kierunku pionowym, kąt bowiem, jaki tworzą ze sobą promienie, wychodzące z różnych punktów przedmiotu, staje się po załamaniu mniejszy. Pozostała część powierzchni łamiącej byłaby dla obserwatora całkowicie nieprzezroczysta; stanowiłaby doskonałe zwierciadło, w którym odbijałyby się przedmioty, znajdujące się w tym samym co obserwator, środowisku.

3. ZAŁAMANIE W PŁYTCE RÓWNOLEGŁOŚCIENNEJ

Promienie, przechodzące przez płytkę równoległościenną, doznają załamań dwukrotnie. Gdy płytka z obu stron styka się z tym samym środowiskiem, promienie, wychodzące z płytki, mają ten sam kierunek, jaki miały padając na płytkę. Istotnie, kąt padania na drugą po-

wierzchnię łamiącą NN jest równy kątowi załamania α_2 na pierwszej powierzchni MM (rys. 53), wobec czego ze wzoru

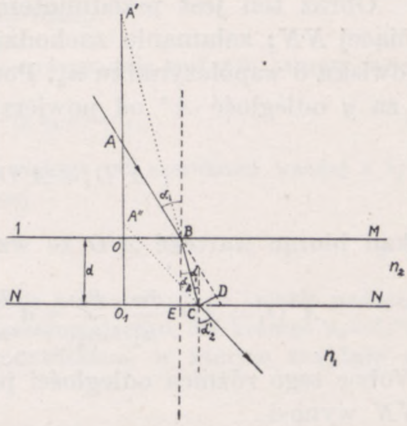
$$\frac{\sin\alpha_1'}{\sin\alpha_2'}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$$

otrzymujemy

$$\sin\alpha_2'=\sin\alpha_1$$

i z uwagi, że kąty te nie mogą być większe od 90^0,

$$\alpha_2'=\alpha_1.$$



Rys. 53

Stąd jednak nie wynika, aby płytka taka była układem stygmatycznym, promienie bowiem doznają przesunięcia bocznego CD.

Z Δ CBD mamy

$$CD=\delta=CB\cdot\sin(\alpha_1-\alpha_2).$$

Z Δ BCE

$$CB=\frac{d}{\cos\alpha_2},$$

wobec czego

$$\delta=d\frac{\sin(\alpha_1-\alpha_2)}{\cos\alpha_2}=d\cdot\sin\alpha_1\left(1-\frac{n_1}{n_2}\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}\right)=$$

$$=d\sin\alpha_1\left(1-n_1\frac{\cos\alpha_1}{\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2\alpha_1}}\right), \tag{4}$$

gdzie d — grubość płytki.

Promienie, padające na płytkę pod różnymi kątami α_1 przecinają promień AOO_1, biegnący wzdłuż osi symetrii w różnych punktach A'... Punktowy obraz punktu świetlnego otrzymujemy wtedy, gdy ograniczymy pęk promieni padających prawie pod tym samym kątem. W przypadku wiązki prawie prostopadłej do powierzchni (promienie osiowe), położenie obrazu znajdujemy, stosując dwukrotnie wzór (3) ustępu poprzedniego.

Po załamaniu na pierwszej powierzchni łamiącej MM odległość y równa jest

$$y=A'O=x\frac{n_2}{n_1}=AO\cdot\frac{n_2}{n_1}, \tag{a}$$

(obraz zatem, wobec tego, że $n_2 > n_1$, leży w większej odległości od MM, niż punkt A).

Obraz ten jest przedmiotem świecącym dla drugiej powierzchni łamiącej NN; załamanie zachodzi tak, jak gdyby punkt A' leżał w środowisku o współczynniku n_2. Podstawiając do wzoru (3) za x odległość A' i za y odległość A'' od powierzchni NN, znajdujemy

$$A''O_1 = A'O_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} = (A'O + d)\frac{n_1}{n_2},$$

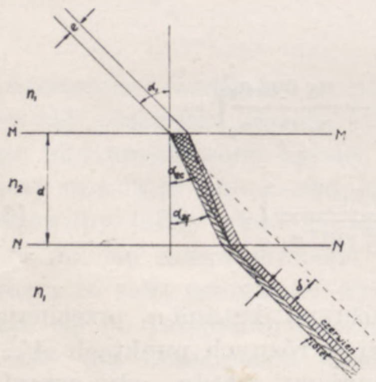
skąd biorąc wartość $A'O$ ze wzoru (a), otrzymujemy

$$A''O_1 = AO \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} + d\frac{n_1}{n_2} = AO + d\frac{n_1}{n_2} = AO_1 - d + d\frac{n_1}{n_2}.$$

Wobec tego różnica odległości przedmiotu A i obrazu A'' od powierzchni NN wynosi

$$AO_1 - A''O_1 = h = d\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = d \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2}. \qquad (5)$$

Gdy $n_2 > n_1$, widzimy, umieszczając oko na tej samej normalnej, co punkt świecący, obraz bliżej, niż przedmiot. Patrząc z boku, widzimy obraz bliżej i nieco w bok od przedmiotu, przy czym zarówno przybliżenie, jak i boczne przesunięcie są zależne od kąta, pod jakim patrzymy na płytkę.



Rys. 54

Zawsze jednak ta pozorna zmiana położenia przedmiotu zależna jest od wartości współczynników załamania środowisk. Nawet więc wtedy, gdy wszystkie promienie padają na płytkę pod tym samym kątem, gdy przeto przedmiot jest nieskończenie odległy i wiązka składa się z promieni równoległych, boczne przesunięcie będzie miało dla każdego rodzaju światła jednorodnego (por. ust. 1, rozdz. II) inną wartość. Płytka jest więc **chromatycznym układem** optycznym.

We wszystkich prawie środowiskach współczynnik załamania wzrasta od czerwonej części widma (p. niżej, ust. 5) do fioletowej. Przy oświetlaniu więc płytki światłem białym otrzymujemy znaczniejsze przesunięcie boczne promieni fioletowych, niż czerwonych.

Przypuśćmy dla uproszczenia, że światło padające składa się jedynie z tych dwóch barw (rys. 54). Przesunięcie boczne promieni czerwonych wynosi (p. wzór 4)

$$\delta_c = d \cdot \frac{\sin(\alpha_{1c} - \alpha_{2c})}{\cos \alpha_{2c}} = d \sin \alpha_{1c} - d \cdot \operatorname{tg} \alpha_{2c} \cdot \cos \alpha_{1c},$$

gdzie α_{1c} i α_{2c} oznaczają kąty padania i załamania promieni czerwonych. Analogicznie dla promieni fioletowych znajdujemy

$$\delta_f = d \cdot \sin\alpha_{1f} - d\,\mathrm{tg}\,\alpha_{2f} \cdot \cos\alpha_{1f},$$

skąd uwzględniając, że promienie czerwone i fioletowe padają pod tym samym kątem

$$\Delta\delta = \delta_f - \delta_c = d\,(\mathrm{tg}\,\alpha_{2c} - \mathrm{tg}\,\alpha_{2f})\cos\alpha_1 . \qquad \text{(b)}$$

Wiązki te wyjdą oddzielnie, gdy $\Delta\delta$ będzie większe od szerokości każdej z tych wiązek, a więc od szerokości e wiązki padającej

$$\Delta\delta \geqslant e,$$

tylko przy spełnieniu tego warunku płytka będzie rozszczepiała światło padające.

Biorąc płytkę ze szkła wyjątkowo silnie rozszczepiającego, dla którego $n_c = 1{,}735$, $n_f = 1{,}788$, znajdziemy w przypadku, gdy środowiskiem, w którym znajduje się płytka, jest powietrze, dla $\alpha_1 = 45^0$

$$arc\,\sin\alpha_{2c} = arc\,\sin\left(\frac{1}{1{,}735}\sin 45^0\right) = 24^0 3' 6'',$$

skąd

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{2c} = 0{,}4463.$$

Podobnie

$$arc\,\sin\alpha_{2f} = arc\,\sin\left(\frac{1}{1{,}788}\cdot\sin 45^0\right) = 23^0 17' 44''$$

i

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{2f} = 0{,}4305 .$$

Podstawiając te wartości do wzoru (b) i uwzględniając, że $\cos 45^0 = 0{,}7071$, otrzymamy

$$\Delta\delta = d\,(0{,}4463 - 0{,}4305)\cdot 0{,}7071 = 0{,}011\,d .$$

Płytka przeto o grubości 10 cm wyraźnie rozszczepi wiązkę o szerokości 0,1 cm na dwie wiązki różnych barw.

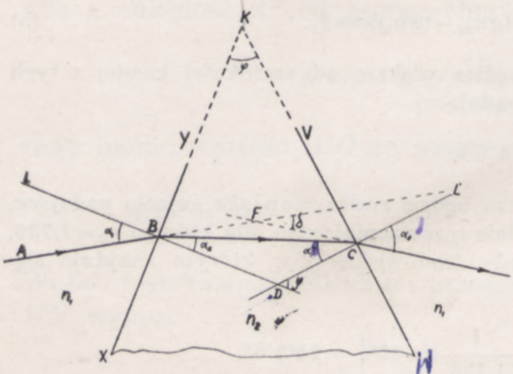
Zmniejszając szerokość wiązki, zwiększamy chromatyzm płytki. Przy patrzeniu przez szyby, których grubość jest niewielka, przekrój zaś padających na szybę pęków promieni bardzo znaczny, chromatyzmu na ogół nie dostrzegamy.

4. ZAŁAMANIE W PRYZMACIE

Stosując dwukrotnie prawo Descartes'a możemy również wyznaczyć bieg promieni, załamanych przez pryzmat tj. przez dwie przecinające się płaskie powierzchnie. Niech XY i VW (rys. 55) będą tymi powierzchniami, K zaś śladem prostej, wzdłuż której one (lub jak na rys. 55 ich przedłużenia) się przecinają. Prostą K nazywamy krawędzią łamiącą, płaszczyznę do niej prostopadłą (w danym przypadku płaszczyznę rysunku) przecięciem głównym, płaszczyznę zaś XW

(rzeczywistą lub jak na rysunku jedynie wyobrażalną), przeciwległą do krawędzi łamiącej, podstawą pryzmatu. Kąt φ między płaszczyznami łamiącymi jest kątem łamiącym lub rozwartością pryzmatu.

Przypuśćmy, że pryzmat znajduje się w jednorodnym środowisku o współczynniku załamania n_1, mniejszym od współczynnika n_2 środowiska ograniczonego przez pryzmat. Promień AB wychodzący z punktu i padający na pryzmat w płaszczyznie przecięcia głównego pod dowolnym kątem α_1, wyjdzie z pryzmatu odchylony ku jego podstawie, załamania bowiem zarówno na pierwszej płaszczyznie, gdzie kąt α_2 jest mniejszy od α_1, jak i na drugiej, gdzie kąt α'_2 jest większy od α'_1, będą odchylały promień w tym właśnie kierunku.



Rys. 55

Z prawa Descartes'a otrzymujemy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha'_2}{\sin\alpha'_1} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{a}$$

Z Δ BDC mamy

$$\alpha_2 + \alpha'_1 + 180^\circ - \varphi = 180^\circ$$

lub

$$\alpha_2 + \alpha'_1 = \varphi \quad \text{i} \quad \alpha'_1 = \varphi - \alpha_2, \tag{b}$$

gdyż BL jest prostopadła do XY, CL' do VW.

Możemy zatem napisać

$$\frac{\sin\alpha'_2}{\sin(\varphi - \alpha_2)} = \frac{\sin\alpha'_2}{\sin\varphi\cdot\cos\alpha_2 - \cos\varphi\cdot\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{c}$$

Podstawiając

$$\sin\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha_1 \quad \text{i} \quad \cos\alpha_2 = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\alpha_1} = \frac{1}{n_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha_1},$$

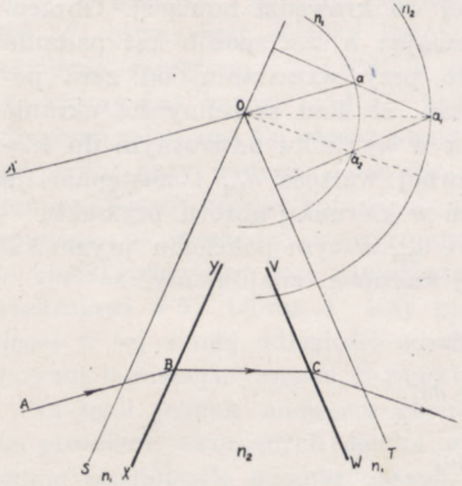
otrzymujemy

$$\sin\alpha'_2 = \frac{1}{n_1}\sin\varphi\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha_1} - \frac{n_1}{n_2}\cos\varphi\cdot\sin\alpha_1. \tag{d}$$

Znając więc n_1 i n_2 oraz kąt łamiący φ, możemy obliczyć kąt, pod którym wychodzi z pryzmatu promień, padający pod danym kątem α_1. Promień ten jednak tylko wtedy wychodzi z pryzmatu, gdy kąt łamiący φ jest mniejszy od podwójnej wartości kąta granicznego α_g dla środowiska, ograniczonego przez pryzmat; w przeciwnym bowiem przypadku kąt padania α_1' na drugą powierzchnię łamiącą jest, jak wynika ze wzoru (b),

$$\alpha_1' = \varphi - \alpha_2 \geqslant 2\alpha_g - \alpha_2$$

większy od kąta granicznego lub co najwyżej mu równy.



Rys. 56

Kierunek promienia wychodzącego można wyznaczyć również graficznie, posługując się konstrukcją Descartes'a (p. rozdz. II, ust. 1). Z punktu O przecięcia się prostych S i T, równoległych do płaszczyzn łamiących XY i VW pryzmatu, opisujemy koła o promieniach n_1 i n_2 i kreślimy prostą OA' równoległą do promienia padającego (rys. 56). Prosta OA' przecina koło n_1 w punkcie a; prostopadła, opuszczona z a na prostą S, równoległą do pierwszej płaszczyzny łamiącej, przecina koło n_2 w punkcie a_1. Prosta Oa_1 wyznacza, jak wiemy, kierunek promienia załamanego przez pierwszą płaszczyznę łamiącą. Niech punkt a_2 będzie punktem przecięcia prostopadłej, opuszczonej z a_1 na prostą T, równoległą do drugiej płaszczyzny łamiącej pryzmatu, z kołem o promieniu n_1, prosta Oa_2 będzie wtedy równoległa do kierunku, w jakim wychodzi promień załamany.

Odchylenie δ promienia wychodzącego (rys. 55) od kierunku promienia padającego równe jest

$$\delta = \sphericalangle FBC + \sphericalangle FCB = \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_2' - \alpha_1' = \alpha_1 + \alpha_2' - (\alpha_2 + \alpha_1')$$

lub po uwzględnieniu wzoru (b)

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2' - \varphi. \tag{e}$$

Wyznaczając α_2' z równania (c) otrzymujemy δ, jako funkcję kąta padania oraz współczynnika załamania. Dla różnych zatem kątów padania i różnych rodzajów światła odchylenie jest różne. Pryzmat jest więc układem astygmatycznym i chromatycznym nawet wtedy, gdy promienie padają na pryzmat w płaszczyźnie przecięcia głównego. Jedynie w przypadku wiązki promieni jednorodnych i równoległych, padających w przecięciu głównym, pryzmat staje się układem stygmatycznym.

Można jednak astygmatyzm wiązki padającej w przecięciu głównym znacznie zmniejszyć, jeżeli tak dobierzemy kąt padania środkowego promienia wiązki, aby kąt α_2' był równy kątowi α_1. Wtedy odchylenie δ ma wartość najmniejszą, jak to można sprawdzić doświadczalnie, rzucając np. na ekran, poprzez pryzmat wiązkę promieni równoległych, wychodzących ze szczeliny równoległej do krawędzi łamiącej. Obracając pryzmat koło tej krawędzi i zmieniając w ten sposób kąt padania promieni, stwierdzimy, że początkowo przy wzrastaniu, od zera poczynając, kąta α_1 odchylenie maleje tak, że ślad szczeliny na ekranie przesuwa się przy obracaniu pryzmatu w kierunku odwrotnym do kierunku obrotu. Gdy α_1 dojdzie do pewnej wartości α_{1m} i następnie ją przekroczy, ślad zaczyna się przesuwać w kierunku obrotu pryzmatu — odchylenie wzrasta. Mierząc kąty α_{1m} i α_{2m}' w tym położeniu pryzmatu, przy których ruch śladu zmienia swój kierunek, znajdujemy, że

$$\alpha_{1m} = \alpha_{2m}'.$$

Ze wzoru (e) otrzymujemy

$$d\delta = d\alpha_1 + d\alpha_2'.$$

Warunek minimum wyraża się wzorem

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2'}{d\alpha_1} = 0. \tag{g}$$

Z równań (a) i (b) otrzymujemy

$$n_1 \cos\alpha_1 d\alpha_1 = n_2 \cos\alpha_2 d\alpha_2,$$
$$n_2 \cos\alpha_1' d\alpha_1' = n_1 \cos\alpha_2' d\alpha_2',$$
$$d\alpha_2 = -d\alpha_1'.$$

Po przemnożeniu tych równań mamy

$$n_1 n_2 \cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_1' \cdot d\alpha_1 \cdot d\alpha_1' \cdot d\alpha_2 = -n_1 n_2 \cdot \cos\alpha_2 \cdot \cos\alpha_2' \cdot d\alpha_2 \cdot d\alpha_2' d\alpha_1',$$

skąd

$$\frac{d\alpha_2'}{d\alpha_1} = -\frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_1'}{\cos\alpha_2 \cdot \cos\alpha_2'},$$

wobec tego równanie (g) przybiera postać

$$\frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_1'}{\cos\alpha_2 \cdot \cos\alpha_2'} = 1 \quad \text{lub} \quad \cos\alpha_1 \cos\alpha_1' = \cos\alpha_2 \cdot \cos\alpha_2'.$$

Po podniesieniu do kwadratu i zastąpieniu kosinusów sinusami znajdujemy

$$\frac{n_2^2(1-\sin^2\alpha_1)}{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha_1} = \frac{n_2^2(1-\sin^2\alpha_2')}{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha_2'}$$

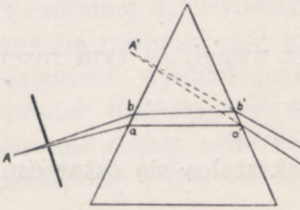
$$\frac{1-\sin^2\alpha_1}{1-\sin^2\alpha_2'} = \frac{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha_1}{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha_2'},$$

to zaś równanie może być spełnione tylko wtedy, gdy

$$\alpha_1 = \alpha_2',$$

gdyż kąty padania i wyjścia nie mogą być większe od 90°.

W cienkiej (ograniczonej np. przez odpowiednio dobraną przesłonę) wiązce promieni, wychodzącej z punktu A i padającej na pryzmat w płaszczyznie przecięcia głównego pod kątem $a_1 m$, odchylenie ma dla wszystkich promieni prawie tę samą wartość, zmiana bowiem odchylenia jest przy niewielkiej zmianie kąta padania znikomo mała (δ ma wtedy najmniejszą wartość). Różnica zatem kątów padania promieni Aa i Ab (rys. 57) równa jest różnicy kątów pod jakimi wychodzą z pryzmatu promienie sprzężone $a'c'$ i $b'd'$, a zatem i kąt bAa równy jest kątowi $c'A'd'$, który tworzą promienie załamane. Co więcej, ponieważ w tym przypadku kąty padania a_1 są dla wszystkich promieni prawie równe kątowi a_2', pod jakimi promienie te wychodzą z pryzmatu, przekrój ab wiązki padającej jest mniej więcej równy przekrojowi $a'b'$. Obraz A' leży przeto mniej więcej w tej samej odległości od drugiej płaszczyzny łamiącej pryzmatu, co punkt świecący A od pierwszej płaszczyzny.



Rys. 57

Na ogół jednak miejscem geometrycznym przecięcia się przedłużenia promieni, tworzących cienką wiązkę, są dwa bardzo krótkie wzajemnie prostopadłe odcinki prostej, których wzajemna odległość zależy od kąta padania wiązki na pryzmat.

Odcinki te są ogniskowymi wiązki (p. ust. 2); ogniskowa styczna jest równoległa do krawędzi łamiącej, a więc prostopadła do przecięcia głównego, ogniskowa radialna leży w płaszczyznie przecięcia głównego.

Gdy przedmiotem świecącym jest nie punkt, lecz świecąca wąska szczelina, równoległa do krawędzi łamiącej, każdy jej punkt daje dwa obrazy (urojone) w postaci dwóch odcinków prostych, jednego równoległego, drugiego zaś prostopadłego do krawędzi łamiącej; odcinki równoległe pokrywają się wzajemnie (przynajmniej częściowo), tworząc w ten sposób pozorny obraz szczeliny. Obraz ten nie jest wszakże prosty, lecz wygięty wypukłością do podstawy, gdyż promienie wychodzące z końców szczeliny i nie leżące w przecięciu głównym, przechodzącym przez oko obserwatora i środek szczeliny, załamują się tym silniej, im większy kąt ich płaszczyzna padania tworzy z płaszczyzną przecięcia głównego.

Jedynie w przypadku promieni równoległych pryzmat jest dla każdego kąta padania układem stygmatycznym; gdy kąt ten równy jest kątowi najmniejszego odchylenia, przekrój wiązki wychodzącej równy jest przekrojowi wiązki padającej.

Kąt odchylenia δ będzie miał wtedy dla wszystkich promieni wartość tę samą, równą

$$\delta = 2a_1 - \varphi,$$

α_1 bowiem będzie równe α_2'. Stąd

$$\alpha_1 = \frac{\delta + \varphi}{2}$$

i

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\dfrac{\delta+\varphi}{2}}{\sin\alpha_2},$$

co z uwagi, że tym razem

$$\alpha_2 = \alpha_1' = \frac{\varphi}{2},$$

przekształca się ostatecznie we wzór

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\dfrac{\delta+\varphi}{2}}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}. \tag{6}$$

Gdy pryzmat znajduje się w próżni lub powietrzu, (a więc kiedy możemy przyjąć, że n_1 dla wszelkiego rodzaju promieni jest równy lub prawie równy jedności), mamy

$$n_2 = \frac{\sin\dfrac{\delta+\varphi}{2}}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}; \tag{6a}$$

promienie o większym współczynniku załamania doznają w pryzmacie większego odchylenia.

W pryzmatach o rozwartości niewielkiej można przyjąć, że

$$\sin\frac{\delta+\varphi}{2} \approx \frac{\delta+\varphi}{2} \quad \text{i} \quad \sin\frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2},$$

tak że mamy

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\dfrac{\delta+\varphi}{2}}{\dfrac{\varphi}{2}}$$

i

$$\delta = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\,\varphi, \tag{6b}$$

co, gdy $n_1 = 1$, przybiera postać

$$\delta = (n_2 - 1)\varphi. \tag{6c}$$

5. ROZSZCZEPIENIE ŚWIATŁA PRZEZ PRYZMAT. POMIAR WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA

Światło, wysyłane przez źródła, jest zazwyczaj światłem niejednorodnym, jak o tym może nas przekonać następujące doświadczenie.

Wiązkę promieni rozbieżnych, wysyłaną przez dane źródło, zamieniamy przy pomocy odpowiednio dobranych układów optycznych (p. rozdz. IV) na wiązkę promieni równoległych, leżących w płaszczyźnie przecięcia głównego, ograniczamy ją wąską szczeliną *S*, równoległą do krawędzi łamiącej pryzmatu (rys. 58) i rzucamy na pryzmat pod kątem najmniejszego odchylenia. Gdy wiązkę promieni wychodzących przetniemy ekranem, też równoległym do krawędzi łamiącej, otrzymamy na ekranie nie jeden, lecz kilka lub kilkanaście różnie zabarwionych śladów wiązki, rozmieszczonych w pewnej odległości jeden od dru-



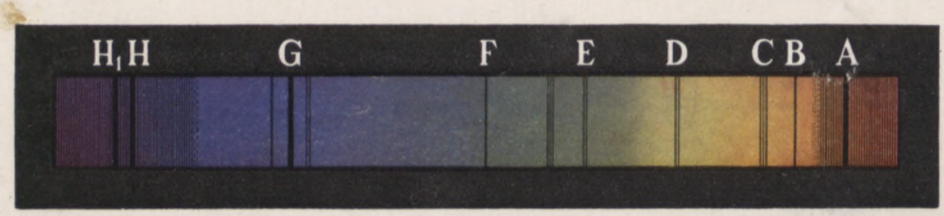
Rys. 58

giego (na rysunku odległości śladów *ab* i *cd* są znacznie zwiększone), lub też zlewających się w jeden pas różnobarwny, przechodzący od czerwieni do fioletu przez wszystkie barwy tęczy. W pierwszym przypadku (oddzielnych śladów barwnych), zachodzącym przy użyciu za źródło światła jarzących się gazów lub ogrzanych do świecenia par, mamy do czynienia z tzw. l i n i o w y m (lub p r ą ż k o w a n y m) w i d m e m p r y z m a t y c z n y m, w drugim, zachodzącym przy użyciu za źródło ciała stałego, ogrzanego do temperatury świecenia, — z c i ą g ł y m w i d m e m p r y z m a t y c z n y m. W obu przypadkach odchylenia, a przeto i współczynniki załamania promieni różnych barw są różne: w widmie liniowym różnice współczynników dwóch wiązek, tworzących na ekranie dwa sąsiadujące ze sobą ślady, mają wartość skończoną, w widmie ciągłym — wartości współczynników zmieniają się w sposób ciągły. Gdy w tym miejscu ekranu, w którym powstaje np. ślad *ab* umieścimy szczelinę, przez którą będzie mogła przejść wiązka padających tam promieni, i wiązkę tę rzucimy na drugi pryzmat o krawędzi równoległej do krawędzi pryzmatu pierwszego, stwierdzimy, że odchylenia wszyst-

kich promieni tej wiązki są prawie dokładnie jednakowe; wszystkie zatem promienie tej wiązki mają prawie dokładnie ten sam współczynnik załamania, wiązka ta jest przeto zgodnie z podanym wyżej (p. ust. 4 rozdz. II) określeniem, prawie zupełnie jednorodna, tak że każdej barwie, otrzymanej przez załamanie w pryzmacie, odpowiada ściśle określony współczynnik załamania. Te jednorodne barwy widma często są nazywane czystymi.

Ważny ten związek między widmową barwą światła i współczynnikiem załamania pierwszy stwierdził Newton w słynnej rozprawie pt. „Nowa teoria światła i barw" ogłoszonej w 1672 r.

W widmie ciągłym barwy te, jak mówiliśmy wyżej, stopniowo przechodzą z jednego odcienia w drugi, tak że współczynnik załamania posiada różne wartości dla różnych odcieni tej samej barwy, — odcieni, których oko nie jest nieraz w stanie odróżnić (por. rozdz. V, ust. 4).

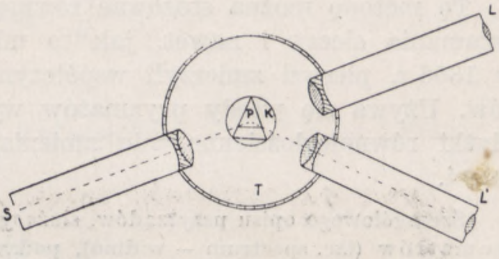


Rys. 59

Stąd wynika nieoznaczoność określeń takich, jak współczynnik załamania barwy „czerwonej", czy też „niebieskiej", czy jakiejkolwiek innej, dla której język potoczny ustalił odrębną nazwę. Można jednak przynajmniej częściowo, usunąć tę nieoznaczoność, wybierając w widmie pewne stałe linie odniesienia. Linie te daje nam widmo słoneczne. Przy powierzchownym badaniu widmo słoneczne wydaje się nam ciągłe, w rzeczywistości jednak jest ono, jak to pierwszy stwierdził Wollaston (1802 r.), a jak to następnie dokładnie zbadał Frauenhofer (1814 r.) poprzecinane licznymi liniami ciemnymi, wskazującymi, że brak w nim zupełnie pewnych odcieni barwnych lub też, że światło tych właśnie odcieni ma natężenie znacznie mniejsze od natężenia odcieni sąsiednich, wobec czego dana linia jest na ekranie ciemniejsza od otoczenia. Linij takich, nazywanych liniami Frauenhofera jest bardzo wiele. Frauenhofer naliczył ich 500, Brewster i Gladstone (1860 r.) około 1000, Kirchoff (1865 r.) przeszło 2000, dziś wiemy, że jest ich znacznie więcej. Linie te są rozrzucone bezładnie w różnych częściach widma. Frauen-

hofer wybrał z nich osiem, rozmieszczonych mniej więcej równomiernie i wyraźniej odcinających się od otoczenia i oznaczył je dużymi literami alfabetu. Linie te są następujące: szeroka linia A w ciemnoczerwonej części widma, B — w czerwonej, C — na pograniczu czerwonej i pomarańczowej, D — w żółtej części, E — w zielonej, F — na pograniczu zielonej i niebieskiej, G — w ciemnoniebieskiej i wreszcie dwie szerokie linie H w fioletowej części widma (rys. 59).

Ustawmy lunetę L (rys. 60), tak, aby widzieć na pionowej nitce, znajdującej się w ognisku obiektywu (p. rozdz. VI, ust. 4), wyraźny obraz pionowej szczeliny S, oświetlonej przez promienie równoległe (np. promienie słoneczne, które z dużym i często wystarczającym przybliżeniem możemy uważać za równoległe) i zanotujmy odpowiednie położenie lunety na tarczy T, podzielonej na stopnie i części stopnia. Następnie umieśćmy na ruchomym obracającym się niezależnie od tarczy stoliku K pryzmat P, wycięty z badanego materiału, w ten sposób, aby krawędź łamiąca pryzmatu była równoległa do szczeliny i aby promienie padały na pryzmat pod kątem najmniejszego odchylenia. Przesuwając lunetę do położenia L', w którym widzimy na nitce pionowej obiektywu wyraźny obraz badanej linii Fraunhofera, odczytujemy na tarczy kąt δ, o jaki obróciliśmy lunetę. Kąt ten równy jest kątowi odchylenia promieni, których brak w widmie słonecznym powoduje powstanie danej ciemnej linii. Ze wzoru (6) lub, przy bardzo małej rozwartości pryzmatu, ze wzoru (6c) wyznaczamy współczynnik załamania promieni danej barwy w badanym materiale.



Rys. 60

Zazwyczaj jednak szczelina umieszczona jest w ognisku soczewki, tworząc tzw. kolimator (dosłownie celownik, od łac. collineare — w zepsutej łacinie collimare — celować, kierować celując). Promienie wychodzące z kolimatora są przy należytym umieszczeniu soczewki prawie dokładnie równoległe.

Używanie kolimatora jest szczególnie wskazane, gdy, jak to bywa najczęściej, posługujemy się ziemskimi źródłami światła, zwłaszcza takimi, które wysyłają widmo liniowe. Tak np. pobudzając do świecenia rozbrojeniami elektrycznymi wodór, zamknięty pod niewielkim ciśnieniem (około 5 mm Hg.), otrzymujemy (w widzialnej części widma) trzy linie barwne (trzy zabarwione szczeliny), z których jedna odpowiada

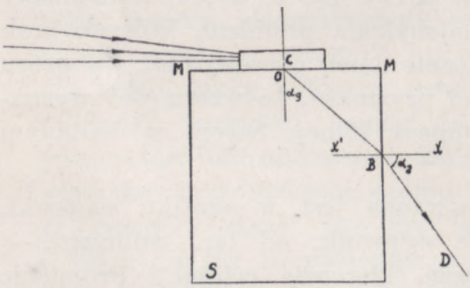
linii C Frauenhofera, druga — linii F, trzecia — linii (oznaczonej małą literą h), leżącej między liniami G i H; umieszczając w palniku Bunsena o płomieniu bezbarwnym szczyptę soli kuchennej, otrzymujemy po załamaniu jedną linię, odpowiadającą linii D Frauenhofera — jest to wspomniana już przez nas linia sodu; jeszcze inne linie otrzymamy pobudzając do świecenia inne gazy lub pary.

Światło sodu nie jest jednak światłem jednorodnym (nawet w widzialnej części widma); biorąc silnie rozszczepiające pryzmaty (lub układ pryzmatów) można stwierdzić, że linia D składa się w rzeczywistości z dwóch linij D_1 i D_2, o mało różniących się współczynnikach załamania.

Tę metodę można stosować również do wyznaczania współczynnika załamania cieczy i nawet, jak to udowodnili Biot i Arago, którzy w 1806 r. pierwsi zmierzyli współczynnik załamania powietrza, do gazów. Używa się wtedy pryzmatów wydrążonych, których ścianami są płytki równoległościenne, nie zmieniające, jak wiemy, kierunku promieni.

Szczegółowego opisu przyrządów, służących do pomiarów tą metodą, tzw. spektrometrów (łac. spectrum — widmo), podawać tu nie będziemy, jak również nie podamy opisu metody (Abbe i Littrow, 1874 r. Kohlrausch, 1882 r.) wyznaczania współczynnika załamania z pomiaru kąta odchylenia promieni, padających nie pod kątem α_m.

Współczynnik załamania można też wyznaczyć, jak o tym była już mowa wyżej (rozdz. II, ust. 1), z pomiaru kąta granicznego. Z licznych metod tego pomiaru, użytego po raz pierwszy przez Wollastona (1802 r.), opiszemy jedynie metodę refraktometru (łac. refringere — złamać) Pulfricha i Abbego (1887 r.).



Rys. 61

Na walcu szklanym S, o możliwie wielkim współczynniku załamania n_s, umieszczamy badane ciało stałe C lub ciecz w szklanym naczyniu, o ścianach z płytek płasko równoległych i oświetlamy rozciągłym źródłem światła jednorodnego umieszczonym mniej więcej na poziomie górnej części walca MM (rys. 61). Wszystkie promienie, wchodzące po załamaniu w C do walca szklanego, leżą, gdy współczynnik załamania n_c jest mniejszy od n_s, wewnątrz stożka o kącie wierzchołkowym $2\alpha_g$. Pole widzenia lunety, ustawionej w kierunku BD, zawiera wtedy część oświetloną przez promienie, załamane w szkle pod kątami $\alpha<\alpha_g$ i część zupełnie ciemną. Kąt, jaki oś lunety tworzy z płaszczyzną Bx,

równy jest kątowi α_2, jaki z normalną Bx do bocznej powierzchni walca S tworzą promienie, załamane w szkle pod kątem granicznym α_g.

Przyjmując, jak zazwyczaj, współczynnik załamania powietrza za równy jedności, mamy

$$\frac{\sin OBx'}{\sin\alpha_2} = \frac{\cos OBM}{\sin\alpha_2} = \frac{\cos\alpha_g}{\sin\alpha_2} = \frac{1}{n_s}$$

i

$$\sin\alpha_g = \sqrt{1-\cos^2\alpha_g} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha_2}{n_s^2}} = \frac{1}{n_s}\sqrt{n_s^2-\sin^2\alpha_2}\,.$$

Wiemy jednak, że

$$\sin\alpha_g = \frac{n_c}{n_s}$$

wobec czego

$$\frac{n_c}{n_s} = \frac{1}{n_s}\sqrt{n_s^2-\sin^2\alpha_2}$$

i ostatecznie

$$n_c = \sqrt{n_s^2-\sin^2\alpha_2}.$$

Czasami umieszcza się źródło światła poniżej powierzchni rozdziału szkła i badanego ciała i wyznacza się kąt α_2, przy którym natężenie światła odbitego nagle wzrasta.

Gdy badane ciało ma kształt płytki płaskorównoległej, współczynnik załamania można wyznaczyć, jak na to zwrócił uwagę ks. de Chaulnes (1767 r.), jeszcze w następujący sposób. Weźmy pod mikroskop jakiś mały przedmiot i ustawmy mikroskop tak, aby otrzymać wyraźny obraz przedmiotu. Gdy między obiektyw i przedmiot wsuniemy badaną płytkę, obraz przestanie być wyraźny, załamanie bowiem promieni w płytce powoduje pozorne podniesienie przedmiotu i tym samym przybliżenie go do obiektywu mikroskopu. Dla otrzymania więc wyraźnego obrazu należy przesunąć do góry rurę mikroskopu na wysokość h, (p. rys. 53) równą pozornemu wzniesieniu przedmiotu. Ze wzoru (5), gdzie

$$h = d\,\frac{n_2-n_1}{n_2}\,,$$

otrzymujemy kładąc $n_1=1$

$$n_2 = \frac{d}{d-h}\,.$$

O metodach opartych nie na załamaniu światła, lecz na innych zjawiskach optycznych, będzie mowa na innym miejscu (p. rozdz. VII).

6. WSPÓŁCZYNNIK ZAŁAMANIA RÓŻNYCH CIAŁ. ROZSZCZEPIENIE ANOMALNE

We wszystkich przezroczystych i bezbarwnych ciałach stałych współczynnik załamania wzrasta tak, jak w szkle, od czerwonej do fioletowej części widma, wartości jego jednak dla poszczególnych części widma, jak również wartości rozszczepienia całkowitego, to jest różnicy współczynników załamania skrajnych linij Frauenhofera, są dla różnych ciał różne.

Tak np. w pewnym gatunku szkła ciężkiego (flint Nr 13 ang. flintglass — kryształ) współczynniki załamania mają, według Frauenhofera, wartości następujące.

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1,627 749	1,629 681	1,635 036	1,642 024	1,648 260	1,660 285

H
1,671 062

(linię *A* Frauenhofera, leżącą w skrajnej czerwieni trudno nieraz obserwować, często więc za granice widma bierze się linie *B* i *H*). W tym więc przypadku

$$n_H - n_B = 0{,}043\,213.$$

W szkle lekkim (koronowym — crown Nr 9) Frauenhofer znalazł

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1,525 832	1,526 849	1,529 587	1,533 005	1,536 052	1,541 657	1,546 566,

skąd

$$n'_H - n'_B = 0{,}020\,734;$$

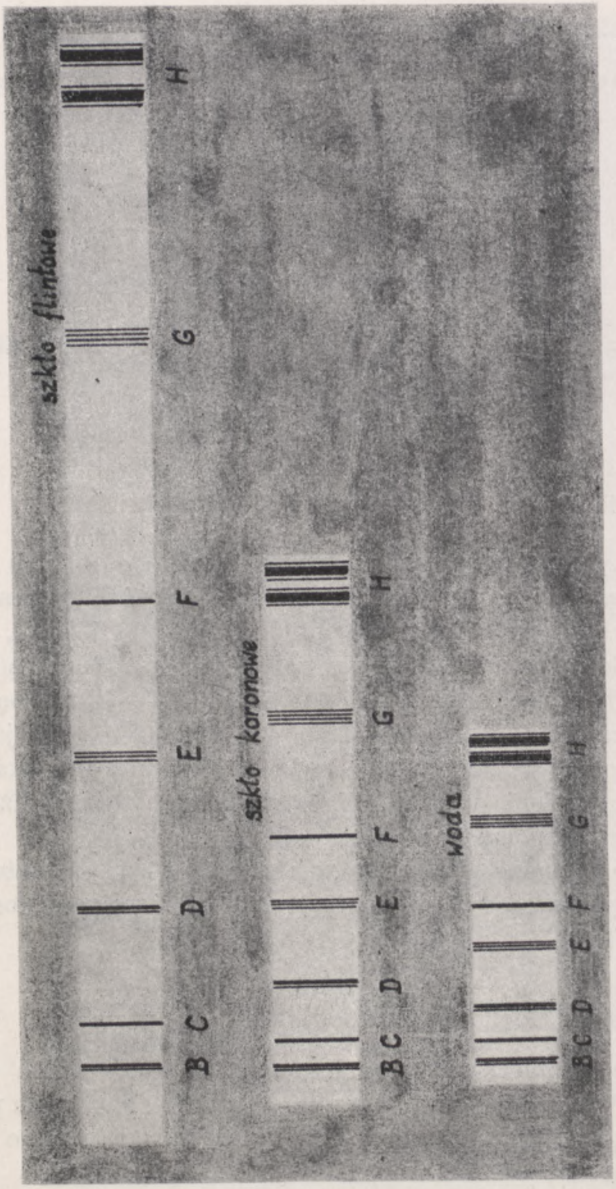
w wodzie zaś o temperaturze 18,75⁰, również według Frauenhofera

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1,330 935	1,331 712	1,333 577	1,335 871	1,337 818	1,341 293	1,344 177

a więc

$$n''_H - n''_B = 0{,}013\,242$$

Biorąc więc pryzmaty o tej samej rozwartości ze szkła flintowego, koronowego i wody otrzymamy na ekranie, ustawionym we wszystkich trzech przypadkach w tej samej od pryzmatów odległości, widma niejednakowej długości, takie mniej więcej, jak na rys. 62, wziętym z fizyki Chwolsona (tom II, 1922 r. str. 249).


szkło flintowe
B C D E F G H
szkło koronowe
B C D E F G H
woda
B C D E F G H

Rys. 62

Niech pryzmaty mają rozwartość niewielką, taką, aby można było odchylenie wyrazić wzorem przybliżonym (6c); niech kąt łamiący będzie np. równy 1°. Wyrażając kąt ten w radianach, dla różnicy odchyleń w pryzmacie flintowym skrajnych promieni widma otrzymamy

$$\delta_H - \delta_B = (n_H - n_B)\cdot 0{,}017 = 0{,}043\,213\cdot 0{,}017$$

Na ekranie ustawionym w odległości 1 m długość widma będzie równa

$$\Delta = (\delta_H - \delta_B)\cdot 1000 \text{ mm} = 0{,}043\,213\cdot 17 \approx 0{,}73 \text{ mm}.$$

Długość widma, wytworzonego przez pryzmat koronowy, wyniesie

$$\Delta' = (\delta'_H - \delta'_B)\cdot 1000 \text{ mm} = 0{,}020\,734\cdot 17 \approx 0{,}35 \text{ mm},$$

widmo będzie zatem dwa razy krótsze od widma pryzmatu z flintu. Pryzmat z wodą da widmo

$$\Delta'' = (\delta''_H - \delta''_B)\cdot 1000 \text{ mm} = 0{,}013\,24\cdot 17 \approx 0{,}22 \text{ mm}$$

trzy i pół raza krótsze od widma pryzmatu z flintu.

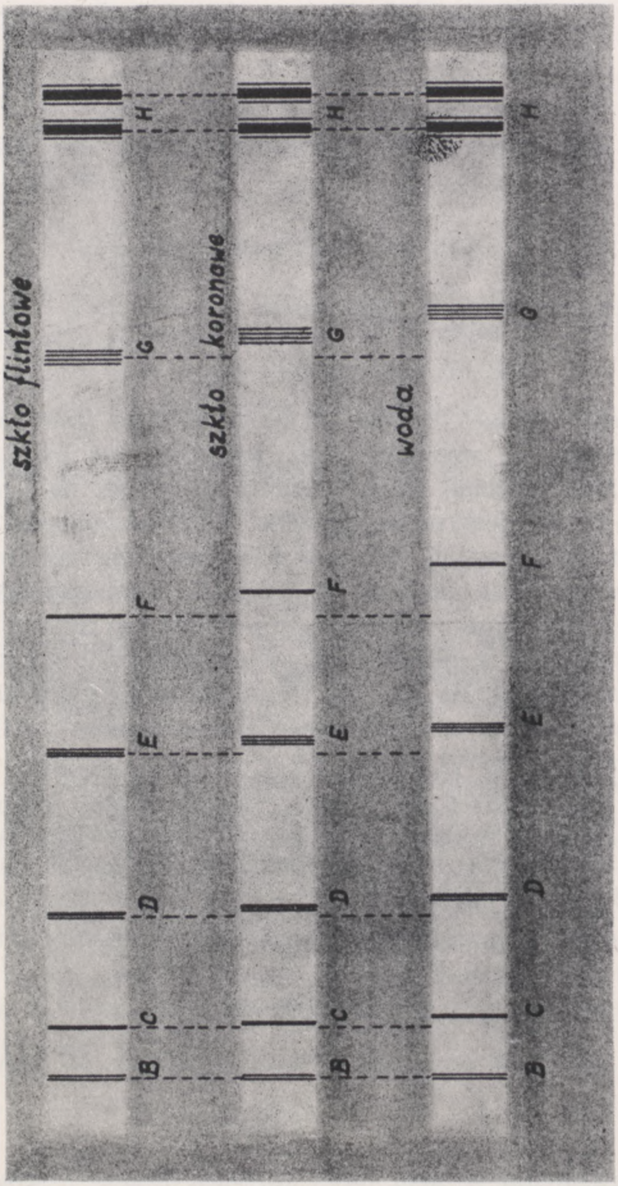
Zmieniając odpowiednio kąty łamiące każdego z tych pryzmatów, można doprowadzić widma do tej samej długości (rozwartości będą, oczywiście, w każdym pryzmacie inne), okaże się jednak, że i wtedy różnice odchyleń poszczególnych par linij Frauenhofera będą w każdym z tych widm inne, tak że równym wartościom $\delta_H - \delta_B$ nie będą odpowiadały równe wzajemnie wartości różnic $\delta_C - \delta_B, \delta_F - \delta_D$ lub jakichkolwiek innych. W wodzie rozszczepienie będzie stosunkowo większe w części zbliżonej do czerwieni, w szkle flintowym — w części zbliżonej do fioletu (rys. 63, według Chwolsona).

Niech m, p, s oznaczają rozwartości pryzmatów, dostatecznie małe, aby można było stosować wzór (6c), przy których długości widm są jednakowe. Wtedy

$$\delta_H - \delta_B = (n_H - n_B)m = (n'_H - n'_B)p = (n''_H - n''_B)s \qquad \text{(a)}$$

Gdyby różnice współczynników załamania linij pośrednich $n_x - n_y$ były do siebie w takim samym wzajemnym stosunku w badanych pryzmatach, jak np. $n_H - n_B$, innymi słowy, gdyby tzw. rozszczepienie częściowe było proporcjonalne do rozszczepienia całkowitego, a więc

$$\frac{n_x - n_y}{n_H - n_B} = \frac{n'_x - n'_y}{n'_H - n'_B} = \frac{n''_x - n''_y}{n''_H - n''_B} = \frac{1}{q},$$



Rys. 63

różnice odchyleń poszczególnych linij Fraunhofera byłyby we wszystkich pryzmatach jednakowe. Wtedy bowiem w poszczególnych pryzmatach mielibyśmy

$$\delta_x - \delta_y = (n_x - n_y) m = (n_H - n_B) \frac{m}{q}$$

$$\delta'_x - \delta'_y = (n'_x - n'_y) p = (n'_H - n'_B) \frac{p}{q}$$

$$\delta''_x - \delta''_y = (n''_x - n''_y) s = (n''_H - n''_B) \frac{s}{q}.$$

Skąd z uwagi na wzór (a) wynika

$$\delta_x - \delta_y = \delta'_x - \delta'_y = \delta''_x - \delta''_y.$$

We wszystkich widmach zatem, których skrajne linie B i H byłyby jednakowo odchylone, wszystkie linie pośrednie też byłyby odchylone jednakowo. Doświadczenie jednak wskazuje, że tak nie jest. Rozszczepienie częściowe nie jest proporcjonalne do rozszczepienia całkowitego.

W gazach bezbarwnych i przezroczystych wartość współczynnika załamania niewiele jest większa od jedności, rozszczepienie zaś całkowite tak małe, że opisane wyżej metody pomiaru nie dają w zastosowaniu do gazów dokładnych wyników. Tak np. w powietrzu o temperaturze 0° pod ciśnieniem 760 mm Hg $n_H - n_B$ wynosi zaledwie 0,000 006 7, jest więc około 6500 razy mniejsze od całkowitego rozszczepienia w szkle flintowym.

Tym się tłumaczy, że jakkolwiek rozszczepienie w powietrzu stwierdził już Bouguer (1748 r.), w parach zaś Arago (1806 r.); dopiero Leroux w 1861 r. podał pierwsze (przybliżone zresztą i niezbyt dokładne) dane liczbowe, poprawione następnie przez Kettelera (1885 r.), posługującego się zupełnie odmienną metodą pomiaru, opartą na zjawiskach interferencji (p. rozdz. VII, ust. 6).

Szczególnie niską wartość ma współczynnik załamania w neonie i helu. W neonie

$$n_D = 1{,}000\,067$$

jest mniejszy od n_D w powietrzu równego 1,000 29. W helu

$$n_D = 1{,}000\,035.$$

Pomiar rozszczepienia w helu daje wartości, leżące w granicach błędu doświadczenia.

W ciekłym tlenie współczynnik załamania żółtej linii sodu wynosi, według Witkowskiego i Olszewskiego (1891 r.), 1,227.

Próby ustalenia związku między współczynnikiem załamania danego ciała i jego stanem fizycznym, a przede wszystkim jego temperaturą i ciśnieniem, jakiemu podlega, nie doprowadziły do zadowalających wyników.

Newton przypuszczał, że związek ten wyraża się wzorem

$$\frac{n^2-1}{d}=C_N, \tag{b}$$

gdzie d jest gęstością ciała, C_N — wielkością stałą. Gladstone i Dale (1863 r.) zastąpili wzór Newtona innym

$$\frac{n-1}{d}=C_G, \tag{c}$$

wreszcie L. Lorenz i H. A. Lorentz jednocześnie, lecz niezależnie jeden od drugiego, wyprowadzili (1880 r.), wychodząc zresztą z całkowicie różnych założeń, wzór

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}\cdot\frac{1}{d}=C_L \tag{d}$$

który po pomnożeniu przez ciężar drobinowy M daje tzw. refrakcję drobinową

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}\cdot\frac{M}{d}=C_M \tag{e}$$

(por. rozdz. IX, ust. 3).

W niektórych ciałach stałych n ze wzrostem temperatury wzrasta; tak jest np. w różnych rodzajach szkła, diamencie, topazie; w innych zaś ciałach (np. w kwarcu) — maleje. (Fizeau, 1862 r.).

Z dwunastu, badanych przez Pulfricha (1892 r.) gatunków szkła jenajskiego, osiem, między innymi wszystkie szkła ciężkie (flintowe), wykazały ze wzrostem temperatury zwiększanie się współczynnika załamania, cztery zmniejszanie. We wszystkich jednak przypadkach wzrostowi temperatury towarzyszyło zwiększenie się rozszczepienia, w ciałach bowiem, w których współczynnik załamania wzrastał, wzrost był większy dla promieni bardziej łamliwych, w ciałach zaś, w których się zmniejszał, zmniejszanie dla tych promieni było mniejsze.

W cieczach współczynnik załamania ze wzrostem temperatury maleje.

W gazach n ze wzrostem ciśnienia, a więc i ze wzrostem gęstości, wzrasta, tak że iloraz

$$\frac{n-1}{d} \tag{f}$$

jest mniej więcej stały.

Pod wysokimi ciśnieniami (do 200 at) danym pomiarom lepiej odpowiada, zdaniem Magri'ego (1905 r.), wzór (d).

Podwyższenie temperatury powoduje zmniejszanie się współczynnika załamania, większe nieco od tego, jakie możnaby było przypisać zmianie gęstości, spowodowanej przez ogrzewanie (Mascart, 1877 r.).

W ciałach, pochłaniających promienie pewnych barw, porządek barw w widmie jest na ogół inny, niż w wyżej w rozpatrywanych przypadkach rozszczepienia normalnego. Tak np. w alkoholowym 18,8% roztworze fuksyny, zbadanym przez Christiansena (1871 r.), współczynniki załamania linij Frauenhofera mają wartości następujące:

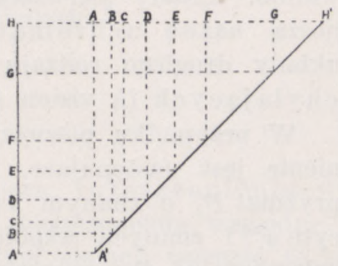
B	C	D	E	F	G	H
1,450	1,502	1,561	(zielona część widma jest pochłonięta przez roztwór)	1,312	1,285	1,312

Najmniej przeto odchylona jest fioletowa i ciemnoniebieska część widma, najbardziej żółta; porządek więc barw w widmie, gdy idziemy od najmniej ku najbardziej odchylonym promieniom, jest mniej więcej taki: pas fioletowo-niebieski, za nim ciemna smuga, odpowiadająca pochłoniętej zielonej części widma, dalej pas czerwony, potem pomarańczowy i wreszcie żółty. Jednocześnie wzrasta ogromnie rozszczepienie: różnica współczynników załamania skrajnych barw *G* i *D* wynosi 0,276, podczas gdy w czystym alkoholu o rozszczepieniu normalnym $n_H - n_B$ równe jest 0,013, a w silnie rozszczepiającym szkle ciężkim około 0,04.

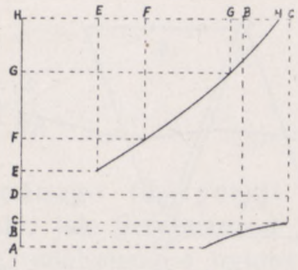
To zjawisko rozszczepienia anomalnego (dyspersji anomalnej — łac. dispergere — rozrzucić, łac. średniow. anomalis — nieprawidłowy) jest, jak to ustalił Kundt (1871 i 1872 r.) w ścisłym związku z pochłanianiem promieni pewnych barw przez dane ciało i występuje tym wyraźniej, im pochłanianie jest silniejsze. W miarę zbliżania się od czerwonego końca widma do barwy pochłanianej stwierdzamy stopniowy wzrost współczynnika załamania, który osiąga swą najwyższą wartość dla promieni o barwie zbliżonej do barwy pochłanianej, po czym, po przekroczeniu pasa absorpcji, nagle się zmniejsza, aby znów stopniowo wzrastać ku końcowi fioletowemu.

Rozszczepienie anomalne szczególnie wyraźnie występuje przy użyciu newtonowskiej metody widm „skrzyżowanych”, jaką zastosował Kundt do badania tego zjawiska. Wiązka promieni równoległych, wychodzących z wąskiej i krótkiej poziomej szczeliny, dająca po załamaniu w pryzmacie o poziomej krawędzi łamiącej pionowe widmo *AH* (rys. 64, gdzie rozszczepienie poszczególnych linij Frauenhofera odpowiada pryzmatowi, zwróconemu krawędzią na dół), przed dojściem do ekranu załamuje się po raz drugi w pryzmacie o krawędzi łamiącej pionowej. Ponieważ promienie różnych barw załamują się niejednakowo, odchylenie od po-

łożenia pionowego różnych części widma będzie różne. Gdy pryzmat pionowy jest z tego samego materiału, co pryzmat poziomy, widmo wypadkowe *A'H'* będzie, wobec równości rozszczepień częściowych w obu pryzmatach, również linią prostą, gdy z innego materiału, widmo „krzyżowe" będzie jakąś linią krzywą. Jeżeli oba pryzmaty rozszczepiają normalnie, w obu przypadkach otrzymamy widmo w postaci nieprzerwanej linii (lub raczej, wobec skończonej wysokości szczeliny, jedno nieprzerwane pasmo). Jeżeli jednak drugi pryzmat rozszczepia anomalnie, widmo będzie w pobliżu części pochłanianej nagle przerwane, wyginając się po obu jej stro-



Rys. 64



Rys. 65

nach w przeciwnych kierunkach. Tak np. dla silnego roztworu cjaniny, pochłaniającego promienie, bliskie linii *D*, otrzymuje się widmo takie, jak na rys. 65. Odchylenie promieni bliskich *D* (np. linii *C*) silnie wzrasta, aby po przekroczeniu pasa absorpcji spaść do anomalnie małej wartości dla promieni *E*.

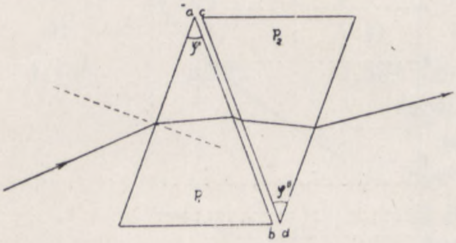
Zmniejszenie się współczynnika załamania może być tak wielkie, że wartość jego spada poniżej jedności; dla pewnego więc rodzaju promieni dane ciało może być optycznie rzadsze od próżni. Taki przypadek zachodzi np. w fuksynie, w której, jak to stwierdził Pfluger (1895 r.), współczynnik załamania linii strontu (leżącej między liniami *F* i *G* wynosi 0,83.

Kundtowi udało się (1888 r.) przez użycie małych, na pół przezroczystych pryzmatów metalowych o rozwartości 11″ do 51″ zmierzyć współczynniki załamania metali i stwierdzić istnienie anomalnej dyspersji w metalach. Metoda ta jednak wobec bardzo małej rozwartości pryzmatów nie daje, zdaniem Lummera, dokładnych wyników. Niektóre wszakże dane, otrzymane przez Kundta, znalazły potwierdzenie w badaniach, wykonanych przy użyciu innych metod. Okazało się, że istotnie metale takie, jak kobalt, miedź i inne, rozszczepiają anomalnie i że w kilku przypadkach n jest mniejsze od jedności. Tak np. w glinie $n_G=0{,}76$ (Voigt, 1881 r.) w srebrze $n_D=0{,}18$ (Minor 1903 r.), w cynie $n_G=0{,}83$ (Voigt, 1881 r.). W sodzie, według Drudego (1890 r.), $n_D=0{,}004\,5$.

Rozszczepienia anomalne wykazują również zabarwione pary, jak to pierwszy wykazał Le Roux (1861 r.), a jak to później potwierdził Kundt (1872 r.), H. Becquerel (1899 r.), Lummer (1903 r.): Wood (1902 r.) i wielu innych.

7. ACHROMATYCZNY UKŁAD PRYZMATÓW. NIEODCHYLAJĄCY UKŁAD PRYZMATÓW. PRYZMATY ODBIJAJĄCE

Rozpatrzone w ustępie poprzednim własności rozszczepiające ciał stałych i ciekłych pozwalają na otrzymanie układów pryzmatów, powodujących odchylenie wiązki promieni bez rozszczepienia lub co najwyżej z rozszczepieniem niewielkim, jak również układów, nie odchylających wiązki padającej, ale mimo to dających dostatecznie wyraźne widmo. Układy pierwszego rodzaju noszą nazwę achromatycznych, układy drugiego rodzaju — nieodchylających (à vision directe).



Rys. 66

W przypadku pierwszym zagadnienie jest następujące. Dany jest pryzmat P_1 o znanym kącie łamiącym φ' i znanych współczynnikach załamania n' dla wszystkich rodzajów światła; dobrać tak materiał i kąt łamiący φ'' drugiego pryzmatu P_2, odchylającego promienie w kierunku przeciwnym, aby promienie skrajnych barw widma odchylały się o ten sam kąt δ od kierunku początkowego (rys. 66). Pryzmaty mogą nie stykać się, ale krawędź *cd* musi być równoległa do *ab*.

W przypadku ogólnym, gdy kąty łamiące pryzmatu mają znaczniejszą wartość, rozwiązanie tego zadania wymaga uciążliwych i długich rachunków: dlatego też poprzestaniemy na rozpatrzeniu przypadku szczególnego — pryzmatów o małych kątach łamiących, do których można stosować wzór (6c).

Odchylenia promieni linij B i H w pryzmacie P_1 są odpowiednio równe

$$\delta'_B=(n'_B-1)\varphi' \quad \text{i} \quad \delta'_H=(n'_H-1)\varphi',$$

różnica zatem odchyleń, spowodowanych przez ten pryzmat

$$\delta'_H-\delta'_B=(n'_H-n'_B)\varphi'.$$

Pryzmat P_2 powoduje nową różnicę odchyleń w przeciwnym kierunku

$$\delta''_H-\delta''_B=(n''_H-n''_B)\varphi''$$

Odchylenia więc promieni B i H będą jednakowe, gdy

$$\delta'_H-\delta'_B=\delta''_H-\delta''_B,$$

gdy przeto

$$\frac{\varphi'}{\varphi''}=\frac{n''_H-n''_B}{n'_H-n'_B}. \tag{a}$$

Kąty łamiące pryzmatów muszą być zatem w stosunku odwrotnym do rozszczepień całkowitych w użytych pryzmatach.

Kąt odchylenia δ, jaki promienie B i H tworzą po wyjściu z układu z kierunkiem promieni padających, równy jest

$$\delta = \delta'_B - \delta''_B = (n'_B - 1)\varphi' - (n''_B - 1)\varphi'' = (n'_H - n'_B)\left(\frac{n'_B - 1}{n'_H - n'_B} - \frac{n''_B - 1}{n''_H - n''_B}\right)\varphi' \quad \text{(b)}$$

gdzie wielkość

$$\frac{n'_B - 1}{n'_H - n'_B}$$

jest miarą rozszczepienia względnego (dyspersji względnej). Gdyby rozszczepienie względne miało, jak przypuszczał Newton, we wszystkich ciałach wartość tę samą, odchylenie δ byłoby równe zeru: układ achromatyczny pryzmatów byłby układem nieodchylającym; tak jednak nie jest, układ achromatyczny może więc być układem odchylającym.

Usunięcie achromatyzmu dla drugiej pary barw np. D i E wymaga spełnienia warunku dodatkowego:

$$\frac{n''_E - n''_D}{n'_E - n'_D} = \frac{n''_H - n''_B}{n'_H - n'_B}$$

lub nieco inaczej

$$\frac{n''_E - n''_D}{n''_H - n''_B} = \frac{n'_E - n'_D}{n'_H - n'_B}.$$

Warunku tego przy użyciu dwóch tylko pryzmatów spełnić nie możemy, wiemy bowiem z doświadczeń, opisanych w ustępie poprzednim, że rozszczepienia częściowe nie są proporcjonalne do rozszczepień całkowitych, wobec czego promienie wszystkich innych barw zawsze odchylą się o inny kąt, niż promienie B i H dając tzw. widmo wtórne, tym mniej wyraźne, im mniej w użytych pryzmatach różnią się stosunki rozszczepień częściowych od stosunków rozszczepień całkowitych. Środek widma wtórnego jest prawie biały, jeden jego brzeg ma obwódkę purpurową (gdy odchylenia promieni B i H są jednakowe), drugi — zielonawą. Dołączając trzeci pryzmat można otrzymać, czego tu wyprowadzać nie będziemy, to samo odchylenie dla trzech barw. Zazwyczaj achromatyzuje się układ nie dla linij B i H, lecz C i F, odgraniczają-

cych tę część widma, która przy tym samym natężeniu silniej, niż pozostałe, działa na nasze oko. Wtedy odchylenie promieni D wynosi

$$\delta_D=(n'_F-n'_C)\left(\frac{n'_D-1}{n'_F-n'_C}-\frac{n''_D-1}{n''_F-n''_C}\right)\varphi', \tag{c}$$

gdzie $\dfrac{n_D-1}{n_F-n_C}$ często jest oznaczane przez ν.

Użyjmy do budowy układu achromatycznego pryzmatów ze szkła koronowego Dollanda o kącie łamiącym 20° i o współczynnikach załamania $n_C=1{,}608\,933$, $n_D=1{,}611\,428$, $n_F=1{,}617\,457$; $n_G=1{,}622\,696$. Chodzi o wyznaczenie kąta łamiącego pryzmatu ze szkła flintowego Guinanda ($n_C=1{,}771\,761$, $n_D=1{,}777\,664$, $n_F=1{,}792\,420$; $n_G=1{,}806\,195$).
Ze wzoru (a) otrzymujemy

$$\varphi''=\frac{0{,}008\,52}{0{,}020\,66}\cdot 20^0=8^0 15'36''.$$

Odchylenie promieni C i F, obliczone ze wzoru (b) wynosi $5^0 52' 13''$, odchylenie promieni D, obliczone ze wzoru (c) równe jest $5^0 48'$, odchylenie zaś promieni G ze wzoru

$$\delta_G=(n'_F-n'_C)\left(\frac{n'_G-1}{n'_F-n'_C}-\frac{n''_G-1}{n''_F-n''_C}\right)\varphi'=5^0 49' 12'',$$

największa zatem różnica odchyleń promieni załamanych wynosi nieco ponad 4'. Używając nowych rodzajów szkła lekkiego i ciężkiego można otrzymać o wiele lepsze wyniki.

W nieodchylających układach pryzmatów chodzi o usunięcie odchylenia promieni środkowej części widma (zazwyczaj promienia D), zachowanie zaś rozszczepienia. Tym razem przeto kąty łamiące muszą zadość czynić warunkowi

$$(n'_D-1)\varphi'-(n''_D-1)\varphi''=0, \tag{d}$$

skąd

$$\frac{\varphi'}{\varphi''}=\frac{n''_D-1}{n'_D-1};$$

różnica więc odchyleń promieni F i C, będąca miarą długości otrzymanego w tym układzie widma

$$\varDelta\delta=(\delta'_F-\delta'_C)-(\delta''_F-\delta''_C)=(n'_D-1)\left(\frac{n'_F-n'_C}{n'_D-1}-\frac{n''_F-n''_C}{n''_D-1}\right)\varphi' \tag{e}$$

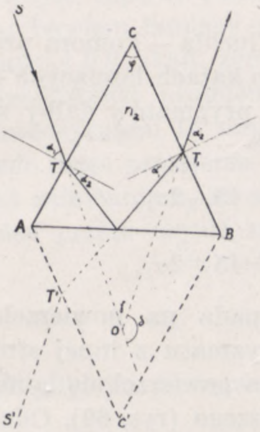
Biorąc te same rodzaje szkła, co w poprzednim przykładzie, na kąt łamiący pryzmatu z flintu otrzymujemy przy $\varphi'=20^0$ wartość

$$\varphi''=\frac{0{,}611\,428}{0{,}777\,664}\cdot 20^0=15^0 43' 12''.$$

Różnica odchyleń promieni F i C będzie wtedy

$$\Delta\delta = 9'44''$$

W tego rodzaju układzie, złożonym z dwóch tylko pryzmatów, rozszczepienie, nawet przy użyciu pryzmatów o dużym kącie łamiącym, jest niewielkie. Dlatego też najczęściej używa się układów z 3, 5 i 7 pryzmatów, przy czym pryzmaty środkowe są prostokątne, krańcowe — ostrokątne, o kątach rozwarcia obliczonych z podanych wyżej wzorów.



Rys. 67

W pryzmatach odbijających, których przecięcie główne tworzy trójkąt równoramienny, promień załamany przez pierwszą powierzchnię łamiącą odbija się od podstawy pryzmatu i wychodzi przez drugą powierzchnię.

Gdy promienie padają na podstawę pod kątem mniejszym od granicznego, podstawę powleka się cienką warstwą srebra, zamieniając ją tym sposobem w zwierciadło.

Promień odbity T_1S_1 (rys. 67) przechodzi w pryzmacie tę samą drogę, co promień $S'T'$ równoległy do promienia wychodzącego T_1S_1, załamany na powierzchni AC', będącej obrazem urojonym powierzchni AC w zwierciadle AB. Zjawisko zachodzi więc tak, jak przy załamaniu przez płytkę płaskorównoległą; promień fikcyjny $S'T'$ jest symetryczny względem zwierciadła do promienia padającego ST; stygmatyzm układu jest ograniczony tymi samymi warunkami, co w płytce płaskorównoległej.

Odchylenie δ promienia wychodzącego, równe kątowi, jaki promień S_1T_1 tworzy z promieniem ST, wyraża się wzorem

$$\delta = 180^0 - \gamma$$

ponieważ

$$\gamma + \varphi + \sphericalangle CTO + \sphericalangle CT_1O = 360^0$$

i

$$\sphericalangle CTO = 90^0 + \alpha_1; \quad \sphericalangle CT_1O = 90^0 + \alpha_2'.$$

$$|\alpha_1| = \alpha_2'$$

to

$$180^0 - \delta + \varphi + 180^0 + 2\,\alpha_1 = 360^0$$

skąd

$$\delta = \varphi + 2\alpha_1$$

lub po uwzględnieniu, że α_1 jest w danym przypadku kątem ujemnym (p. rozdz. II, ust. 1), α_2' — dodatnim, równym $-\alpha_1$,

$$\delta = \varphi - 2\alpha_1 = \varphi + 2\alpha_2'.$$

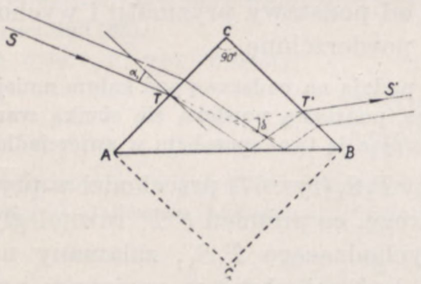
Odchylenie jest niezależne od współczynnika załamania; układ jest achromatyczny.

W najprostszym pryzmacie tego typu — pryzmacie Amici'ego — (rys. 68) kąt łamiący równy jest 90^0, odchylenie więc promieni wychodzących równe jest

$$\delta_A = 90 - 2\alpha_1.$$

Gdy $\alpha_1 = 45^0$, $\delta = 0$; pryzmat nie odchyla promieni, obrazy są odwrócone.

Często używana kostka Wollastona (camera lucida — komora przejrzysta) jest układem dwóch równych pryzmatów o kątach łamiących 45^0. Pierwszy z tych pryzmatów dałby sam jeden odchylenie



Rys. 68

$$\delta_1 = 45 - 2\alpha_1,$$

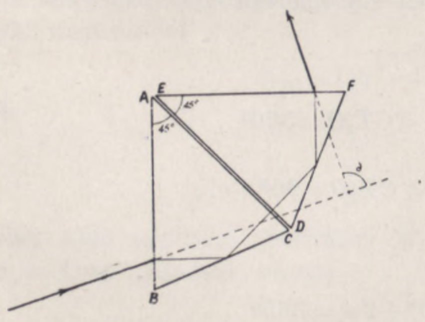
drugi

$$\delta_2 = 45 + 2\alpha_1,$$

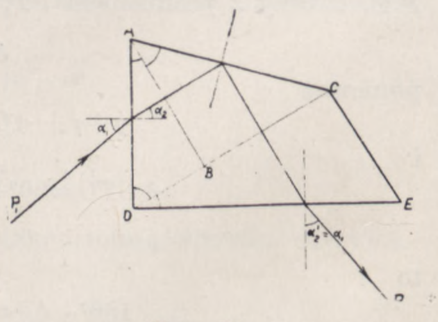
gdyż promień pada na powierzchnię łamiącą tego pryzmatu z innej strony normalnej, niż na powierzchnię łamiącą pryzmatu pierwszego (rys. 69). Odchylenie więc ostateczne

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 90^0$$

jest niezależne od kąta padania. Gdy pod pryzmatem położymy kartkę papieru, oko zaś umieścimy w pobliżu krawędzi EF, zobaczymy obraz na tle papieru i będziemy mogli obrysować jego zarysy.



Rys. 69



Rys. 70

Szczególnie ważne zastosowanie znalazły pryzmaty odbijające w tzw. monochromatorach, gdzie promienie wychodzące po rozszczepieniu w tym samym kierunku są możliwie jednorodne. Z tych pryzmatów o stałym odchyleniu najczęściej używany jest pryzmat Pellin-

Broca (rys. 70). Układ ten można uważać za złożony z trzech pryzmatów: ADB, BAC i CDE. Gdy promień P_1 po załamaniu się w pryzmacie ABD pada prostopadle na powierzchnię rozdziału AB (rozdziału w rzeczywistości nie istniejącego), przechodzi przez nią bez załamania i odbija się od powierzchni AC pryzmatu BAC pod kątem 45^0, wobec czego na powierzchnię rozdziału DC pada również pod kątem prostym i po załamaniu na powierzchni DE wychodzi na zewnątrz pod kątem α_2' równym kątowi padania α_1 promienia P_1 na powierzchnię łamiącą AD, kąt bowiem łamiący pryzmatu CDE równy jest kątowi łamiącemu pryzmatu ADB, skąd, zgodnie z zasadą odwracalności biegu promieni $\alpha_1 = \alpha_2'$. Przedłużenia promieni P_1 i P_2, tworzących z wzajemnie prostopadłymi płaszczyznami te same kąty, przecinają się pod kątem prostym, odchylenie więc promienia wychodzącego równe jest 90^0. Aby jednak tak było, kąt załamania α_2 na powierzchni AD musi być równy 30^0, kąt padania α_1 musi przeto czynić zadość równaniu

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin 30^0 = \frac{n_2}{2}$$

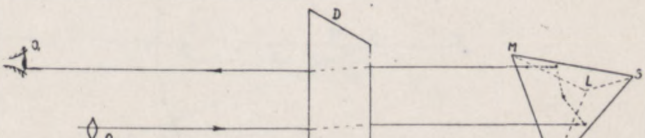
lub gdy, jak to bywa zazwyczaj, $n_1 = 1$,

$$\sin \alpha_1 = \frac{n}{2}. \tag{h}$$

Z promieni zatem padających pod danym kątem padania α_1 na układ, w kierunku P_2 wychodzić będą tylko promienie oznaczonej barwy widmowej, których współczynnik załamania czynić będzie zadość równaniu (h); wszystkie inne wychodzić będą w innych kierunkach. Obracając pryzmat i zmieniając w ten sposób stopniowo kąt α_1, otrzymamy w kierunku P_2 kolejno wszystkie barwy widma pryzmatycznego.



Rys. 71



Rys. 71a

Ciekawe własności optyczne posiada ostrosłup, ograniczony trzema ścianami łamiącymi, z których każda jest trójkątem prostokątnym, i podstawą LMN, stanowiącą trójkąt równoboczny (rys. 71), W takim układzie każdy promień padający na podstawę i odbity kolejno od wszystkich ścian ostrosłupa, wychodzi z powrotem równolegle do promienia padającego. Jeżeli więc układ podstawą swą LMN

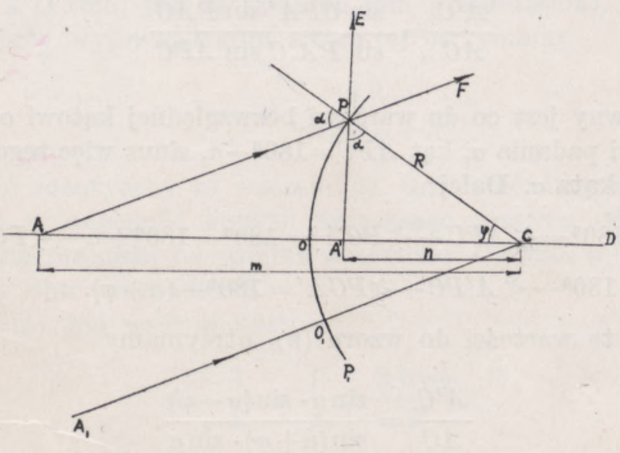
zwrócony jest w stronę obserwatora O_1 (rys. 71a), obserwator zobaczy odbicie światła, wychodzącego z przedmiotu świecącego (np. świecy lub zapałki), umieszczonego w pobliżu oka. Ponieważ przesunięcie promienia odbitego wynosi zaledwie parę milimetrów, (na rys. 71a znacznie powiększone), inny obserwator, patrzący z boku, odbicia widzieć nie będzie. Układ nadaje się zatem do sygnalizacji tajnej: drugi obserwator O_2, zasłaniając układ na krótszy lub dłuższy przeciąg czasu nieprzezroczystym ekranem D, może przesyłać obserwatorowi O_1 świetlne sygnały Morse'a, które odbierać będzie tylko obserwator O_1.

Rozdział IV

ODBICIE I ZAŁAMANIE PROMIENI NA POWIERZCHNIACH KULISTYCH

1. ODBIJANIE PROMIENI PRZEZ POWIERZCHNIE KULISTE

Odbicie poszczególnych wiązek promieni od powierzchni kulistej możemy rozpatrywać zupełnie w ten sam sposób, co odbicie od powierzchni płaskiej, kierunek bowiem promienia odbitego zależy jedynie od kształtu powierzchni w bezpośrednim sąsiedztwie punktu padania, a więc nie ulega zmianie, gdy dany element powierzchni odbijającej zastąpimy elementem płaszczyzny, stycznym w punkcie padania do rozpatrywanej powierzchni. Jedyna różnica polegać będzie na tym, że normalne do powierzchni nie będą wzajemnie równoległe, lecz będą się przecinały w środku krzywizny C danej powierzchni kulistej. I tym



Rys. 72

razem przeto promienie, wychodzące z punktu świecącego A i padające w punkcie P na powierzchnię odbijającą, będą się odbijały zgodnie z prawem Descartes'a. Spomiędzy tych promieni jeden AO (rys. 72) będzie biegł wzdłuż prostej, przechodzącej przez środek krzywizny C, po

odbiciu więc wracać będzie wzdłuż tej samej prostej. Promień ten nazywamy **środkowym**, prostą AD — **osią układu**, punkt O **wierzchołkiem** powierzchni odbijającej. Jest rzeczą oczywistą, że każdemu punktowi, nie leżącemu na osi AO, np. punktowi A_1, odpowiadać będzie inna oś (np. A_1C) i inny wierzchołek (np. O_1). Zazwyczaj jednak za oś kulistego układu odbijającego bierze się prostą, przechodzącą przez punkt C i środek powierzchni odbijającej. Oś ta, nazywana **osią główną**, jest osią symetrii układu, bieg promieni jest przeto w każdej płaszczyźnie, przechodzącej przez oś, ten sam, wystarczy więc rozpatrzeć odbicie w jednej z tych płaszczyzn, np. w płaszczyźnie rysunku, aby przez obrót dookoła osi AO wyznaczyć kierunek wszystkich promieni odbitych.

Gdyby układ był stygmatyczny, wszystkie promienie odbite (lub ich przedłużenia) przecinałyby się w jednym punkcie A', będącym obrazem rzeczywistym (lub jak na rys. 72 urojonym) punktu A; wystarczyłoby więc wyznaczenie punktu przecięcia dwóch dowolnych promieni odbitych (np. PE i AO) dla znalezienia położenia obrazu.

Z trójkątów CPA' i ACP znajdujemy

$$\frac{A'C}{CP} = \frac{\sin CPA'}{\sin PA'C} \quad \text{i} \quad \frac{CP}{AC} = \frac{\sin PAC}{\sin APC}, \tag{a}$$

skąd

$$\frac{A'C}{AC} = \frac{\sin CPA' \sin PAC}{\sin PA'C \sin APC}. \tag{b}$$

Kąt CPA' równy jest co do wartości bezwzględnej kątowi odbicia i tym samym kątowi padania α, kąt $APC = 180^0 - \alpha$, sinus więc tego kąta równy jest sinusowi kąta α. Dalej

$$\sphericalangle PAC = 180^0 - \sphericalangle APC - \sphericalangle PCA' = 180^0 - 180^0 + \alpha - \sphericalangle PCA' = \alpha - \varphi,$$

$$\sphericalangle PA'C = 180^0 - \sphericalangle A'PC - \sphericalangle PCA' = 180^0 - (\alpha + \varphi).$$

Podstawiając te wartości do wzoru (b), otrzymamy

$$\frac{A'C}{AC} = \frac{\sin\alpha \cdot \sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin\alpha}. \tag{c}$$

Oznaczmy odległości AC i $A'C$ przez m i n, uważając je za dodatnie w kierunku od O do C (w danym więc przypadku m i n są dodatnie):

$$\frac{n}{m} = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\varphi - \cos\alpha \cdot \sin\varphi}{\sin(\alpha + \varphi)},$$

wobec czego

$$\frac{n}{m}+1=\frac{n+m}{m}=\frac{2\sin\alpha\cdot\cos\varphi}{\sin(\alpha+\varphi)};$$

z pierwszej proporcji (a) otrzymujemy

$$\frac{n}{R}=\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\varphi)},$$

gdzie R promień krzywizny powierzchni odbijającej, mamy zatem

$$\frac{n+m}{m}=\frac{2n}{R}\cos\varphi$$

i

$$n=\frac{m\cdot R}{2m\cos\varphi-R}. \tag{e}$$

Położenie przeto punktu A' jest funkcją kąta φ, jaki tworzy normalna do powierzchni w punkcie padania z osią układu.

Taki sam wzór otrzymamy i wtedy, gdy punkt świecący znajdować się będzie po wklęsłej stronie powierzchni odbijającej, wtedy bowiem punktowi świecącemu A' odpowiada punkt przecięcia promieni odbitych PF i $A'O$ (lub, jak na rysunku, ich przedłużenia), i idąc tą samą drogą, co przy wyprowadzaniu wzoru (e) otrzymamy

$$m=\frac{nR}{2n\cos\varphi-R},$$

a więc wzór identyczny ze wzorem (e). Gdy umówimy się oznaczać zawsze przez m odległość punktu świecącego, przez n odległość punktu przecięcia się promieni od środka krzywizny C, wzór (e) będzie można stosować w obu przypadkach.

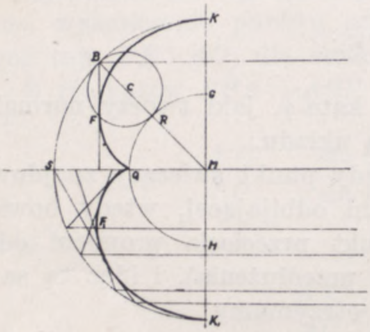
Przepiszmy ten wzór w postaci

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{2\cos\varphi}{R}. \tag{f}$$

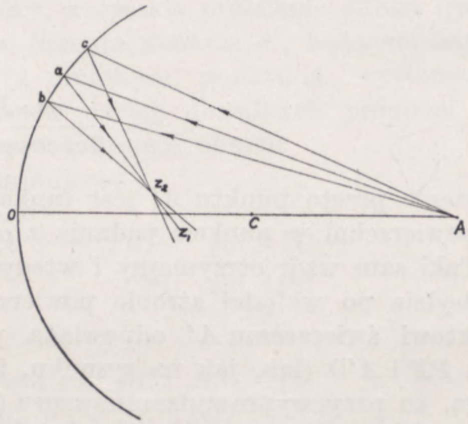
W punkcie A' przecinają się zatem jedynie promienie, tworzące stożek PAP_1, wszystkim bowiem punktom padania promieni tego stożka odpowiada ten sam kąt φ.

Miejscem geometrycznym przecięcia się poszczególnych wiązek, padających w punktach, o różnych wartościach kąta φ, jest powierzchnia kaustyczna, nazywana w tym przypadku katakaustyczną. Gdy pro-

mienie wychodzą z nieskończenie odległego punktu świecącego, leżącego na osi głównej, katakaustyka jest, co podamy bez udowodnienia, powierzchnią otrzymaną przez obrót dookoła osi epicykloidy KFF_1K_1, (rys. 73) tj. krzywej, opisanej przez punkt F koła RFB, toczącego się po kole GQH, przy czym koło toczące się ma promień cztery razy mniejszy od promienia krzywizny kulistej powierzchni odbijającej, koło zaś nieruchome GQH ma promień dwa razy mniejszy. Dla wklęsłych powierzchni odbijających a więc przy takim, jak na rysunku, kierunku promieni padających, katakaustyka jest powierzchnią, na której natężenie światła jest większe, niż w punktach, leżących poza nią, jest więc powierzchnią rzeczywistą; dla powierzchni wypukłych jest ona jedynie miejscem geometrycznym obrazów urojonych, tworzonych przez poszczególne wiązki odbitego pęku promieni.



Rys. 73



Rys. 74

Niech Aa, Ab, Ac będą promieniami wiązki, padającej na bardzo mały element powierzchni. Promienie wiązki będą, jak wiemy, (rozdz. III, ust. 2, str. 52) przechodziły przez dwa, bardzo krótkie wzajemnie prostopadłe odcinki prostej — ogniskowe wiązki (rys. 74). Promienie wiązki odbite od tych punktów elementu powierzchni, którym odpowiada ten sam kąt φ (np. od punktów b, otrzymanych przez obrót około osi AO), przecinają się w tym samym punkcie osi, wobec tego jedną z tych ogniskowych wiązki będzie odcinek Z_1 osi, druga ogniskowa Z_2 będzie prostopadła do płaszczyzny rysunku. Katakaustyka, jako miejsce geometryczne tych ogniskowych, jest na ogół powierzchnią dwupowłokową, w danym jednak przypadku składać się będzie z odcinka osi, stanowiącego jedną powłokę zwyrodniałą i z powierzchni krzywej, której kształt zależy od położenia punktu świecącego względem powierzchni odbijającej.

W przypadku wszakże, gdy kąt φ niewiele różni się od zera, a więc gdy albo rozwartość powierzchni odbijającej jest niewielka albo szerokość wiązki padającej jest odpowiednio ograniczona, możemy przyjąć, że promienie odbite przecinają się w jednym punkcie. Wtedy wiązka,

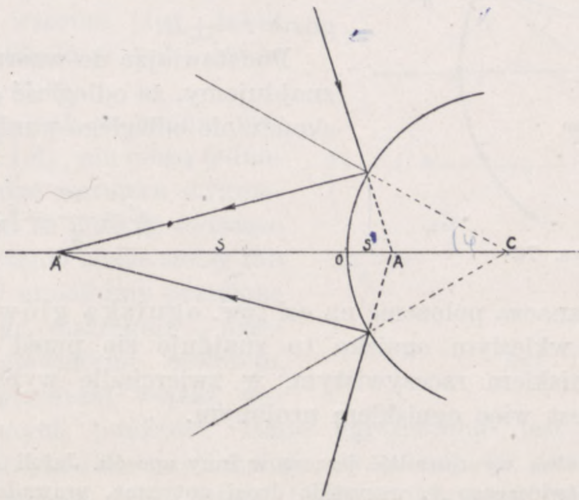
wychodząca z jednego punktu — **homocentryczna** (gr. homoios — podobny, jednakowy) pozostanie po odbiciu homocentryczna.

Dla tego rodzaju promieni **osiowych** wzór (f) przybierze postać

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{2}{R}, \tag{1}$$

n będzie zatem niezależne od położenia punktu padania danego promienia.

Zazwyczaj położenie punktu świecącego i obrazu odnosimy nie do środka krzywizny C, lecz do wierzchołka powierzchni odbijającej uważając te odległości s i s' za dodatnie, gdy punkt czy obraz znajduje się



Rys. 75

po tej stronie powierzchni, na którą pada światło; ujemne zatem odległości punktu świecącego czy obrazu oznaczają urojony punkt świecący (na powierzchnię padają promienie zbieżne, rys. 75) czy też urojony obraz. Podstawiając do wzoru (1)

$$m=s+R \quad \text{i} \quad n=R-(-s')=R+s'$$

s' bowiem jest tym razem ujemne (p. rys. 72), otrzymujemy po przeróbkach

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=-\frac{2}{R}.$$

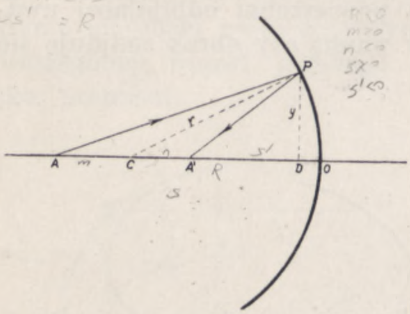
Dla wklęsłej powierzchni odbijającej otrzymamy, kładąc

$$m = R - s \quad \text{i} \quad n = R - s'$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}.$$

Uważając promień R powierzchni, zwróconej wypukłością ku padającemu światłu, za ujemny, zwróconej wklęsłością — za dodatni, otrzymamy wzór ogólny, obowiązujący w obu przypadkach

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}, \tag{1a}$$



Rys. 76

gdzie $r = \pm R$.

Podstawiając do wzoru (1a) $s = \infty$, znajdujemy, że odległość s' obrazu nieskończenie odległego punktu równa jest

$$s' = \frac{r}{2} = f,$$

odległość ta wyznacza położenie na osi tzw. ogniska głównego układu. W zwierciadle wklęsłym ognisko to znajduje się przed zwierciadłem, jest przeto ogniskiem rzeczywistym, w zwierciadle wypukłym — poza zwierciadłem, jest więc ogniskiem urojonym.

Wzór (1a) można wyprowadzić jeszcze w inny sposób. Jeżeli A' (rys. 76) jest obrazem punktu świecącego A, wszystkie drogi optyczne, prowadzące z A do A' muszą być równe, a przeto

$$s + s' = AP + PA', \tag{g}$$

(por. wzór 4a rozdz. II).
Z trójkątu APD mamy

$$AP^2 = AD^2 + y^2 = (AC + CD)^2 + y^2 = \left(s - r + \sqrt{r^2 - y^2}\right)^2 + y^2 =$$

$$= \left[s - r + r\left(1 - \frac{y^2}{2r^2}\right)\right]^2 + y^2 = \left(s - \frac{y^2}{2r}\right)^2 + y^2.$$

Odrzucając $\frac{y^4}{4r^2}$, jako wielkość małą w porównaniu z pozostałymi, otrzymujemy

$$AP = s\sqrt{1 + \frac{y^2}{s}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right)} = s + \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right).$$

Analogicznie znajdujemy

$$PA' = s' + \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r}\right).$$

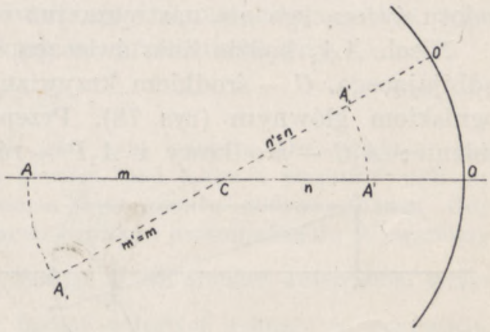
Równanie (g) będzie więc spełnione, gdy

$$s + s' = s + \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right) + s' + \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r}\right);$$

jest to możliwe tylko wtedy, gdy

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{r} + \frac{1}{s'} - \frac{1}{r} = 0 \quad \text{lub} \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}.$$

Gdy punkt świecący leży z boku osi głównej, np. w punkcie A_1, obraz utworzony przez cienką wiązkę promieni padających prawie prostopadle na powierzchnię odbijającą i stanowiących zatem wiązkę promieni środkowych, leży na osi A_1C tego punktu (rys. 77), przy czym odległość jego s_1' od odpowiedniego wierzchołka O', jest związana z odległością s_1 punktu świecącego od wierzchołka wzorem (1a). Jeżeli w dodatku odległości A_1C i AC są równe, $CA' = CA_1'$.



Rys. 77

Na ogół jednak promienie, wychodzące z A i A_1, nie mogą jednocześnie spełniać warunku stygmatyzmu, chyba że punkty świecące leżą nieskończenie blisko siebie lub też, gdy w C umieścimy przesłonę (diafragmę, gr. diafragma — przegroda) z niewielkim otworem, który by ograniczał wiązki, wysyłane z danych punktów. Takie ograniczenie jest jednak możliwe jedynie w przypadku powierzchni, zwróconej ku punktom świecącym wklęsłą swą stroną, tylko wtedy bowiem promienie istotnie przechodzą przez punkt C.

Jeżeli warunki te są spełnione, obrazy zarówno punktów A i A_1, jak i, oczywiście, wszystkich punktów, leżących między nimi na powierzchni kulistej o środku w C, powstają na współśrodkowej powierzchni kulistej $A'A_1'$. Biorąc pod uwagę, że kąty A_1CA i $A'CA_1'$ muszą być, z istoty rzeczy, bardzo małe, możemy elementy powierzchni kulistej A_1A i $A'A_1'$ rozpatrywać, bez wielkiego błędu, jako elementy płaszczyzny. W przypadku zatem spełnienia warunków stygmatyzmu punkty świecące, rozłożone na bardzo małym elemencie płaszczyzny, prostopadłej do osi głównej, dają obrazy punktowe, leżące również na płaszczyźnie, prostopadłej do osi.

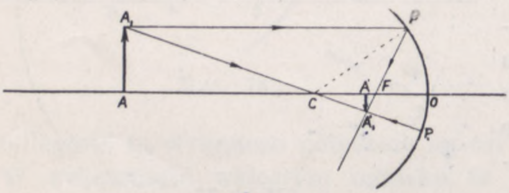
Uogólniając pojęcia, wprowadzone już w rozdz. III (str. 44) nazwiemy przestrzenią przedmiotu — przestrzeń, w której leżą punkty świecące, przestrzenią obrazu — przestrzeń, w której leżą sprzę-

żone z nimi obrazy. Przestrzenie te mogą, rzecz prosta, zachodzić na siebie wzajemnie, a nawet częściowo się ze sobą pokrywać, jak np. w przypadku obrazów powstających przez odbicie w zwierciadle wklęsłym. Przy spełnieniu warunków stygmatyzmu każdemu punktowi przestrzeni przedmiotu odpowiada sprzężony z nim punkt przestrzeni obrazu, każdemu zaś promieniowi w przestrzeni przedmiotu sprzężony z nim promień w przestrzeni obrazu i wreszcie, promienie sprzężone w przestrzeni obrazu z promieniami, przecinającymi się w dowolnym punkcie A przestrzeni przedmiotu, przecinają się w punkcie A' przestrzeni obrazu, sprzężonym z punktem A.

Pojęcie elementów sprzężonych pierwszy wprowadził Lagrange (1778 r.).

W tych warunkach wykreślne znalezienie położenia obrazu przedmiotu świecącego nie nastręcza już większych trudności.

Niech AA_1 będzie linią świecącą, prostopadłą do osi głównej układu odbijającego, C — środkiem krzywizny powierzchni odbijającej, F — jej ogniskiem głównym (rys. 78). Przeprowadźmy z punktu A dwa promienie: A_1C — środkowy i A_1P — równoległy do osi głównej. Promień pierwszy odbija się wzdłuż P_1C, drugi po odbiciu przechodzi przez ognisko główne; punkt przecięcia tych promieni, sprzężonych w przestrzeni obrazu z promieniami A_1P i A_1P_1, przecinającymi się w punkcie A_1 przestrzeni przedmiotu, jest sprzężony z punktem A_1', jest więc jego obrazem. Ponieważ, zgodnie z założeniem, obraz elementu płaszczyzny, prostopadłej do osi, jest też elementem płaskim, prostopadłym do osi, obraz linii AA_1 otrzymamy, opuszczając z A_1' prostopadłą na oś główną.



Rys. 78

Stosunek długości $A'A_1'$ i AA_1, wyrażający poprzeczne powiększenie liniowe obrazu $\mathcal{P}$, znajdujemy z trójkątów AA_1C i $A_1'CA'$:

$$\frac{A'A_1'}{AA_1} = \frac{CA'}{CA}.$$

Zazwyczaj odcinki AA_1 i $A'A_1'$ uważamy za dodatnie, gdy leżą ponad osią, za ujemne — gdy pod osią. Uwzględniając to znakowanie i oznaczając odcinki te przez y i y' w przypadku przedstawionym na rys. 78 otrzymamy

$$\mathcal{P} = \frac{y'}{y} = -\frac{r-s'}{s-r} = \frac{r-s'}{r-s}.$$

Podstawiając wartość s, s' lub r z równania (1a) otrzymujemy

$$\mathcal{P}=\frac{y'}{y}=-\frac{2s'-r}{r}=-\frac{r}{2s-r}=-\frac{s'}{s}, \tag{2}$$

i wreszcie wprowadzając odległość ogniskową f

$$\mathcal{P}=\frac{f-s'}{f}=\frac{f}{f-s}. \tag{2a}$$

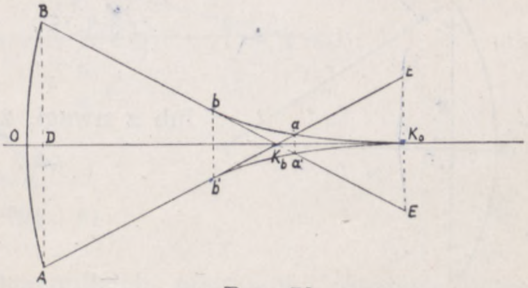
Poprzeczne powiększenie liniowe będzie przeto miało tę samą wartość dla wszystkich przedmiotów świecących, leżących w tej samej prostopadłej do osi głównej płaszczyźnie, co linia świecąca AA_1.

Gdy $s>f$, $\mathcal{P}$ jest ujemne, obraz jest odwrócony; gdy $s>2f$, $\mathcal{P}$ jest mniejsze od jedności, obraz jest odwrócony i zmniejszony; obraz więc jest wtedy tylko rzeczywisty i większy od przedmiotu, gdy

$$f<s<2f.$$

Obraz przedmiotu bardzo odległego jest tym większy, im większy jest promień r powierzchni odbijającej, kąt γ bowiem, pod jakim z punktu C widzimy przedmiot, równy jest kątowi, pod jakim z tegoż punktu widzimy obraz. Gdy obraz leży w płaszczyźnie, przechodzącej przez ognisko i prostopadłej do osi, wymiary jego liniowe są równe $f\cdot \operatorname{tg}\gamma=\frac{r}{2}\operatorname{tg}\gamma$. Zwiększając zatem promień zwierciadła, otrzymuje się dość duże obrazy przedmiotów bardzo odległych (obrazy te, oczywiście, są mniejsze od przedmiotów). Tak np. Herschel (1738—1822) przy użyciu zwierciadła o promieniu 16 m otrzymał obraz słońca o średnicy 7 cm.

Warunek stygmatyzmu nigdy wszakże nie jest w praktyce całkowicie spełniony. Promienie odbite, jak o tym już była mowa w rozdziale poprzednim, nie przecinają się w jednym punkcie. W zwierciadłach wklęsłych promienie brzeżne przecinają oś bliżej wierzchołka powierzchni odbijającej, promienie środkowe — dalej. Gdy, jak to bywa zazwyczaj, powierzchnia odbijająca stanowi niewielką część powierzchni kulistej, krzywą katakaustyczną jest krzywa bK_0b' (rys. 79). Punkt K_b jest punktem przecięcia z osią promieni brzeżnych, punkt K_0 — osiowych. Przesuwając ekran z położenia bb' do EE', otrzymujemy na ekranie obraz punktu świecącego w postaci nierównomiernie oświetlonej tarczy; w położeniu bb' najsilniej oświetlone są brzegi, w położeniu EE' — środek tarczy.



Rys. 79

Tarcza ma promień najmniejszy, gdy obraz jest w położeniu aa', w tym miejscu promienie brzeżne przecinają kaustykę; jest to tzw. **koło najmniejszego rozproszenia** (p. niżej, ust. 7). Koło to przyjmujemy za obraz punktu świecącego.

Różnicę odległości od wierzchołka punktów K_0 i K_b nazywamy **aberacją podłużną** (łac. aberrare — zabłąkać się). Wartość jej można łatwo wyznaczyć w przypadku promieni równoległych. Kładąc we wzorze (f) $m=\infty$, otrzymujemy dla promieni brzeżnych

$$n_b = \frac{r}{2\cos\varphi},$$

dla promieni osiowych

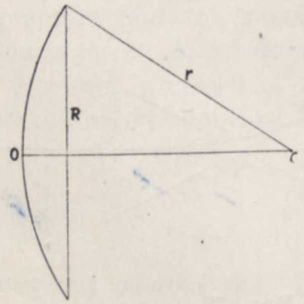
$$n_0 = \frac{r}{2}.$$

Wobec tego

$$OK_0 - OK_b = CK_b - CK_0 = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\varphi} - 1\right) = r\,\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}. \tag{3}$$

(Punkt C nie oznaczony na rysunku).
Jest to tzw. **główna aberacja podłużna**.
Dla φ równego np. 20^0 aberacja ta wynosi 0,03 r.

Gdy φ jest dostatecznie małe, aby można było bez znaczniejszego błędu przyjąć $\cos\varphi=1$; $\sin\frac{\varphi}{2}=\frac{\varphi}{2}$, wzór (3) przybiera postać



Rys. 80

$$CK_b - CK_0 = r\,\frac{\varphi^2}{4}$$

lub z uwagi, że

$$\varphi \approx \sin\varphi = \frac{BD}{r} = \frac{R}{r},$$

gdzie R jest promieniem prostopadłego do kierunku promieni przekroju zwierciadła — miarą jego rozwartości (rys. 80)

$$OK_0 - OK_b = r\cdot\frac{R^2}{4r^2} = \frac{R^2}{4r} \tag{3a}$$

Promień EK_0 koła rozproszenia w płaszczyźnie ogniskowej promieni osiowych jest miarą głównej aberacji poprzecznej. Przyjmując, że kąt EK_bK_0 równy kątowi BK_bO równy jest 2φ $\left(OK_b\right.$ bowiem mało się różni od $\left.\frac{r}{2}\right)$ z trójkąta EK_bK_0 znajdujemy

$$EK_0=(OK_0-OK_b)\cdot \mathrm{tg}\, 2\varphi, \tag{4}$$

co dla małych kątów φ daje

$$EK_0=\frac{R^2}{4r}\cdot\frac{2R}{r}=\frac{R^3}{2r^2}. \tag{4a}$$

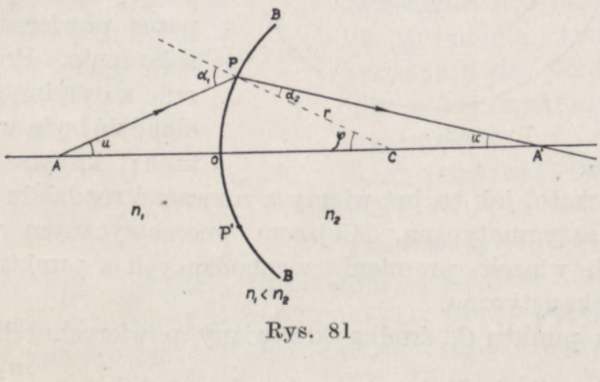
Średnica koła najmniejszego rozproszenia wynosi, czego tu wyprowadzać nie będziemy, połowę promienia głównej aberacji poprzecznej, a więc

$$D_m=\frac{R^3}{4r^2}, \tag{4b}$$

skąd wynika, że źrenica ta szybko wzrasta ze wzrostem rozwartości zwierciadła.

2. ZAŁAMANIE NA POWIERZCHNI KULISTEJ

Analogiczne zjawiska zachodzą przy załamaniu się światła na powierzchni kulistej. Niech BB będzie kulistą powierzchnią łamiącą, roz-



Rys. 81

dzielającą środowiska o współczynnikach załamania, równych odpowiednio n_1 i n_2, i niech punkt świecący A znajduje się w środowisku o współczynniku n_1 mniejszym od n_2 (rys. 81). Promień AP, padający pod kątem α_1, załamuje się pod kątem α_2 związanym z kątem padania wzorem Descartes'a

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2. \tag{a}$$

Z trójkąta APC otrzymujemy

$$\frac{AC}{PC}=\frac{\sin APC}{\sin PAC}=\frac{\sin\alpha_1}{\sin u}, \tag{b}$$

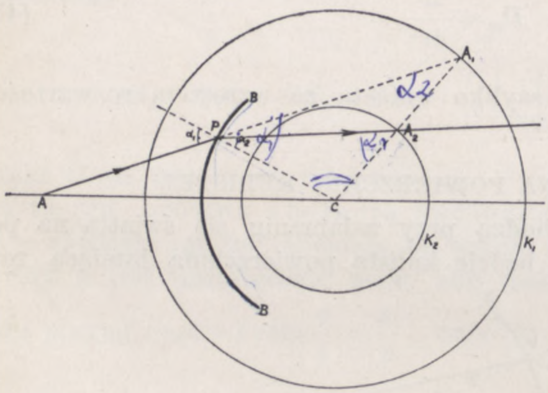
z trójkąta zaś $A'PC$

$$\frac{A'C}{PC}=\frac{\sin CPA'}{\sin PA'C}=\frac{\sin\alpha_2}{\sin u'} \tag{c}$$

dzieląc (c) przez (b) znajdujemy

$$\frac{A'C}{AC}=\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}\cdot\frac{\sin u}{\sin u'}=\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{\sin u}{\sin u'}. \tag{d}$$

Położenie zatem punktu A' na osi jest zależne od wartości kąta u a więc od położenia punktu padania P. W tym samym punkcie przecinać się będą jedynie promienie, tworzące z osią ten sam kąt u. Promienie te będą tworzyły stożek PAP', który otrzymamy przez obrót AP dokoła osi AC, gdzie AC jest, jak w rozważaniach ustępu poprzedniego, promieniem osiowym, przechodzącym przez powierzchnię BB bez załamania. Promienie, tworząc z osią inne kąty u, przecinać się będą w innych punktach; kulista powierzchnia łamiąca jest przeto, jak to już wiemy z rozważań rozdziału poprzedniego, powierzchnią astygmatyczną. Miejscem geometrycznym przecięcia się poszczególnych wiązek promieni, wychodzących z punktu A, jest powierzchnia diakaustyczna.



Rys. 82

Opiszmy z punktu C, środka krzywizny powierzchni łamiącej, dwie kule K_1 i K_2 o promieniach, równych odpowiednio $r_1=\frac{n_2}{n_1}r$ i $r_2=\frac{n_1}{n_2}r$, gdzie r — promień powierzchni łamiącej (rys. 82). Przedłużmy promień padający AP do przecięcia z kulą K_1 i połączmy punkt przecięcia A_1 ze środkiem C. Prosta PA_2, łącząca punkt padania P z punktem, w którym prosta A_1C przecina kulę K_2, wyznacza kierunek promienia załamanego, stosunek bowiem sinusów kątów $CPA_1=\alpha_1$ i $CPA_2=\alpha_2$ równy

jest stosunkowi n_2 do n_1. Istotnie, z podobieństwa trójkątów PCA_2 i PCA_1, w których kąt PCA_1 i bok PC są wspólne, inne zaś boki wzajemnie proporcjonalne, wynika, że

$$\sphericalangle A_1PC = \alpha_1 = \sphericalangle PA_2C,$$

skąd, wobec tego, że

$$\frac{\sin PA_2C}{PC} = \sin\frac{CPA_2}{A_2C},$$

otrzymujemy

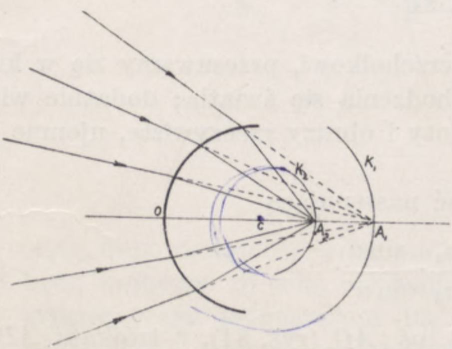
$$\frac{r}{r_2} = \frac{\sin PA_2C}{\sin CPA_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$

i ostatecznie

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

zgodnie ze wzorem (a). (konstrukcja Weierstrassa).

Kreśląc w ten sposób promienie załamane, sprzężone z promieniami padającymi na powierzchnię pod różnymi kątami α_1, stwierdzimy bez trudu, że promienie te przecinają oś w różnych punktach. Jedynie w przypadku, gdy punktem świecącym jest punkt A_1, wszystkie promienie, wychodzące z A_1, przecinają się, jak to wprost wynika z konstrukcji, w punkcie A_2, leżącym na osi, odpowiadającej temu punktowi. Gdy jeden z tych punktów jest urojony (gdy np. jak na rys. 83 punkt A_1 jest punktem przecięcia wiązki rozbieżnej, padającej na powierzchnię łamiącą), drugi jest rzeczywisty. Punkty o takich własnościach nazywamy **anaberacyjnymi**. Kulista powierzchnia łamiąca ma przeto trzy punkty anaberacyjne: punkty A_1 i A_2, odległe o $r_1 = \frac{n_2}{n_1} r$ i $r_2 = \frac{n_1}{n_2} r$ od środka krzywizny C oraz sam środek krzywizny; dwa pierwsze są punktami wzajemnie sprzężonymi, punkt C zaś sprzężony jest sam ze sobą, wszystkie bowiem promienie, wychodzące z C, przechodzą po załamaniu na powierzchni kulistej również przez punkt C.

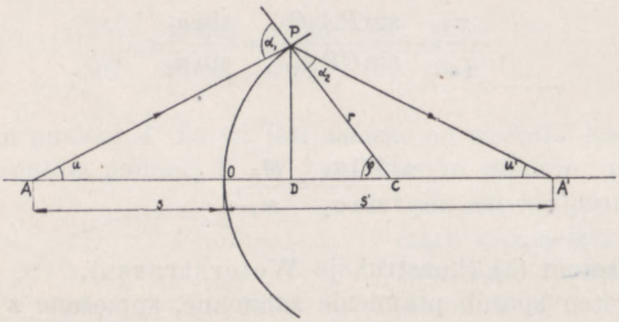


Rys. 83

Kulista powierzchnia odbijająca ma tylko jeden punkt anaberacyjny — środek krzywizny C.

Przy innych położeniach punktu świecącego kulista powierzchnia łamiąca jest stygmatyczna jedynie dla bardzo cienkich wiązek jednorodnych promieni osiowych.

Oznaczmy przez s i s' odległości punktu świecącego i obrazu od wierzchołka O powierzchni łamiącej i umówmy się promień krzywizny r uważać za dodatni, gdy światło pada na wypukłą stronę powierzchni łamiącej, s — za dodatnie, gdy idąc od danego punktu ku wierzchołkowi, poruszamy się w kierunku rozchodzenia się światła i wreszcie s' — za



Rys. 84

dodatnie, gdy idąc od obrazu ku wierzchołkowi, przesuwamy się w kierunku odwrotnym do kierunku rozchodzenia się światła; dodatnie więc wartości s i s' wyrażać będą przedmioty i obrazy rzeczywiste, ujemne — urojone.

Wzór (d) przybierze wtedy postać następującą

$$\frac{s'-r}{s+r}=\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{\sin u}{\sin u'}. \tag{e}$$

Opuśćmy z P prostopadłą PD na oś AO (rys. 84), z trójkąta APD znajdujemy

$$PD=AP\sin u,$$

z trójkąta zaś $A'PD$

$$PD=A'P\sin u',$$

skąd

$$\frac{\sin u}{\sin u'}=\frac{A'P}{AP}.$$

Załóżmy, że kąty u i u' są bardzo małe, wtedy

$$AP\approx AO=s$$

$$A'P\approx A'O=s'.$$

Po podstawieniu do wzoru (e) otrzymujemy

$$\frac{s'-r}{s+r}=\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{s'}{s} \tag{5}$$

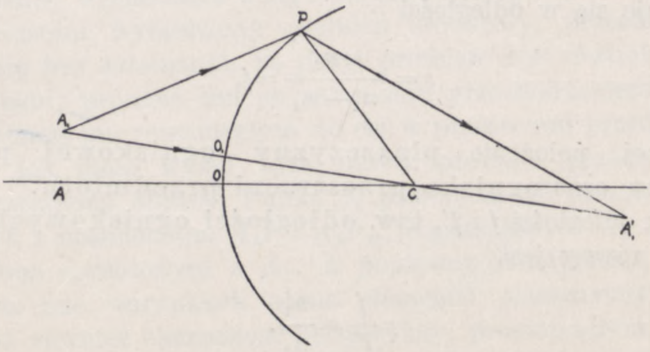
lub

$$n_2\cdot ss'-n_2sr=n_1ss'+n_2s'r,$$

skąd po podzieleniu przez $ss'r$ mamy

$$\frac{n_1}{s}+\frac{n_2}{s'}=\frac{n_2-n_1}{r}. \tag{5a}$$

Podobnie wiązka promieni osiowych, wychodzących z punktu A_1, nie leżącego na osi AO (rys. 84a), utworzy po załamaniu obraz A'_1 na osi



Rys. 84a

A_1O_1, odpowiadającej temu punktowi, przy czym odległości A_1O_1 i A'_1O_1 będą związane ze sobą równaniem (5a). Powierzchnia jednak nie będzie stygmatyczna jednocześnie dla obu tych punktów, chyba że punkt A_1 będzie leżał nieskończenie blisko punktu A.

Jednoczesne ograniczenie wiązek, wysyłanych z różnych punktów, przez umieszczenie w C diafragmy z niewielkim otworem jest w praktyce trudne i nigdy nie używane.

W tym ostatnim przypadku warunek stygmatyzmu będzie również spełniony dla wszystkich punktów, leżących między A i A_1, a więc dla nieskończenie małego przedmiotu świecącego AA_1. Gdy przedmiotem będzie element płaszczyzny prostopadłej do osi, obrazem jego będzie element powierzchni, którą bez wielkiego błędu można uważać za płaską i prostopadłą do osi i wszystkie punkty tego elementu będą leżały w tej samej mniej więcej odległości s' od wierzchołka, związanej z s równaniem (5a).

Wtedy też obowiązywać będą wnioski, wynikające ze spełnienia warunków stygmatyzmu, o jakich była mowa w ustępie poprzednim (str. 86). Gdy płaski element świecący znajduje się w nieskończenie wielkiej odległości od wierzchołka O, tak że $s=\infty$, obraz jego powstaje w odległości s' równej

$$s' = \frac{rn_2}{n_2 - n_1} = f'; \tag{6}$$

płaszczyznę prostopadłą do osi, w której obraz ten powstaje, nazywamy płaszczyzną ogniskową przestrzeni obrazu, punkt zaś jej przecięcia z osią — głównym ogniskiem lub po prostu ogniskiem przestrzeni obrazu. Odwrotnie, obraz przesuwa się do nieskończoności (promienie więc, wychodzące z punktu elementu świecącego, biegną po załamaniu równolegle do osi, odpowiadającej temu punktowi), gdy przedmiot znajduje się w odległości

$$s = \frac{rn_1}{n_2 - n_1} = f, \tag{6a}$$

wyznaczającej położenie płaszczyzny ogniskowej przestrzeni przedmiotu oraz ogniska przestrzeni przedmiotu.

Stosunek odległości f i f', tzw. odległości ogniskowych powierzchni łamiącej równy jest

$$\frac{f}{f'} = \frac{n_1}{n_2}. \tag{6b}$$

Podstawiając wartości f i f' do wzoru (5a), otrzymujemy go w postaci

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1. \tag{7}$$

Często mierzy się odległości przedmiotu i obrazu nie od wierzchołka O, lecz od odpowiednich ognisk, wtedy po podstawieniu do wzoru (7)

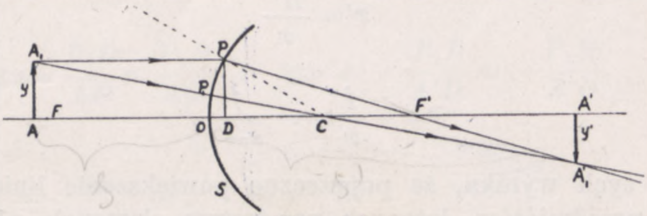
$$s = x + f \quad \text{i} \quad s' = x' + f'$$

otrzymujemy tzw. wzór Newtona

$$xx' = ff'. \tag{8}$$

Przedmiot i obraz leżą przeto zawsze po przeciwnych stronach odpowiednich ognisk, odległości bowiem ogniskowe mają zawsze ten sam znak, iloczyn ich więc jest zawsze dodatni. Zgodnie zatem z naszą umową co do znaków, gdy x jest dodatnie, a więc gdy przedmiot znajduje się po tej stronie ogniska F, z której pada światło, x' jest równie dodatnie, obraz leży po przeciwnej stronie ogniska F'.

Znając położenie ognisk możemy w prosty sposób wykreślić obraz przedmiotu świecącego. Niech tym przedmiotem będzie np. świecąca linia AA_1, prostopadła do osi AO (rys. 85). Dla wyznaczenia położenia obrazu punktu A_1 wystarczy znaleźć punkt przecięcia się dwóch jakichkolwiek promieni, wychodzących z tego punktu, z założenia bowiem



Rys. 85

stygmatyzmu wynika, że w punkcie tym przetną się również wszystkie inne promienie, wychodzące z A_1 i załamane na powierzchni S. Za jeden z tych promieni wybierzemy promień środkowy, przechodzący przez powierzchnię bez załamania, za drugi promień A_1P równoległy do głównej osi układu; promień ten po załamaniu przechodzi przez ognisko F', gdyż z promieniem, równoległym do osi w przestrzeni przedmiotu, sprzężony jest, jak nieco wyżej była mowa, promień przechodzący przez ognisko przestrzeni obrazu. Punkt A_1' przecięcia się promieni PF' i P_1C, sprzężonych z promieniami A_1P i A_1P_1, przecinających się w punkcie A_1, jest punktem sprzężonym z A_1. A ponieważ założyliśmy, że w dobranych przez nas warunkach obraz elementu płaszczyzny prostopadłej do osi, jest również elementem płaszczyzny, prostopadłym do osi, obraz linii AA_1, którą możemy uważać za leżącą na tym elemencie, też będzie prostopadły do osi. Opuszczając więc prostopadłą z punktu A'_1 na oś, otrzymamy obraz $A_1'A'$ linii świecącej.

Stosunek długości $A'A_1'$ i AA_1, wyrażający poprzeczne powiększenie liniowe, znajdujemy z trójkątów AA_1C i $A'A_1'C$:

$$\frac{A'A_1'}{AA_1}=\frac{A'C}{AC}=\frac{s'-r}{s+r}.$$

Wprowadzając te same oznaczenia i te same znaki, co w ustępie poprzednim i uwzględniając wzór (5) znajdujemy

$$\mathcal{P}=\frac{y'}{y}=-\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{s'}{s}. \tag{9}$$

Podobnie z trójkątów PDF' i $A'F'A_1'$ mamy

$$\frac{A_1'A'}{PD}=\frac{A_1'A'}{AA_1}=\frac{A'F'}{F'D}\approx\frac{A'F'}{F'O},$$

skąd

$$\mathcal{P} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{s'-f'}{f'} \tag{9a}$$

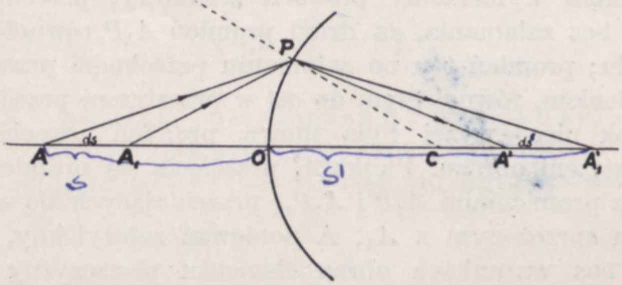
lub z uwagi, że

$$x' = \frac{ff'}{x}$$

$$\mathcal{P} = -\frac{f}{x} = -\frac{f}{s-f}. \tag{9b}$$

Ze wzorów tych wynika, że poprzeczne powiększenie liniowe ma dla wszystkich przedmiotów, leżących na danym elemencie płaskim, wartość tę samą.

Gdy przedmiotem świecącym jest odcinek osi, dostatecznie krótki, aby można było uważać, że warunki stygmatyzmu są jednocześnie speł-



Rys. 86

nione dla wszystkich jego punktów, **podłużnym powiększeniem liniowym** $\mathcal{A}$ nazywamy stosunek długości obrazu $A'A'_1 = ds'$ do długości przedmiotu $AA_1 = ds$. (rys. 86).

Ze wzoru (7) znajdujemy

$$s' = \frac{sf'}{s-f}$$

skąd

$$\mathcal{A} = \frac{ds'}{ds} = -\frac{ff'}{(s-f)^2} \tag{9c}$$

lub z uwagi, że

$$s - f = x,$$

$$\mathcal{A} = -\frac{ff'}{x^2}. \tag{9d}$$

Przypuśćmy, że skrajne promienie wiązki tworzą przed załamaniem z osią układu kąt u, po załamaniu zaś kąt u' (rys. 87). Kąty te uważać będziemy za dodatnie, gdy wiązka jest rozbieżna i za ujemne, gdy zbieżna (na rysunku u jest dodatnie, u' — ujemne). Z trójkątów AP_1D i $A'P_1D$ znajdujemy

$$\operatorname{tg} u = \frac{P_1D}{AD} \approx \frac{P_1D}{AO} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} u' = -\frac{P_1D}{A'D} \approx -\frac{P_1D}{A'O},$$

skąd

$$\mathcal{K} = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = -\frac{s}{s'}. \tag{10}$$

Jest to tzw. **powiększenie kątowe**, które, jak wynika ze wzoru (10), ma wartość stałą dla wszystkich wiązek, wychodzących z punktów, rozłożonych na danym elemencie płaszczyzny, prostopadłej do osi głównej.

Podstawiając wartość $\frac{s}{s'}$ ze wzoru (9) do ostatnio otrzymanego wzoru, znajdujemy, że

$$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{n_1 y}{n_2 y'}$$

i

$$n_2 y' \operatorname{tg} u' = n_1 y \operatorname{tg} u \tag{11}$$

lub wreszcie

$$\mathcal{K} \cdot \mathcal{P} = \text{stałej, charakterystycznej dla danych środowisk.} \tag{12}$$

Wzór (11) wyprowadził **Lagrange** (1803 r.)

Wartość stałą, niezależną od własności optycznych środowisk, rozdzielonych przez daną powierzchnię łamiącą, otrzymamy, mnożąc powiększenie osiowe przez kątowe i dzieląc ten iloczyn przez powiększenie poprzeczne

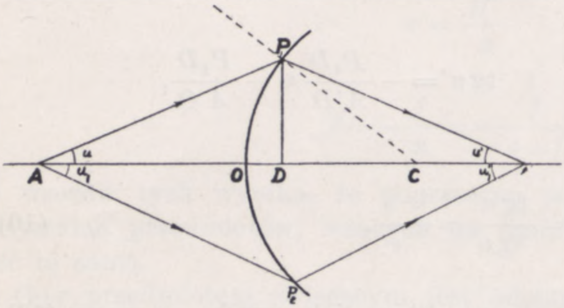
$$\frac{\mathcal{A} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{P}} = \left[-\frac{ff'}{(s-f)^2}\right]\left(\frac{n_1 y}{n_2 y'}\right) \cdot \frac{y}{y'} = -1. \tag{12a}$$

Gdy, jak to bywa w rozpatrywanych przez nas przypadkach, kąty u i u' są bardzo małe, tangensy tych kątów możemy zastąpić przez kąty.

Mamy wtedy

$$\frac{u'}{u} = -\frac{s}{s'}.$$

Jeżeli zatem skrajne promienie wiązki, wychodzącej z punktu A, tworzą przed załamaniem z osią optyczną kąty u i u_1 (p. rys. 87), kąt $u-u_1=\psi$, wyznaczający rozbieżność wiązki, jest do kąta $u'-u'_1=\psi'$, wyznaczającego jej zbieżność po załamaniu, w stosunku takim, jak $(-s)$ do s'. Istotnie stosując wzór (11) otrzymujemy



Rys. 87

$$u'=-\frac{s}{s'}u \text{ i } u'_1=-\frac{s}{s'}u_1,$$

skąd

$$\frac{u'-u'_1}{u-u_1}=\frac{\psi'}{\psi}=-\frac{s}{s'}. \quad (12b).$$

Gdy s i s' są tych samych znaków, stosunek $\frac{\psi'}{\psi}$ jest ujemny; wiązka rozbieżna (a więc wychodząca z rzeczywistego punktu świecącego) zamienia się po załamaniu w zbieżną (obraz rzeczywisty), zbieżna (punkt świecący urojony) — w rozbieżną (obraz urojony), gdy s i s' są znaków przeciwnych, stosunek $\frac{\psi'}{\psi}$ jest dodatni: wiązka rozbieżna (punkt świecący rzeczywisty) pozostaje po załamaniu rozbieżną (obraz urojony), zbieżna (punkt świecący urojony) — zbieżną (obraz rzeczywisty). Wzór Lagrange'a będzie miał wtedy postać następującą

$$n_2y'\cdot\psi'=n_1y\cdot\psi. \quad (12c)$$

Wobec tego, że kąty ψ i ψ' są bardzo małe, możemy przyjąć, że

$$\psi=\frac{P_1P_2}{s} \text{ i } \psi'=-\frac{P_1P_2}{s'}.$$

Po podstawieniu do wzoru (5a) otrzymujemy

$$\frac{n_1\psi}{P_1P_2}-\frac{n_2\psi'}{P_1P_2}=\frac{n_2-n_1}{r}$$

lub, oznaczając przekrój wiązki na powierzchni łamiącej P_1P_2 przez S,

$$\frac{n_1\psi}{S}-\frac{n_2\psi'}{S}=\frac{n_2-n_1}{r}. \quad (13)$$

Wzory, wyprowadzone w tym ustępie, stosują się również do płaskich powierzchni łamiących, gdy przyjmiemy promień krzywizny r za nieskończenie wielki. Wzór (5a) przekształci się wtedy we wzór

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = 0 \tag{13a}$$

skąd

$$s' = -\frac{n_2}{n_1} s,$$

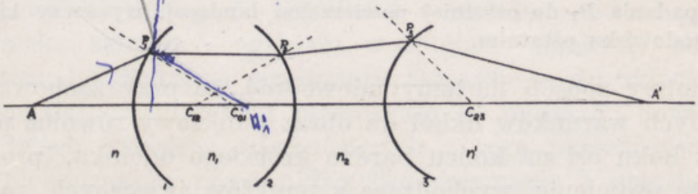
zgodnie ze wzorem (3) rozdz. III.

Obraz rzeczywistego punktu świecącego jest zawsze urojony; znajduje się po tej stronie powierzchni łamiącej, co punkt świecący w odległości od powierzchni rozdziału większej, niż przedmiot, gdy $n_2 > n_1$, mniejszej, gdy $n_2 < n_1$. Odległości ogniskowe są nieskończenie wielkie: wiązka promieni równoległych pozostaje po załamaniu równoległą.

3. UKŁAD OSIOWY KULISTYCH POWIERZCHNI ŁAMIĄCYCH

Warunki stygmatyzmu pozostaną bez zmiany, gdy promienie załamywać się będą nie na jednej, lecz dwóch lub więcej kulistych powierzchniach łamiących, rozmieszczonych w ten sposób, aby ich środki krzywizny leżały na jednej prostej, stanowiącej ściśle tym razem wyznaczoną oś układu, nazywanego **osiowym układem kulistych powierzchni łamiących**.

Istotnie, wiązka promieni, wychodzących z punktu świecącego A, leżącego na osi układu (rys. 88), przecina się po załamaniu na powierzchni

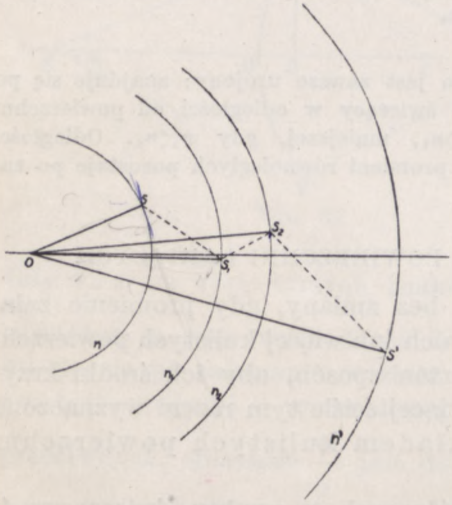


Rys. 88

w punkcie $A'_{(1)}$, (punkt $A'_{(1)}$ i $A''_{(2)}$ nie są na rys. uwidocznione) będącym obrazem punktu A w środowisku o współczynniku n_1; obraz ten jest przedmiotem świecącym w stosunku do powierzchni 2; gdy kąt rozwarcia stożka promieni, wychodzących z tego punktu jest dostatecznie mały, aby można było wszystkie zawarte w nim promienie uważać za osiowe, wiązka ta po załamaniu na powierzchni 2 pozostanie homocentryczną, dając obraz punktu $A'_{(1)}$ w punkcie $A''_{(2)}$) (na rysunku obraz ten jest urojony); punkt ten jest z kolei punktem świecącym w stosunku do powierzchni 3, promienie bowiem padają na tę powierzchnię pod takimi kątami, jak gdyby wychodziły z punktu $A''_{(2)}$; w przypadku

spełnienia warunków stygmatyzmu promienie te przecinają się w punkcie A', obrazie punktu A, leżącym, podobnie, jak punkty $A'_{(1)}$ i $A'_{(2)}$ na osi układu.

Bieg promieni w takim układzie możemy wykreślić posługując się konstrukcją Dowella. Z dowolnego punktu O (rys. 89) opisujemy koła promieniami, odpowiednio równymi współczynnikom załamania kolejnych środowisk, n, n_1, n_2, n', i z tegoż punktu prowadzimy prostą OS, równoległą do promienia padającego AP_1 (p. rys. 88). Z punktu przecięcia S tej prostej z kołem o promieniu n kreślimy prostą równoległą do normalnej P_1C_{01}, do pierwszej powierzchni łamiącej; łącząc punkt przecięcia S_1 koła n_1 przez tę prostą ze środkiem O, otrzymamy kierunek promienia załamanego na powierzchni 1. Istotnie, z trójkąta OSS_1 znajdujemy



Rys. 89

$$\frac{\sin OSS_1}{\sin SS_1O} = \frac{OS_1}{OS} = \frac{n_1}{n} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}.$$

Kreśląc dalej z punktu S_1 równoległą do normalnej $C_{12}P_2$ do drugiej powierzchni łamiącej i łącząc punkt przecięcia S_2 przez tę prostą koła n_2, otrzymamy kierunek promienia P_2P_3 w trzecim środowisku i wreszcie prosta OS', łącząca punkt O z punktem przecięcia się koła o promieniu n' z równoległą S_2S' do normalnej w punkcie padania P_3 do ostatniej powierzchni łamiącej, wyznaczy kierunek promienia w środowisku ostatnim.

W podobny sposób możemy udowodnić, że przy zachowaniu wyżej wymienionych warunków układ da obraz punktowy również punktu A_1, leżącego z boku osi na końcu bardzo krótkiego odcinka, prostopadłego do osi, i że promienie, wychodzące z punktów świecących, rozmieszczonych na bardzo małym elemencie płaskim, prostopadłym do osi, dają po załamaniu w układzie obrazy tych punktów na elemencie płaskim też do osi prostopadłym.

Stosując wzór Lagrange'a kolejno do poszczególnych środowisk napiszemy

$$ny \cdot \operatorname{tg} u = n_1 \cdot y_1 \cdot \operatorname{tg} u_1$$

$$n_1 y_1 \operatorname{tg} u_1 = n_2 y_2 \cdot \operatorname{tg} u_2.$$

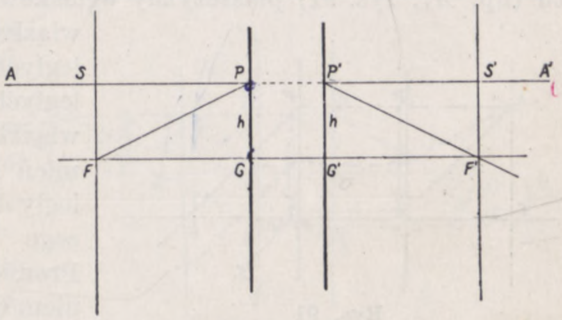
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$n_n y_n \cdot \operatorname{tg} u_n = n' \cdot y' \cdot \operatorname{tg} u',$$

skąd po przemnożeniu

$$n \cdot y \cdot \operatorname{tg} u = n' y' \operatorname{tg} u'. \tag{14}$$

Wybierzmy spośród sprzężonych wzajemnie płaszczyzn przestrzeni przedmiotu i przestrzeni obrazu dwie płaszczyzny prostopadłe do osi, którym by odpowiadało poprzeczne powiększenie liniowe równe jedności, innymi słowy takie, że przedmiot, umieszczony w jednej z tych płaszczyzn, daje w drugiej z nich obraz prosty o tych samych wymiarach liniowych. Płaszczyzny te nazwiemy za Gaussem (1843 r.) płaszczyznami głównymi układu, punkty zaś ich przecięcia z osią punktami głównymi.



Rys. 90

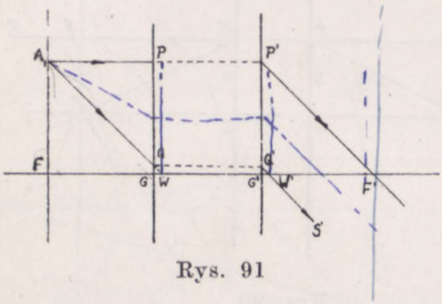
Z promieniem równoległym do osi, przecinającym płaszczyznę główną przestrzeni przedmiotu w punkcie P, odległym o h od osi, sprzężony jest promień $P'F'$ (rys. 90), przechodzący przez punkt P' płaszczyzny głównej obrazu G', sprzężony z punktem P. Punkt P' leży w tej samej odległości h od osi, co punkt P, zgodnie bowiem z określeniem płaszczyzn głównych obraz $G'P'$ odcinka GP ma tę samą długość i leży po tej samej stronie osi, co dany odcinek.

Promień $P'S'$ albo jest równoległy do osi albo też przecina ją w punkcie F', leżącym w skończonej odległości od płaszczyzny G'. W pierwszym przypadku, którego tymczasem rozpatrywać nie będziemy, (p. rozdz. V, ust. 4) mamy do czynienia z układem teleskopowym (gr. tele — daleko, skopejn — oglądać), w drugim — punkt F' jest sprzężony z punktem A przestrzeni przedmiotu, leżącym na osi układu w nieskończenie wielkiej odległości od płaszczyzny G, punkt F' bowiem jest przecięciem dwóch promieni, wychodzących z tego punktu: promienia osiowego, przechodzącego przez układ bez załamania i promienia AP, a tym samym, zgodnie z założeniem stygmatyzmu, punktem przecięcia wszystkich promieni, wychodzących z A i załamanych przez układ.

Odwrotnie, z promieniem $P'A'$, równoległym do osi w przestrzeni obrazu, sprzężony jest w przestrzeni przedmiotu promień PF, przechodzący przez sprzężony z punktem P' punkt P i przecinający oś w punkcie F, sprzężonym z punktem A', leżącym na osi układu w nieskończenie wielkiej odległości od płaszczyzny G'. (W układzie teleskopowym nieskończenie odległy punkt A' jest sprzężony z nieskończenie odległym punktem A).

Punkty F i F' nazywamy ogniskami głównymi lub po prostu ogniskami przestrzeni przedmiotu i przestrzeni obrazu, płaszczyzny zaś, przechodzące przez te punkty i prostopadłe do osi — płaszczyznami

ogniskowymi. Z punktami płaszczyzny F' sprzężone są w przestrzeni przedmiotu punkty nieskończenie odległej płaszczyzny, prostopadłej do osi, z punktami płaszczyzny F — punkty nieskończenie odległej i prostopadłej do osi płaszczyzny w przestrzeni obrazu. Wiązka zatem promieni równoległych, wychodzących z nieskończenie odległego punktu i tworzących z osią dowolny kąt, przecina się w jednym z punktów płaszczyzny ogniskowej F', wiązka zaś, wychodząca z jakiegokolwiek punktu (np. A_1, rys. 91) płaszczyzny ogniskowej F, staje się po załamaniu wiązką promieni wzajemnie równoległych, na ogół jednak nie równoległych do osi. Jeden z promieni wiązki, wychodzącej z A_1, np. promień A_1Q, jest na pewno równoległy do promienia $P'F'$, wyznaczającego kierunek wiązki załamanej. Promień ten jest sprzężony z promieniem $Q'S'$, przecinającym płaszczyznę główną G' w punkcie Q', sprzężonym z punktem Q, w którym promień A_1Q przecina płaszczyznę główną G. Te sprzężone promienie przecinają oś w punktach W i W', które wobec tego też są ze sobą sprzężone. Z równości trójkątów FA_1W i $G'P'F'$ (kąty A_1WF i $P'F'G'$ są w myśl założenia równe) wynika, że



Rys. 91

$$FW = G'F'; \tag{a}$$

z równości zaś trójkątów GQW i $G'Q'W'$

$$GW = G'W', \tag{b}$$

skąd

$$GF = F'W'. \tag{c}$$

Położenie zatem punktów W i W' na osi jest niezależne od położenia punktu A_1 na płaszczyźnie ogniskowej i tym samym od nachylenia u promienia padającego. Każdy zatem promień (lub jego przedłużenie) przechodzący przed załamaniem przez punkt W, przejdzie po załamaniu w tym samym kierunku przez punkt W', innymi słowy, promienie przechodzące przez punkt W, nie załamują się w układzie, doznają jedynie przesunięcia bocznego.

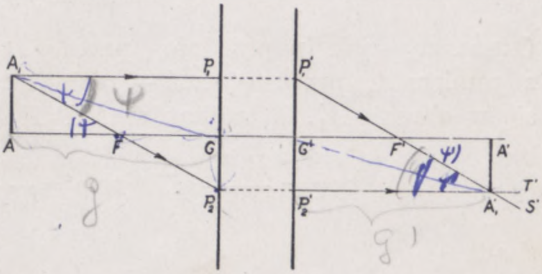
Punkty W i W' dla których powiększenie kątowe

$$\mathcal{K} = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = 1, \tag{d}$$

noszą nazwę punktów węzłowych. Punkty te w osiowym układzie powierzchni łamiących odgrywają tę samą rolę, co środek krzywizny

w pojedynczej powierzchni kulistej. Punkty główne, ogniska i węzły stanowią punkty **kardynalne** układu (łac. cardinalis — główny).

Niech AA_1 będzie świecącą linią prostą, prostopadłą do osi układu (rys. 92). Obraz punktu A_1 będzie w przypadku spełnienia warunków stygmatyzmu leżał na przecięciu dwóch dowolnych promieni w przestrzeni obrazu, sprzężonych z dwoma promieniami przestrzeni przedmiotu, przecinających się w punkcie A_1. Za jeden z tych promieni weźmy promień A_1P_1, równoległy do osi i przecinający płaszczyznę główną G w punkcie P_1; z promieniem tym sprzężony jest promień $P_1'S'$, przechodzący przez ognisko przestrzeni obrazu i przez punkt P_1' płaszczyzny głównej G', sprzężony z punktem P_1. Za drugi promień weźmy promień A_1P_2, przechodzący przez ognisko F przestrzeni przedmiotu i przez punkt P_2 płaszczyzny głównej G; z promieniem tym jest sprzężony promień $P_2'T'$, równoległy do osi i przecinający płaszczyznę główną G' w punkcie P_2', sprzężonym z punktem P_2.



Rys. 92

Z podobieństwa trójkątów AA_1F i FGP_2 otrzymujemy

$$\frac{AF}{FG} = \frac{AA_1}{GP_2},$$

z podobieństwa zaś trójkątów $A'A_1'F'$ i $F'G'P_1'$

$$\frac{A'F'}{F'G'} = \frac{A'A_1'}{P_1'G'} = \frac{GP_2}{AA_1},$$

skąd

$$\frac{AF}{FG} = \frac{g-\mathcal{F}}{\mathcal{F}} = \frac{F'G'}{A'F'} = \frac{\mathcal{F}'}{g'-\mathcal{F}'}, \tag{f}$$

gdzie g i g' oznaczają odległości przedmiotu i obrazu od płaszczyzn głównych, $\mathcal{F}$ zaś i $\mathcal{F}'$ odległości ogniskowe, mierzone też od płaszczyzn głównych, przy czym odległości g i $\mathcal{F}$ uważamy za dodatnie, gdy przedmiot lub ognisko $\mathcal{F}$ leży po tej stronie płaszczyzny głównej, na którą pada światło, odległości zaś g' i $\mathcal{F}'$ za dodatnie, gdy obraz czy ognisko $\mathcal{F}'$ leży po stronie płaszczyzny głównej G' przeciwnej do tej, na którą pada światło.

Ze wzoru (f) znajdujemy po odpowiednim przekształceniu

$$\frac{\mathcal{F}}{g}+\frac{\mathcal{F}'}{g'}=1. \tag{15}$$

Wzór ten różni się od wzoru (7) jedynie tym, że odległości liczymy tym razem nie do wierzchołka O, lecz do odpowiednich płaszczyn głównych.

Wprowadzając odległości przedmiotu i obrazu od odpowiednich ognisk otrzymamy wzór Newtona

$$xx'=\mathcal{F}\mathcal{F}' \tag{15a}$$

Oznaczmy jak poprzednio przez ψ rozbieżność wiązki wychodzącej z punktu A_1 przez ψ' zaś — rozbieżność (ujemną) wiązki schodzącej się w obrazie A_1'. Z trójkątów $A_1P_1P_2$ i $A_1'P_1'P_2'$ znajdujemy

$$\operatorname{tg}\psi=\frac{P_1P_2}{g} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg}\psi'=-\frac{P_1'P_2'}{g'}=-\frac{P_1P_2}{g'},$$

skąd

$$\frac{\operatorname{tg}\psi'}{\operatorname{tg}\psi}=-\frac{g}{g'}=\mathcal{K}, \tag{16}$$

analogicznie do wzoru (12b).

Na mocy jednak uogólnionego twierdzenia Lagrange'a możemy napisać

$$\frac{y'}{y}=\frac{n\operatorname{tg}\psi}{n'\operatorname{tg}\psi'}=-\frac{ng'}{n'g}. \tag{g}$$

Z trójkątów zaś $A_1P_1P_2$ i FGP_2 oraz $P_1'A_1'P_2'$ i $P_1'F'G'$ otrzymujemy

$$\frac{P_2G}{P_2P_1}=\frac{FG}{A_1P_1}=\frac{\mathcal{F}}{g}$$

i

$$\frac{P_1'G'}{P_2P_1}=\frac{F'G'}{A_1'P_2'}=\frac{\mathcal{F}'}{g'},$$

wobec czego

$$\frac{P_2G}{P_1'G'}=-\frac{y'}{y}=\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}'}\cdot\frac{g'}{g} \tag{16a}$$

ostatecznie po uwzględnieniu wzoru (g)

$$\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}'}=\frac{n}{n'}, \tag{17}$$

odległość ogniskowa jest zatem większa w środowisku o większym współczynniku załamania.

W przypadku szczególnym, gdy skrajne środowiska są jednakowe, gdy więc $n=n'$, odległości ogniskowe są wzajemnie równe.

Odległości punktów węzłowych od odpowiednich płaszczyzn głównych są, jak wynika ze wzorów (a) i (c) równe

$$GW=FW-FG=F'G'-FG=\mathcal{F}'-\mathcal{F} \tag{18}$$

i

$$G'W'=F'G'-F'W'=\mathcal{F}'-\mathcal{F}.$$

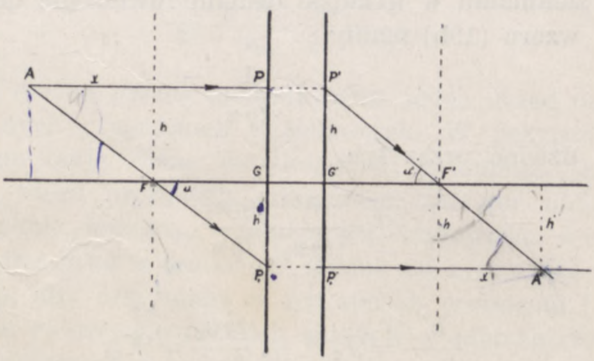
Gdy $n=n'$, a więc gdy $\mathcal{F}=\mathcal{F}'$, punkty węzłowe zbiegają się z punktami G i G' przecięcia płaszczyzn głównych z osią.

Zestawiając dwa układy osiowe o znanych odległościach ogniskowych $\mathcal{F}_1$ i $\mathcal{F}_1'$ oraz $\mathcal{F}_2$ i $\mathcal{F}_2'$, otrzymamy układ złożony, którego ogniskowe możemy wyznaczyć na podstawie następujących twierdzeń.

Oznaczmy przez h (rys. 93) odległość od osi punktu przecięcia P promienia AP równoległego do osi, z płaszczyzną ogniskową przestrzeni przedmiotu; promień ten po załamaniu przechodzi przez ognisko przestrzeni obrazu, tworząc z osią kąt u'. Jest rzeczą oczywistą, że

$$h=-\mathcal{F}'\operatorname{tg}u'. \tag{19a}$$

Podobnie, gdy u oznacza kąt nachylenia do osi promienia FP_1, przechodzącego przez ognisko F przestrzeni przedmiotu, h' — odległość



Rys. 93

od osi punktu przecięcia promienia załamanego P_1P_1', wychodzącego równolegle do osi, z płaszczyzną ogniskową przestrzeni obrazu

$$h'=\mathcal{F}\operatorname{tg}u. \tag{19b}$$

Niech teraz A i A' będą punktami sprzężonymi (rys. 93). Mamy wtedy

$$h=x\operatorname{tg}u \quad \text{i} \quad h'=-x'\operatorname{tg}u'.$$

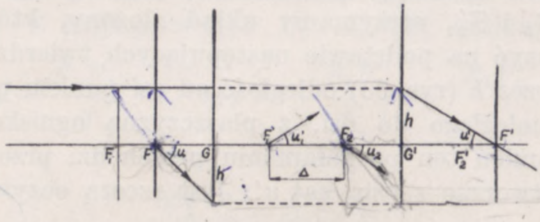
Zestawiając ze wzorami (19a) i (19b) otrzymujemy

$$\mathcal{F} = -x' \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} \quad \text{i} \quad \mathcal{F}' = -x \frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'},$$

a zatem powiększenie kątowe

$$\mathcal{K} = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = -\frac{\mathcal{F}}{x'} = -\frac{x}{\mathcal{F}'}. \tag{20}$$

Zastosujmy te twierdzenia do wyznaczenia ogniskowych układu, złożonego z dwóch układów osiowych (rys. 94). W takim układzie złożonym ognisko F przestrzeni przedmiotu całego układu jest względem pierw-



Rys. 94

szego układu łamiącego sprzężone z ogniskiem F_2 przestrzeni przedmiotu układu drugiego, wszystkie bowiem promienie, przechodzące przez F, wychodzą po załamaniu w układzie drugim równolegle do osi.
Na podstawie wzoru (19b) mamy

$$\mathcal{F} = h' \cdot \frac{1}{tg\, u}$$

lub mnożąc i dzieląc przez $tg\, u_2$

$$\mathcal{F} = \frac{h'}{tg\, u_2} \cdot \frac{tg\, u_2}{tg\, u}.$$

Ale

$$\frac{h'}{tg\, u_2} = \mathcal{F}_2 \qquad \text{i} \quad \frac{tg\, u_2}{tg\, u} = \mathcal{K}_1,$$

gdzie $\mathcal{K}_1$ jest powiększeniem kątowym pierwszego układu, równym

$$\mathcal{K}_1 = -\frac{\mathcal{F}_1}{x'}.$$

Wobec tego mamy

$$\mathcal{F} = -\frac{\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2}{x'};$$

odległość x', równa wzajemnej odległości ognisk F_1' i F_2, nosi nazwę odstępu optycznego (interwału optycznego — łac. intervallum — odstęp) Δ danego układu, ostatecznie więc otrzymujemy

$$\mathcal{F} = -\frac{\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2}{\Delta}. \tag{21}$$

Ognisko F' sprzężone jest z ogniskiem F_1' względem układu drugiego, promienie bowiem, biegnące przed załamaniem równolegle do osi i przechodzące po załamaniu w obu układach przez ognisko F' przechodzą po załamaniu w układzie pierwszym przez ognisko F_1. Rozumując tak, jak poprzednio, znajdziemy, że

$$\mathcal{F}' = -\frac{\mathcal{F}_1' \mathcal{F}_2'}{\Delta}. \tag{21a}$$

Stosunek tych ogniskowych wyraża się wzorem

$$\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}'} = \frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_1'} \cdot \frac{\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_2'}.$$

Oznaczając współczynnik załamania środowiska przed pierwszym układem przez n, środowiska między układami przez n_m, środowiska za układem drugim przez n', otrzymujemy

$$\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}'} = \frac{n}{n_m} \cdot \frac{n_m}{n'} = \frac{n}{n'}. \tag{21b}$$

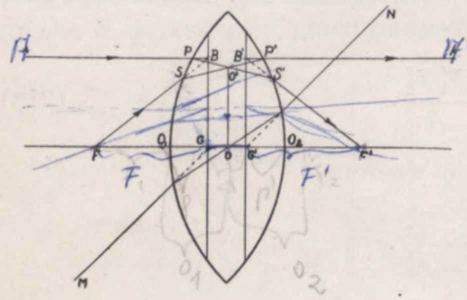
Układ złożony można przeto zastąpić przez jeden układ osiowy o odpowiednio dobranych długościach ogniskowych. W przypadku, gdy środowiska skrajne mają różne współczynniki załamania ($n \neq n'$), można przy kreśleniu biegu promienia załamanego zastąpić układ taki przez jedną powierzchnię łamiącą, rozdzielającą środowiska n i n', a której wierzchołek będzie leżał w punkcie G, środek zaś krzywizny w punkcie W, pod warunkiem, aby otrzymane w ten sposób promienie i obrazy przesunąć następnie równolegle do nich samych o odcinek, równy odległości płaszczyzn głównych G i G'. Gdy współczynniki n i n' mają wartości jednakowe, wtedy, jak się o tym niżej przekonamy, każdy układ osiowy można zastąpić osiowym układem dwóch powierzchni łamiących.

4. SOCZEWKI

Tego rodzaju układy nazywamy **soczewkami**. Oznaczmy przez r_1, f_1 i f'_1 — promień krzywizny oraz ogniskowe pierwszej powierzchni łamiącej, przez r_2, f_2 i f'_2 — promień krzywizny i ogniskowe drugiej powierzchni, przez d — odległość między wierzchołkami, wyznaczającą

grubość soczewki. Niech AA' będzie dowolną linią prostą, równoległą do osi soczewki (rys. 95). Promień AP, biegnący w przestrzeni przedmiotu soczewki wzdłuż tej prostej, będzie po załamaniu przechodził przez ognisko F' przestrzeni obrazu soczewki. Promień $P'A'$, wychodzący z soczewki równolegle do osi optycznej, przechodzi przed załamaniem przez ognisko F przestrzeni przedmiotu soczewki.

Przedłużenia promieni FS i AP, padających na soczewkę, przecinają się w punkcie B, który uważać możemy za urojony przedmiot świecący. Obraz tego punktu po załamaniu na pierwszej płaszczyznie łamiącej powstaje w punkcie O' przecięcia się promieni AP i FS po pierwszym załamaniu. Punkt O' jest przedmiotem świecącym względem drugiej powierzchni łamiącej, obraz jego powstaje w punkcie B' przecięcia się przedłużenia promieni, załamanych na drugiej powierzchni łamiącej. Punkt B' jest zatem obrazem (urojonym) punktu B (urojonego) po załamaniu na obu powierzchniach soczewki. Obraz ten znajduje się w tej samej odległości od osi, co przedmiot, gdyż zarówno punkt B jak i B' muszą leżeć na prostej AA'. Stąd wynika, że B i B' są punktami odpowiednich płaszczyzn głównych, płaszczyzny zatem, przechodzące przez te punkty i prostopadłe do osi, są płaszczyznami głównymi, punkty zaś G i G' punktami głównymi i jednocześnie punktami węzłowymi układu ($n=n'$). Płaszczyzna $O'O$ przechodząca przez punkt O' prostopadle do osi i będąca miejscem geometrycznym obrazów, jakie dają punkty płaszczyzny głównej G po załamaniu na powierzchni pierwszej, oraz punktów, których obrazami są po załamaniu na powierzchni drugiej punkty płaszczyzny G', jest sprzężona z obu tymi płaszczyznami. Punkt O przeto jest sprzężony z G w stosunku do pierwszej powierzchni łamiącej i z G' w stosunku do drugiej. Promień więc MN, przechodzący przed załamaniem przez punkt G i wychodzący po załamaniu w soczewce przez punkt G' w tym samym kierunku (punkty G i G' są punktami węzłowymi), przechodzi wewnątrz soczewki przez punkt O. Dlatego też punkt O nazywamy **środkiem optycznym soczewki**.



Rys. 95

Niech o_1 i o_2 będą odległościami środka optycznego, p i p' — odległościami punktów G i G' od odpowiednich wierzchołków soczewki. Ze wzoru na powiększenie liniowe (wzór 9) otrzymujemy

$$\frac{O'O}{GB} = \frac{y'}{y} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{o_1}{p},$$

gdyż przedmiot jest w tym przypadku urojony, obraz zaś rzeczywisty. W najczęściej spotykanym przypadku, soczewek zanurzonych w powietrzu, $n_1=n_3=1$, $n_2=n$, mamy zatem

$$\frac{O'O}{GB}=\frac{1}{n}\cdot\frac{o_1}{p}. \tag{a}$$

Analogicznie

$$\frac{G'B'}{O'O}=n\cdot\frac{p'}{o_2}$$

(przedmiot rzeczywisty, obraz urojony), skąd wobec tego, że $G'B'=GB$

$$\frac{o_1}{p}\cdot\frac{p'}{o_2}=1,$$

a więc

$$\frac{o_1}{o_2}=\frac{p}{p'}, \tag{b}$$

co, z uwagi, że

$$o_1+o_2=d$$

daje

$$o_1=\frac{pd}{p+p'};\quad o_2=\frac{p'd}{p+p'}. \tag{c}$$

Odległości te są poza tym związane równaniami (7), tak że mamy

$$-\frac{f_1}{p}+\frac{f_1'}{o_1}=1,\quad \frac{f_2}{o_2}-\frac{f_2'}{p'}=1.$$

Po podstawieniu

$$f_1=\frac{r_1}{n-1};\quad f_1'=\frac{nr_1}{n-1},\quad f_2=\frac{nr_2}{1-n}=-\frac{nr_2}{n-1};\quad f_2'=\frac{r_2}{1-n}=-\frac{r_2}{n-1}$$

i uwzględnieniu wzorów (c) otrzymujemy

$$-\frac{r_1}{(n-1)p}+\frac{nr_1(p+p')}{(n-1)pd}=1 \quad \text{i} \quad -\frac{nr_2(p+p')}{(n-1)p'd}+\frac{r_2}{(n-1)p'}=1,$$

skąd

$$[(n-1)d-nr_1]p-nr_1p'=-r_1d,$$

$$[(n-1)d+nr_2]p'+nr_2p=r_2d$$

i ostatecznie

$$p=\frac{-r_1 d}{(n-1)d+n(r_2-r_1)}=\frac{r_1 d}{n(r_1-r_2)-(n-1)d}, \qquad (22)$$

$$p'=\frac{r_2 d}{(n-1)d+n(r_2-r_1)}=-\frac{r_2 d}{n(r_1-r_2)-(n-1)d}.$$

A więc

$$\frac{p}{p'}=\frac{o_1}{o_2}=-\frac{r_1}{r_2}. \qquad \text{(d)}$$

Odległości ogniskowe $\mathcal{F}$ i $\mathcal{F}'$ (licząc do płaszczyzn głównych) wyznaczamy ze wzorów (21), (21a), w których zamiast $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$, $\mathcal{F}'_1$, $\mathcal{F}'_2$ podstawiamy f_1, f_2, f'_1, f'_2, — odległości, liczone do wierzchołków O_1 i O_2 odpowiednich powierzchni łamiących, dla każdej bowiem z tych powierzchni płaszczyzny główne zbiegają się w jedną płaszczyznę, styczną w wierzchołku do danej powierzchni, tak że każdy z punktów O_1 i O_2 posiada te same własności optyczne, co punkty G i G'. Mamy przeto

$$\mathcal{F}=-\frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{i} \quad \mathcal{F}'=-\frac{f'_1 f'_2}{\Delta},$$

przy czym odstęp optyczny wynosi

$$\Delta=d-F'_1 O_1-F_2 O_2=d-(f'_1+f_2).$$

Po podstawieniu wartości ogniskowych otrzymujemy

$$\mathcal{F}=\frac{nr_1 r_2}{(n-1)^2\left[d-\left(\frac{nr_1}{n-1}-\frac{nr_2}{n-1}\right)\right]}=\frac{nr_1 r_2(n-1)}{(n-1)^2[d(n-1)-n(r_1-r_2)]}=$$

$$=-\frac{nr_1 r_2}{(n-1)[n(r_1-r_2)-(n-1)d]}$$

lub kładąc

$$n(r_1-r_2)-(n-1)d=C$$

$$\mathcal{F}=-\frac{nr_1 r_2}{(n-1)C} \quad \text{i} \quad \mathcal{F}'=-\frac{nr_1 r_2}{(n-1)C}. \qquad (23)$$

Odległości te są więc tym razem równe.

Wprowadzając te oznaczenia, napiszemy wzory (22) nieco inaczej

$$p=\frac{r_1 d}{C} \quad \text{i} \quad p'=-\frac{r_2 d}{C}. \tag{23a}$$

Równanie (15) przekształca się w następujące

$$\frac{1}{g}+\frac{1}{g'}=\frac{1}{\mathcal{F}} \tag{24}$$

lub analogicznie do wzoru (13)

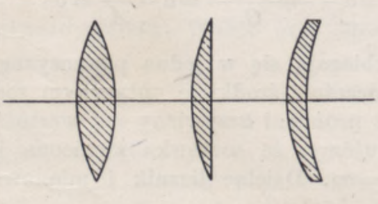
$$\frac{\psi}{S'}-\frac{\psi'}{S}=\frac{1}{\mathcal{F}}=\Psi. \tag{24a}$$

Rozbieżności

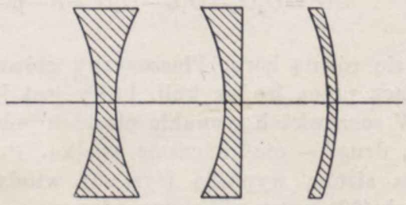
$$\frac{\psi}{S'}=\frac{1}{g} \text{ i } \frac{\psi'}{S}=\frac{1}{g'}$$

wyrażamy zazwyczaj w tzw. dioptriach (gr. i łac. dioptra — celownik), przyjmując za równą jednej dioptrii ($1D$) rozbieżność wiązki, mającej na odpowiedniej płaszczyznie głównej przekrój równy jednostce i padającej z punktu odległego od płaszczyzny głównej o 1 m. Tak np. wiązka, wychodząca z punktu odległego o 25 cm ma rozbieżność $4D$, schodząca się w punkcie odległym od płaszczyzny głównej o 25 cm — rozbieżność ujemną — $4D$. Wielkość $\Psi=\frac{1}{\mathcal{F}}$ nosi nazwę **zdolności zbierającej** soczewki. Zależnie od znaku tej wielkości dzielimy soczewki na zbierające i rozpraszające.

Do pierwszej kategorii przy dotychczasowym założeniu, odpowiadającym najczęściej w praktyce spotykanym przypadkom, że $n_2 > n_1$, a przeto $n > 1$, należą na ogół soczewki grubsze w środku, niż na brzegach (rys. 96),



Rys. 96



Rys. 97

a więc dwuwypukłe, płasko-wypukłe i wypukło-wklęsłe, do rozpraszających — cieńsze w środku, a więc dwuwklęsłe, płasko-wklęsłe i wklęsło-wypukłe (rys. 97).

W soczewce dwuwypukłej $r_1>0, r_2<0$; rozumiejąc więc w dalszym rozważaniu przez r_1 i r_2 bezwzględne wartości promieni krzywizny, z wyżej wyprowadzonych wzorów otrzymujemy

$$C=[n(r_1+r_2)-(n-1)d],$$

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=\frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_1+r_2)-(n-1)d]}.$$

Gdy C jest większe od zera, $\mathcal{F}$ i $\mathcal{F}'$ są dodatnie, soczewka jest układem zbierającym. Warunek ten jest spełniony, gdy

$$d<\frac{n}{n-1}(r_1+r_2).$$

Soczewka więc ze zwykłego szkła lekkiego ($n_D=1{,}5$), o jednakowej krzywiznie obu powierzchni, jest układem zbierającym, dopóki

$$d<6r.$$

Gdy $d=6r$, ogniska oddalają się do nieskończoności, soczewka staje się układem teleskopowym, przy $d>6r$ odległości ogniskowe są ujemne, soczewka jest układem rozpraszającym.

Położenia punktów głównych otrzymujemy ze wzorów (23a). Odległość G od wierzchołka O_1 równa w myśl założenia — p, wynosi

$$GO_1=-\frac{r_1d}{C}.$$

Odległość G' od wierzchołka O_2, równa $-p'$,

$$G'O_2=-\frac{r_2d}{C}.$$

Obie więc płaszczyzny główne leżą wewnątrz soczewki, dopóki $C>0$.

Gdy soczewka jest kulą

$$r_1+r_2=d,$$

odległość wzajemna płaszczyzn głównych

$$GG'=O_1O_2-O_1G-O_2G'=d-p-p'=d-\frac{(r_1+r_2)d}{C}=d-\frac{d^2}{d}=0$$

staje się równą zeru. Płaszczyzny główne zbiegają się w jedną płaszczyznę, przechodzącą przez środek kuli, który jest jednocześnie środkiem optycznym soczewki.

W soczewkach wypukło-płaskich jeden z promieni krzywizny ma wartość skończoną, drugi — nieskończenie wielką. Przypuśćmy, że soczewka zwrócona jest do światła stroną wypukłą (rys. 98), wtedy $r_2=\infty$. Dzieląc licznik i mianownik we wzorach (23) przez r_2, otrzymujemy

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=-\frac{nr_1}{(n-1)(-n)}=\frac{r_1}{n-1}.$$

Ogniskowe są więc zawsze dodatnie bez względu na grubość soczewki; układ zawsze jest zbierający.

Odległość punktów głównych otrzymamy kładąc $GO_1=-p$ i $G'O_2=-p'$, mamy wtedy

$$GO_1=0;\ G'O_2=-\frac{d}{n}.$$

Pierwsza płaszczyzna główna jest więc styczna w punkcie wierzchołkowym do powierzchni wypukłej, druga leży wewnątrz soczewki. Ognisko F znajduje się przeto w odległości $\frac{r_1}{n-1}$ od wierzchołka O_1.

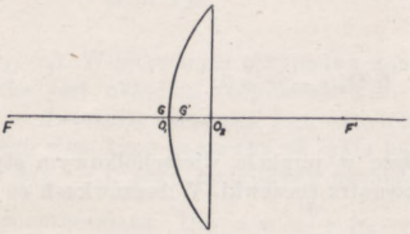
Gdy soczewkę zwrócimy do światła stroną płaską (rys. 99), r_1 będzie równe nieskończoności, r_2 będzie ujemne.

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=\frac{r_2}{n-1}.$$

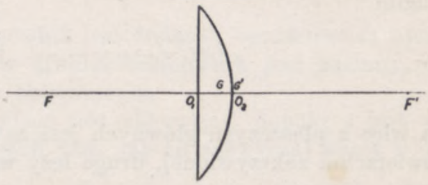
Odległości płaszczyzn głównych od wierzchołków będą

$$GO_1=-p=-\frac{d}{n},\ G'O_2=0.$$

W tego rodzaju soczewkach ze zwykłego szkła płaszczyzna główna, leżąca wewnątrz



Rys. 98



Rys. 99

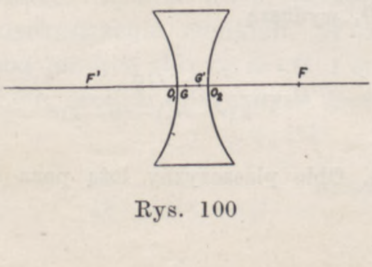
soczewki, odległa jest od odpowiedniego wierzchołka o $\frac{2}{3}d$, ogniskowa zaś wynosi $2r$.

W soczewkach dwuwklęsłych (rys. 100) r_1 jest ujemne, r_2 — dodatnie, a zatem

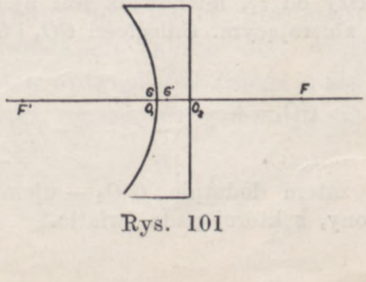
$$C=-n(r_1+r_2)-(n-1)d$$

jest zawsze ujemne. Wobec tego ogniskowe

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=-\frac{nr_1r_2}{(n-1)C}$$



Rys. 100



Rys. 101

są też zawsze ujemne. Soczewki tego typu są, bez względu na grubość, rozpraszające. Płaszczyzny główne są odległe od odpowiednich wierzchołków o

$$GO_1 = -p = -\frac{r_1 d}{n(r_1+r_2)+(n-1)d} \quad \text{i} \quad G'O_2 = -p' = -\frac{r_2 d}{n(r_1+r_2)+(n-1)d},$$

leżą więc wewnątrz soczewek.

W soczewkach płasko-wklęsłych (rys. 101), zwróconych ku światłu wklęsłością, $r_1<0, r_2=\infty$, mamy zatem

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=-\frac{r_1}{n-1}.$$

W zwróconych ku światłu płaską powierzchnią $r_1=\infty, r_2>0$, wtedy

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=-\frac{r_2}{n-1}.$$

Soczewki te są zatem w obu przypadkach rozpraszające. Odległości płaszczyzn głównych od odpowiednich wierzchołków wynoszą w pierwszym przypadku

$$GO_1=-p=0 \quad \text{i} \quad G'O_2=-p'=-\frac{d}{n},$$

w drugim

$$GO_1=-p=-\frac{d}{n} \quad \text{i} \quad G'O_2=-p'=0.$$

Jedna więc z płaszczyzn głównych jest zawsze w punkcie wierzchołkowym styczna do powierzchni zakrzywionej, druga leży wewnątrz soczewki. W soczewkach ze szkła lekkiego

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=2r; \quad GO_1 \,(\text{lub } G'O_2) = -\frac{2}{3}d.$$

W soczewkach wypukło-wklęsłych, zwróconych ku światłu powierzchnią wypukłą (rys. 102), oba promienie r_1 i r_2 są dodatnie; ogniskowe są zatem

$$\mathcal{F}=\mathcal{F}'=-\frac{n r_1 r_2}{(n-1)[n(r_1-r_2)-(n-1)d]}.$$

Licznik tego ułamka ma zawsze wartość dodatnią, wobec czego znak odległości ogniskowej zależy od znaku mianownika. Gdy r_2 — promień powierzchni wklęsłej jest większy od r_1, mianownik jest ujemny, ogniskowe są dodatnie, soczewka jest układem zbierającym. Odległości GO_1 i $G'O_2$ wynoszą

$$GO_1=-\frac{r_1 d}{n(r_1-r_2)-(n-1)d} \quad \text{i} \quad G'O_2=\frac{r_2 d}{n(r_1-r_2)-(n-1)d},$$

GO_1 jest zatem dodatnie, $G'O_2$ — ujemne. Obie płaszczyzny leżą poza soczewką, z tej strony, z której pada światło.

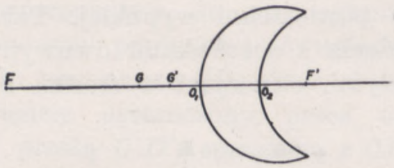
Gdy światło pada ze strony przeciwnej, r_1 i r_2 są ujemne, licznik więc we wzorze (23) pozostaje dodatnim; zmieniając odpowiednio oznaczenia, gdyż teraz r_1 jest większe od r_2, znajdujemy, że

$$C = n(-r_1 + r_2) - (n-1)d = n(r_2 - r_1) - (n-1)d$$

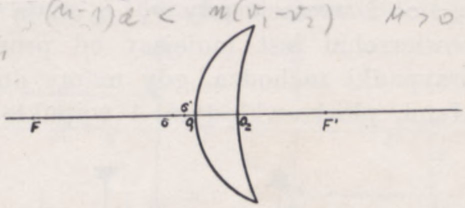
jest ujemne. Ogniskowe są więc dodatnie, soczewka i tym razem jest układem zbierającym.

Podobnie rzecz się ma, gdy $r_1 = r_2$, wtedy bowiem mianownik jest zawsze ujemny.

Gdy promień wklęsłej powierzchni jest mniejszy, wtedy przy padaniu światła na powierzchnię wypukłą (rys. 103), r_1 i r_2 oraz $n(r_1 - r_2)$ są dodatnie. Mianownik jest dodatni lub ujemny, zależnie od tego, czy $(n-1)d$ jest mniejsze czy większe



Rys. 102



Rys. 103

od $n(r_1 - r_2)$. W pierwszym przypadku mianownik jest dodatni, ogniskowe są ujemne, soczewka jest układem rozpraszającym; w drugim mianownik jest ujemny, ogniskowe — dodatnie, soczewka jest układem zbierającym.

Tego więc typu soczewka ze szkła lekkiego jest zbierająca, dopóki d jest większe od $3(r_1 - r_2)$, przy mniejszych grubościach jest, jak to zazwyczaj bywa w praktyce, rozpraszająca. Dla $d = \frac{n}{n-1}(r_1 - r_2)$ ogniskowe stają się nieskończenie wielkie, soczewka jest układem teleskopowym.

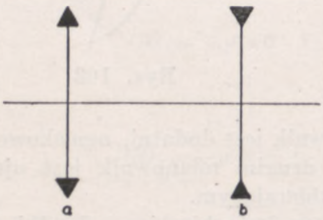
Podobnie zatem, jak w przypadku układów osiowych, własności optyczne soczewek są całkowicie wyznaczone, gdy znane są położenia płaszczyzn głównych i ogniskowe. Dobierając odpowiednio te wielkości, możemy zawsze, jak o tym wspomnieliśmy w ustępie poprzednim, zastąpić dowolny układ osiowy, o identycznych środowiskach skrajnych, soczewką.

Podane wyżej wzory stają się o wiele prostsze, gdy je zastosujemy do soczewek o dostatecznie małej grubości, aby można ją było w rachunkach pominąć. Kładąc $d = 0$, otrzymujemy przypadek graniczny — soczewek nieskończenie cienkich. W soczewkach takich oba wierzchołki O_1 i O_2, oba punkty główne G i G' i środek optyczny O zbiegają się w jednym punkcie, środku optycznym soczewki, ogniskowe zaś stają się równe

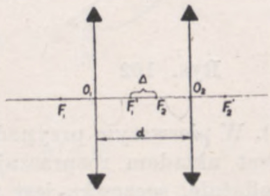
$$\mathcal{F} = \mathcal{F}' = -\frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_1 - r_2)}, \quad \text{skąd} \quad \frac{1}{\mathcal{F}} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{25}$$

Ogniskowe te są dodatnie, gdy $r_1 > 0$, $r_2 < 0$, gdy $r_1 > 0$, $r_2 = \infty$ lub $r_1 = \infty$; $r_2 < 0$, i wreszcie, gdy oba promienie mają ten sam znak, ale promień krzywizny wklęsłej powierzchni jest większy od promienia wypukłej. Odpowiada to trzem typom soczewek: dwuwypukłej, płasko-wypukłej i wypukło-wklęsłej, szerszej w środku, niż na brzegach. Schematycznie tego rodzaju soczewki odtwarzamy na rysunku (104a) w postaci linii prostej, zakończonej pryzmatami, zwróconymi podstawą ku osi, te bowiem soczewki załamują rozbieżną wiązkę promieni w tym samym kierunku, co układ dwóch pryzmatów złączonych podstawami i ustawionych na osi optycznej.

Ogniskowe są ujemne, gdy $r_1 < 0, r_2 > 0$, gdy $r_1 = \infty$, $r_2 > 0$ lub $r_1 = 0$, $r_2 = \infty$ i wreszcie gdy r_1 i r_2 mają ten sam znak, ale promień wklęsłej powierzchni jest mniejszy od promienia powierzchni wypukłej. Takie przypadki zachodzą, gdy mamy do czynienia z soczewkami dwuwypukłymi, płasko-wklęslymi i wypukło-wklęsłymi, cieńszymi w środku niż



Rys. 104



Rys. 105

po brzegach. Schematycznie odtwarzamy te soczewki w postaci linii prostej, zakończonej pryzmatami, zwróconymi wierzchołkami do osi (rys. 104b); załamują one bowiem wiązki promieni w tym samym kierunku, co układ dwóch pryzmatów, złączonych wierzchołkami i ustawionych na osi.

Gdy $r_1 = r_2$, ogniska oddalają się do nieskończoności; soczewka działa tak, jak płytka równoległościenna. Cienka więc warstewka, ograniczona dwoma równoległymi powierzchniami kulistymi, nie zmienia kierunku biegu promieni.

Stosując wzór (21) możemy wyznaczyć ogniskową układu, złożonego z dwu soczewek, umieszczonych w odległości d jedna od drugiej (rys. 105, gdzie obie soczewki są zbierające); po podstawieniu

$$\Delta = d - (\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2),$$

otrzymujemy

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 - d}. \tag{26}$$

Dla dodatnich (jak na rysunku) wartości $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}$ jest dodatnie, dopóki

$$d < \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2;$$

przy większej więc wartości d układ soczewek zbierających staje się układem rozpraszającym. Gdy

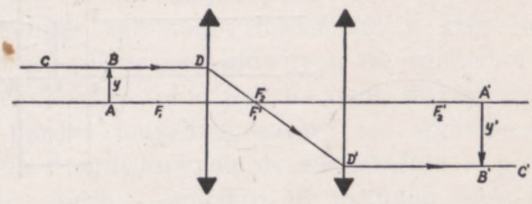
$$d = \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2,$$

a więc, gdy

$$\Delta = 0,$$

ogniska zatem F'_1 i F_2 leżą w tym samym punkcie, układ jest bezogniskowy lub teleskopowy.

Niech AB rys. 105a będzie świecącym odcinkiem prostoliniowym prostopadłym do osi, ograniczonym przez oś i równoległą do niej prostą CD, obraz $A'B'$ będzie ograniczony przez oś i prostą $C'D'$, sprzężoną z CD i równoległą do osi. Powiększenie liniowe będzie miało zatem wartość stałą, niezależną od odległości przedmiotu od soczewki pierwszej i równą



Rys. 105a

$$\mathcal{P} = \frac{y'}{y} = -\frac{\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}'_1}. \tag{26a}$$

Podobnie będzie z powiększeniem kątowym, ze wzoru bowiem Lagrange'a otrzymujemy

$$\mathcal{K} = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{n_1}{n_2} : \mathcal{P} = -\frac{\mathcal{F}'_1}{\mathcal{F}_2} \cdot \frac{n_1}{n_2}. \tag{26b}$$

Wiązka promieni równoległych do osi wychodzi po załamaniu w takim układzie, jako wiązka równoległa.

Podstawiając Ψ zamiast $\frac{1}{\mathcal{F}}$ (p wzór 24a), otrzymujemy po odpowiednich przekształceniach

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 - d \cdot \Psi_1 \cdot \Psi_2. \tag{27}$$

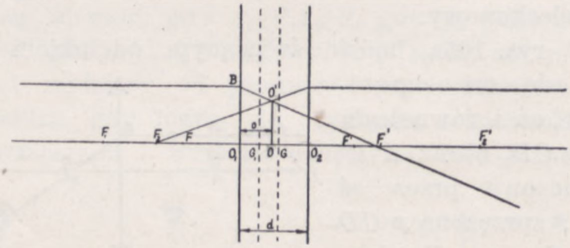
Odległość płaszczyzn głównych i ognisk układu od wierzchołków soczewek możemy wyznaczyć w identyczny sposób do tego, jakim posługiwaliśmy się przy wyznaczaniu tych położeń w soczewce grubej. Oznaczmy

odległość środka optycznego O (rys. 106) układu od wierzchołka O_1 pierwszej soczewki przez o, odległość od wierzchołka O_2 drugiej będzie wtedy $d-o$. Ze wzorów na powiększenie liniowwe (9b) otrzymujemy

$$\frac{BO_1}{OO'}=\frac{\mathcal{F}_1}{o-\mathcal{F}_1}=\frac{\mathcal{F}_2}{d-o-\mathcal{F}_2},$$

skąd

$$o=\frac{d\cdot\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2}.$$



Rys. 106

Odległość od O_1 punktu O, jako obrazu punktu G, związana jest z odległością GO_1 wzorem

$$-\frac{1}{GO_1}+\frac{1}{o}=\frac{1}{\mathcal{F}_1}.$$

Po podstawieniu wartości o mamy

$$GO_1=\frac{\mathcal{F}\cdot d}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2-d}, \tag{28}$$

wobec czego odległość ogniskowa układu $\mathcal{F}$ od wierzchołka O_1

$$FO_1=FG-GO_1=\frac{\mathcal{F}_1\cdot\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2-d}-\frac{\mathcal{F}_1\cdot d}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2-d}=\frac{\mathcal{F}_1(\mathcal{F}_2-d)}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2-d}. \tag{28a}$$

Stykając dwie soczewki ($d=0$) otrzymamy

$$GO_1=0 \quad \text{i} \quad \mathcal{F}G=\mathcal{F}O_1=\frac{\mathcal{F}_1\cdot\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{\mathcal{F}}=\frac{1}{\mathcal{F}_1}+\frac{1}{\mathcal{F}_2}.$$

Zdolność zbierająca takiego układu będzie, zgodnie ze wzorem (24a)

$$\Psi=\Psi_1+\Psi_2.$$

Z rozważań powyższych wynika, że przy wykreślaniu promieni, załamanych przez soczewkę o dowolnej grubości, można soczewkę tę zastąpić soczewką nieskończenie cienką o tej samej ogniskowej i następnie przesunąć wykreślone promienie o odcinek równoległy do osi i równy odległości płaszczyzn głównych danej soczewki. Podobnie zatem, jak kulista powierzchnia łamiąca w stosunku do osiowych układów łamiących, w których skrajne środowiska mają różne współczynniki załamania, soczewka doskonale cienka jest w stosunku do soczewek rzeczywistych, zanurzonych w środowisku jednorodnym, układem równoważnym.

5. DOŚWIADCZALNE WYZNACZENIE ODLEGŁOŚCI OGNISKOWYCH (FOKOMETRIA)

Na podstawie wzorów (22) i (23) można znając promienie krzywizny soczewki, grubość jej i współczynnik załamania materiału, z którego jest zrobiona, obliczyć odległości jej płaszczyzn głównych od wierzchołków oraz odległości ogniskowe. Obliczenie takie jest na ogół, zwłaszcza, gdy chodzi o układ soczewek, bardzo uciążliwe, często też wyznacza się położenie płaszczyzn głównych i ogniskowych doświadczalnie z pomiarów fokometrycznych (łac. focus — ognisko). Z licznych metod tego typu pomiarów opiszemy jedynie trzy: metodę Bessela, metodę Cornu i metodę Mac-Gillavry'ego.

a. Metoda Bessela. Między przedmiotem i ekranem, ustawionym przed przedmiotem w pewnej niezmiennej odległości l większej od ogniskowej co najmniej 4 razy, przesuwamy badany układ optyczny tak, aby na ekranie pojawił się wyraźny obraz przedmiotu. Mamy wtedy

$$g+g'+\delta=l, \tag{a}$$

gdzie δ oznacza wzajemną odległość płaszczyzn głównych i gdzie g i g' związane są równaniem

$$\frac{1}{g}+\frac{1}{g'}=\frac{1}{\mathcal{F}}. \tag{b}$$

Z symetrii równania (b) względem g i g' wynika, że wyraźny obraz otrzymamy przy dwóch różnych położeniach układu, a mianowicie, gdy odległość przedmiotu od płaszczyzny głównej G układu równa jest g, odległość zaś obrazu od płaszczyzny głównej G' równa jest g' i odwrotnie, gdy pierwsza z tych odległości równa jest g' druga zaś g. W jednym z tych przypadków obraz jest powiększony, w drugim zmniejszony. Odległość q, na jaką przesuwamy układ z jednego położenia do drugiego, równą

$$q=g'-g, \tag{c}$$

można podobnie jak odległość l przedmiotu od ekranu, zmierzyć z dużą dokładnością.

Z równań (a) i (c) znajdujemy

$$2g = l - \delta - q,$$

$$2g' = l - \delta + q,$$

skąd po podstawieniu tych wartości do równania (b) otrzymujemy

$$\frac{2}{l-\delta-q} + \frac{2}{l-\delta+q} = \frac{1}{\mathcal{F}}$$

i ostatecznie

$$4\mathcal{F} = l - \delta - \frac{q^2}{l-\delta}.$$

W soczewkach pojedynczych, o grubości małej w porównaniu z odległością l przedmiotu od ekranu, δ można pominąć, wtedy mamy

$$\mathcal{F} = \frac{l^2 - q^2}{4l}. \tag{d}$$

Nieco dokładniejszy wzór będziemy mieli wyznaczając ze wzorów (22) wzajemną odległość płaszczyzn głównych.

Kładąc

$$C = n(r_1 - r_2),$$

otrzymamy

$$\delta = \frac{n-1}{n} d,$$

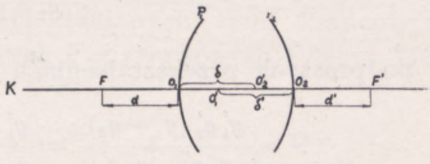
wobec czego ogniskowa

$$\mathcal{F} = \frac{\left(l - \frac{n-1}{n} d\right)^2 - q^2}{4\left(l - \frac{n-1}{n} d\right)} = \frac{l^2 - \frac{2(n-1)}{n} d \cdot l - q^2}{4\left(l - \frac{n-1}{n} d\right)}. \tag{e}$$

Pomiar ten bardzo prosty i dokładny, gdy mamy do czynienia z niezbyt grubymi soczewkami, daje wyniki tylko przybliżone w zastosowaniu do układów złożonych. Wtedy zazwyczaj używana jest:

b) **metoda Cornu**. Promienie równoległe, wychodzące z kolimatora K po załamaniu w układzie, którego skrajnymi powierzchniami są powierzchnie P_1 i P_2, dają po załamaniu obraz szczeliny w ognisku F' przestrzeni obrazu układu. Obraz ten obserwujemy przez lunetę, skierowaną wzdłuż osi układu. Lunetę tę przesuwamy następnie wzdłuż osi (nie zmieniając jej nastawienia) tak, aby widzieć znaczek O_2 (np. krzyż

namalowany tuszem) na powierzchni P_2 układu (rys. 107). Odległość d', na jaką przesuwamy lunetę, równa jest oczywiście, odległości ogniska F' od wierzchołka O_2. Lunetę przesuwamy jeszcze dalej, np. o δ', aby zobaczyć wyraźny obraz O_1' znaczka O_1 na powierzchni P_1, otrzymany przez załamanie w układzie. Po czym zmieniamy kierunek padania światła, przestawiając kolimator na miejsce lunety, lunetę na miejsce kolimatora i w ten sam sposób wyznaczamy odległość d ogniska F od wierzchołka O_1 i odległość δ, na jaką trzeba przesunąć lunetę, żeby zobaczyć obraz O_2' znaczka O_2 po załamaniu w układzie.



Rys. 107

Ze wzoru Newtona znajdujemy

$$O_2F' \cdot O_2' \cdot F = x_2 \cdot x_2' = \mathcal{F}^2$$

$$\text{i} \quad O_1F \cdot O_1'F' = x_1 \cdot x_1' = \mathcal{F}^2.$$

Podstawiając

$$O_2F' = d'; \quad O_2'F = d + \delta; \quad O_1F = d; \quad O_1'F' = d' + \delta'$$

otrzymujemy

$$d'(d+\delta) = \mathcal{F}^2,$$

$$d(d'+\delta') = \mathcal{F}^2.$$

W każdym z tych równań niewiadomą jest jedynie ogniskowa $\mathcal{F}$, wobec tego każde z nich może służyć do jej wyznaczenia. Zazwyczaj bierze się przeciętną z obu wyznaczeń, dających, rzecz prosta, zawsze nieco różne wyniki wskutek nieuniknionych błędów pomiaru. Znając $\mathcal{F}$ i odległości O_1F i O_2F' możemy wyznaczyć odległości płaszczyzn głównych od wierzchołków O_1 i O_2.

c) Metoda Mac-Gillavry'ego polega na pomiarze powiększeń obrazu przedmiotu, umieszczonego w dowolnej odległości od wierzchołka skrajnej powierzchni układu, a następnie przesuniętego wzdłuż osi o q bliżej lub dalej. Oznaczmy odległość przedmiotu od płaszczyzny ogniskowej G w pierwszym położeniu przez g_1 w drugim — przez g_2, odpowiednie zaś odległości obrazu od płaszczyzny G' przez g_1' i g_2'. Ze wzorów (24) i (16a) znajdujemy

$$\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_1'} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_2'} = \frac{1}{\mathcal{F}} \quad \text{i} \quad \mathcal{P}_1 = \frac{y'}{y} = -\frac{g_1'}{g_1}; \; \mathcal{P}_2 = -\frac{g_2'}{g_2},$$

skąd

$$\mathcal{F} = \frac{g_1 g_1'}{g_1 + g_1'} = \frac{g_2 \cdot g_2'}{g_2 + g_2'} \tag{f}$$

lub mnożąc i dzieląc pierwszy ułamek przez g_2', drugi przez g_1'

$$\mathcal{F}=\frac{g_1 g_1' g_2'}{g_1 g_2'+g_1' g_2}=\frac{g_2\cdot g_2'\cdot g_1'}{g_2\cdot g_1'+g_2'\cdot g_1'}$$

i po prostych przekształceniach

$$\mathcal{F}=\frac{g_1' g_2' (g_1-g_2)}{g_1 g_2'-g_2 g_1'}=\frac{g_1' g_2'}{g_1 g_2}\cdot\frac{g_1-g_2}{\dfrac{g_2'}{g_2}-\dfrac{g_1'}{g_1}}=\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2\frac{q}{\mathcal{P}_1-\mathcal{P}_2}, \tag{g}$$

gdzie wszystkie wielkości otrzymujemy z pomiarów.

Znając $\mathcal{F}$, obliczamy g_1 i g_1' z równań

$$\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_1'}=\frac{1}{\mathcal{F}} \quad \text{i} \quad \mathcal{P}_1=\frac{y_1'}{y_1}=-\frac{g_1'}{g_1},$$

otrzymując

$$g_1=\mathcal{F}\cdot\frac{\mathcal{P}_1-1}{\mathcal{P}_1} \quad \text{i} \quad g_1'=-\mathcal{F}(\mathcal{P}_1-1)$$

oraz

$$g_1+g_1'=\mathcal{F}\frac{(\mathcal{P}_1-1)^2}{\mathcal{P}_1}.$$

Mierzymy odległość l między przedmiotem i obrazem w pierwszym położeniu i ze wzoru

$$GG'=l-g_1-g_1' \tag{h}$$

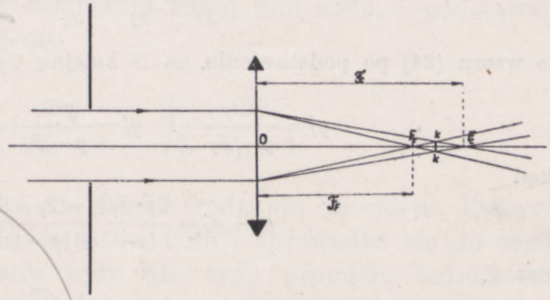
wyznaczamy wzajemną odległość płaszczyzn głównych. Znając g_1 i odległość przedmiotu od wierzchołka skrajnej powierzchni układu, znajdujemy położenie płaszczyzny G i następnie po uwzględnieniu wzoru (h) płaszczyzny G'.

Gdy układ badany jest układem rozpraszającym, łączymy go z układem zbierającym o znanej ogniskowej i po zmierzeniu ogniskowej złożonego w ten sposób układu, znajdujemy szukaną ogniskową ze wzorów na układ złożony.

6. ABERACJA CHROMATYCZNA

Pomiary te dają ścisłe wyniki jedynie przy użyciu światła jednorodnego, zarówno bowiem odległości ogniskowe, jak i położenie płaszczyzn głównych zmienia się, jak na to wskazują wzory (22) i (23), ze zmianą współczynnika załamania.

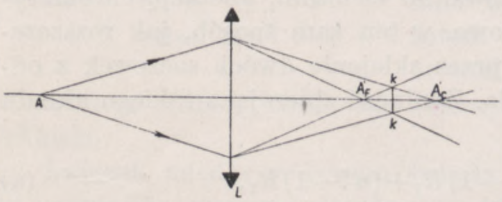
Wiązka promieni równoległych światła białego skupia się po załamaniu nie w jednym punkcie, lecz w nieskończenie wielu punktach osi między dwoma punktami — ogniskami najbardziej i najmniej łamliwych promieni. W pojedynczych soczewkach szklanych tymi krańcowymi punktami są ogniska promieni fioletowych F_f i czerwonych F_c (rys. 108), przy czym ognisko promieni fioletowych leży bliżej soczewki, niż ognisko promieni czerwonych. Na ekranie, przesuwanym z F_f do F_c nie otrzymamy nigdy niezabarwionego obrazu punktu, lecz kolistą plamę, której środek i brzegi przybierają w miarę przesuwania ekranu różne barwy. W punkcie F_f środek plamy jest bladofioletowy, brzeg czerwony, w punkcie F_c — środek jest bladoczerwony, brzeg fioletowy.



Rys. 108

Podobnie są zabarwione obrazy punktu, znajdującego się w skończonej odległości od soczewki. Promienie załamane zawarte są między dwoma stożkami o wierzchołkach w punktach A'_f i A'_c, będących punktami przecięcia z osią skrajnych promieni widma. Promienie te przecinają się wzajemnie w punktach obwodu koła KK (rys. 108a). Zjawisko to nazywamy **aberacją chromatyczną**, koło zaś KK — **kołem najmniejszej aberacji chromatycznej**. Umieszczając ekran w płaszczyźnie tego koła, otrzymamy obraz punktu A stosunkowo mało zabarwiony.

W cienkiej soczewce dwuwypukłej ze szkła lekkiego, dla którego $n_B = 1,512$, $n_H = 1,532$, promienie zaś krzywizny równe są $r_1 = -r_2 = 50$ cm, $\mathcal{F}_c = 48,83$ cm, $\mathcal{F}_f = 47$ cm, punkt przecięcia z osią promieni czerwonych, wychodzących z punktu odległego o 100 cm od soczewki, będzie leżał w odległości 93,47 cm od soczewki, punkt przecięcia promieni fioletowych w odległości 88,68 cm. Różnica wynosić będzie zatem 4,79 cm.



Rys. 108a

Średnica koła najmniejszej aberacji chromatycznej jest tym mniejsza, im przy danej średnicy prostopadłego do osi przekroju soczewki ogniskowa jest większa. Tym się, między innymi, tłumaczy używanie przed wynalezieniem układów achromatycznych (p. niżej) bardzo długich lunet, nieraz przeszło trzydziestometrowych.

Oznaczmy przez x_f i x_c odległości płaszczyzny koła KK od obrazów A_f' i A_c', przez O — średnicę prostopadłego do osi przekroju soczewki, przez g_f' i g_c' odległości odpowiednich obrazów od soczewki, której grubość przyjmujemy za dostatecznie małą, aby mogła być pominięta w rachunku, wreszcie przez D — średnicę koła KK. Mamy wtedy

$$\frac{O}{D}=\frac{g_f'}{x_f}=\frac{g_c'}{x_c}=\frac{g_f'+g_c'}{x_f+x_c}.$$

Ze wzoru (24) po podstawieniu na $\mathcal{F}$ kolejno $\mathcal{F}_f$ i $\mathcal{F}_c=\mathcal{F}_f+\Delta\mathcal{F}$ otrzymujemy

$$g_f'=\frac{g\mathcal{F}_f}{g-\mathcal{F}_f} \quad \text{i} \quad g_c'=\frac{g\mathcal{F}_c}{g-\mathcal{F}_c}=\frac{g(\mathcal{F}_f+\Delta\mathcal{F})}{g-(\mathcal{F}_f+\Delta\mathcal{F})},$$

skąd

$$g_f'+g_c'=\frac{2g\cdot\mathcal{F}_f(g-\mathcal{F}_f-\Delta\mathcal{F})+g^2\Delta\mathcal{F}}{(g-\mathcal{F}_f)[g-(\mathcal{F}_f+\Delta\mathcal{F})]}$$

oraz

$$x_f+x_c=g_c'-g_f'=\frac{g^2\cdot\Delta\mathcal{F}}{(g-\mathcal{F}_f)[g-(\mathcal{F}_f+\Delta\mathcal{F})]}.$$

Pomijając w mianowniku $\Delta\mathcal{F}$, jako małe w porównaniu z $\mathcal{F}_f$, znajdujemy

$$D=O\cdot\frac{x_f+x_c}{g_f'+g_c'}=O\cdot\frac{\Delta\mathcal{F}}{2\mathcal{F}_f}\cdot\frac{g}{g-\mathcal{F}_f}. \tag{29}$$

Gdy $g=\infty$,

$$D\infty=O\cdot\frac{\Delta\mathcal{F}}{2\mathcal{F}_f}. \tag{29a}$$

W rozpatrywanym wyżej przykładzie, gdy $O=10$ cm,

$$D=10\cdot\frac{1{,}83}{2\cdot 47}\cdot\frac{100}{53}\approx {}^1/_2\cdot 0{,}73\text{ cm}\approx 0{,}37\text{ cm}.$$

Po przesunięciu punktu świecącego do nieskończoności

$$D\infty=10\cdot\frac{1{,}83}{2\cdot 47}\approx {}^1/_2\cdot 0{,}39\text{ cm}\approx 0{,}19\text{ cm}.$$

Gdy mamy do czynienia z soczewkami cienkimi, aberację chromatyczną usuwamy, przynajmniej częściowo, w ten sam sposób, jak rozszczepienie w pryzmacie, a mianowicie przez sklejenie dwóch soczewek z odpowiednio dobranych rodzajów szkła. Zdolność zbierająca takiego układu wynosi, zgodnie ze wzorem (24a)

$$\Psi=\Psi_1+\Psi_2=(n'-1)R_1+(n''-1)R_2, \tag{a}$$

gdzie R_1 i R_2 oznaczają sumy krzywizn (suma odwrotności promieni krzywizny) poszczególnych soczewek.

Ze zmianą współczynnika załamania promienia, przechodzącego przez ten układ o Δn, zdolność zbierająca zmienia się o

$$\Delta\Psi=\Delta n'\cdot R_1+\Delta n''\cdot R_2. \tag{b}$$

Wyznaczając R_1 i R_2 z równań

$$\Psi_{1D} = \frac{1}{\mathcal{F}'_D} = (n'_D - 1) R_1 \quad \text{i} \quad \Psi_{2D} = \frac{1}{\mathcal{F}''_D} = (n''_D - 1) R_2, \tag{c}$$

gdzie n_D oznacza współczynnik załamania żółtej linii sodu, i podstawiając do równania (b), otrzymujemy

$$\Delta\Psi = \frac{1}{\mathcal{F}'_D} \cdot \frac{\Delta n'}{n'_D - 1} + \frac{1}{\mathcal{F}''_D} \cdot \frac{\Delta n''}{n''_D - 1}.$$

Warunek achromatyzmu układu dla dwóch rodzajów promieni, których współczynniki załamania różnią się o $\Delta n'$ i $\Delta n''$, sprowadza się do tego, aby zdolności zbierające układu były dla tych promieni jednakowe, a więc, aby

$$\Delta\Psi = \frac{1}{\mathcal{F}'_D} \cdot \frac{\Delta n'}{n'_D - 1} + \frac{1}{\mathcal{F}''_D} \cdot \frac{\Delta n''}{n''_D - 1} = 0. \tag{d}$$

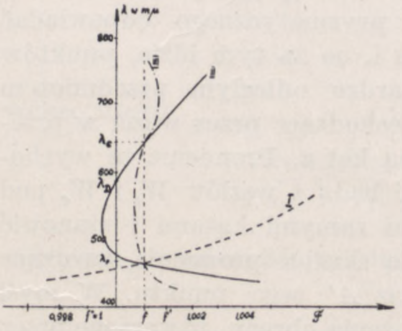
Ułamki $\frac{1}{\nu} = \frac{\Delta n}{n_D - 1}$ są z natury rzeczy dodatnie, wobec czego w układzie achromatycznym jedna z soczewek musi być zbierająca, druga rozpraszająca. Chcąc otrzymać układ zbierający należy tak dobrać soczewki, żeby

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 > 0 \tag{e}$$

a więc, żeby

$$\mathcal{F}'_D < |\mathcal{F}''_D|,$$

gdzie $\mathcal{F}'_D$ oznacza ogniskową soczewki zbierającej. Stąd zaś wynika, że ν' musi mieć wartość większą od ν''. W układzie zatem achromatycznym, złożonym z soczewek ze szkła lekkiego (koronowego) i ciężkiego (flint), soczewką zbierającą musi być soczewka ze szkła lekkiego.



Rys. 109

Związek między rodzajem światła i odległością ogniskową odtwarza w przypadku soczewki pojedynczej krzywa rys. 109.

Krzywa ta wyraża zależność między długością ogniskowej i długością fali użytego światła (p. rozdz. VII).

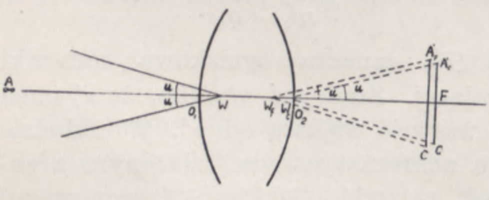
W układzie achromatycznym związek ten wyraża się krzywą II. Przy achromatyzmie doskonałym odległość ogniskowa miałaby tę samą wartość dla wszystkich rodzajów promieni, krzywa II przekształciłaby się

w prostą (kropkowaną na rysunku). Tak w rzeczywistości nigdy nie jest; użycie jednak do budowy układów achromatycznych tzw. nowych rodzajów szkła pozwala znacznie zmniejszyć różnice ogniskowych różnych barw i tym samym usunąć w znacznym stopniu widmo wtórne, o którym już wspominaliśmy przy omawianiu achromatycznego układu pryzmatów. Związek między rodzajem światła i odległością ogniskową wyraża w tym przypadku krzywa III, znacznie mniej, niż krzywa II, odchylająca się od linii prostej.

Układy, w których widmo wtórne jest prawie całkowicie zniesione i które poza tym czynią zadość warunkom, o jakich będzie mowa w ust. 7, noszą nazwę apochromatów.

Jeżeli jednak mamy do czynienia z soczewkami bardzo grubymi lub ze złożonymi układami optycznymi, w których odległości punktów głównych od wierzchołków są dość znaczne, wtedy zrównanie odległości ogniskowych nie wystarcza dla otrzymania achromatyzmu. Ze zmianą bowiem współczynnika załamania zmienia się również, jak wiemy, położenie płaszczyzn głównych, do i od których liczymy odległości ogniskowe, tym samym przeto odległościom nie będą odpowiadały te same położenia ognisk na osi.

Przypuśćmy, że mamy układ, w którym ogniska wszystkich rodzajów promieni leżą w tej samej odległości od skrajnych powierzchni łamiących. Wtedy każdej barwie widma pryzmatycznego odpowiadać będzie inne położenie płaszczyzn głównych i, co za tym idzie, punktów węzłowych. Niech A (rys. 110) będzie bardzo odległym przedmiotem świecącym, którego skrajne promienie, przechodzące przez węzeł w przestrzeni przedmiotu, tworzą z osią optyczną kąt u. Promienie te wychodzić będą z węzłów W_f i W_c pod tymi samymi kątami i stanowić będą skrajne promienie, tworzące obraz A' tego punktu. W myśl założenia obrazy, utworzone przez promienie poszczególnych barw powstają w tej samej odległości od wierzchołka O_2 układu (na rysunku obrazy A'_f i A'_c są dla wyrazistości rozsunięte), ponieważ jednak węzły W_f i W_c nie leżą w tym samym punkcie, wielkości obrazów nie będą jednakowe; różnica wielkości będzie tym większa, im większy będzie kąt u, a więc im większy będzie przedmiot.



Rys. 110

Nie można wyrównać jednocześnie odległości ognisk od wierzchołków i od płaszczyzn głównych, wobec czego musimy się ograniczyć do usunięcia jednej tylko z tych nierówności. Gdy chodzi o obrazy przedmiotów o dużych stosunkowo rozmiarach i o tzw. subiektywną obser-

wację, to znaczy, gdy obrazu nie rzucamy na ekran lub na kliszę fotograficzną, lecz bezpośrednio na siatkówkę oka, należy wybrać raczej wyrównanie odległości ogniskowych od płaszczyzn głównych. Wtedy bowiem, czego tu dowodzić nie będziemy, obrazy, utworzone przez promienie różnych barw, widzimy pod tym samym kątem, wobec czego nakrywają się one wzajemnie i przestają być zabarwione.

Temu warunkowi odpowiadają układy dwóch cienkich soczewek zbierających, z jednakowego materiału, umieszczonych w odpowiedniej odległości d jedna od drugiej. Oznaczmy zdolności zbierające soczewek przez Ψ_1 i Ψ_2; zdolność zbierająca układu będzie zgodnie ze wzorem (27)

$$\Psi=\Psi_1+\Psi_2-d\cdot\Psi_1\cdot\Psi_2.$$

Gdy współczynnik załamania zmienia się o Δn, zdolność zbierająca zmienia się o

$$\Delta\Psi=\Delta\Psi_1+\Delta\Psi_2-d(\Delta\Psi_1\cdot\Psi_2+\Psi_1\cdot\Delta\Psi_2).$$

Warunek achromatyczności dla promieni, których współczynnik załamania różni się o tę właśnie wielkość, wyraża się wzorem

$$\Delta\Psi_1+\Delta\Psi_2-d(\Delta\Psi_1\cdot\Psi_2+\Psi_1\cdot\Delta\Psi_2)=0. \qquad \text{(f)}$$

Z drugiej jednak strony mamy (wzór d)

$$\Delta\Psi=\frac{1}{\nu}\Psi,$$

wobec czego

$$\frac{\Psi_1}{\nu_1}+\frac{\Psi_2}{\nu_2}-d\left(\frac{\Psi_1\cdot\Psi_2}{\nu_1}+\frac{\Psi_1\cdot\Psi_2}{\nu_2}\right)=0.$$

Gdy, jak to założyliśmy, soczewki są z jednakowego materiału

$$\nu_1=\nu_2$$

i

$$\Psi_1+\Psi_2=2d\cdot\Psi_1\cdot\Psi_2,$$

skąd

$$d=\frac{\Psi_1+\Psi_2}{2\Psi_1\cdot\Psi_2}=\frac{\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2}{2}. \qquad (30)$$

W ten właśnie sposób zbudowane są okulary Huygensa i Ramsdena (łac. oculus — oko). W okularze Huygensa, składającym się z dwóch soczewek wypukło-płaskich, zwróconych ku źródłu światła wypukłością, stosunek ogniskowych i wzajemnej odległości d soczewek wynosi

$$\mathcal{F}_1:d:\mathcal{F}_2=3:2:1.$$

Odległość ogniska F układu od wierzchołka pierwszej soczewki równa jest, zgodnie ze wzorem (28a),

$$FO_1 = \frac{\mathcal{F}_1(\mathcal{F}_2 - d)}{\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 - d} = \frac{\frac{3}{2}d\left(\frac{1}{2}d - d\right)}{\frac{3}{2}d + \frac{1}{2}d - d} = -\frac{3}{4}d.$$

Ognisko to leży zatem między soczewkami układu, stąd nazwa okularu ujemnego. Z tego też powodu okular Huygensa nie może służyć jako lupa (p. rozdz. VI, ust. 2) do obserwacji przedmiotów rzeczywistych.

W okularze Ramsdena soczewki płasko-wypukłe zwrócone są do światła swą płaską stroną. Stosunek ogniskowych i wzajemnej odległości d soczewek równy jest mniej więcej

$$\mathcal{F}_1 : d : \mathcal{F}_2 = 1:1:1.$$

W praktyce bierze się d nieco mniejsze tak, aby $\mathcal{F}_2 - d$ było nieco większe od zera i aby w ten sposób ognisko F leżało nieco przed pierwszą soczewką, nie zaś na samej soczewce. Okular jest dodatni.

7. ABERACJA SFERYCZNA. WARUNKI OTRZYMANIA WYRAŹNYCH I GEOMETRYCZNIE PODOBNYCH OBRAZÓW

Wszystkie udowodnione w ustępach poprzednich twierdzenia obowiązują, jak na to niejednokrotnie zwracaliśmy uwagę, jedynie w przypadku spełnienia warunków stygmatyzmu, a więc, gdy promienie padające stanowią wiązkę osiową, lub też wiązkę środkową, wychodzącą z punktu, leżącego bardzo blisko osi, albo wreszcie, gdy punkt świecący jest jednym z punktów anaberacyjnych (p. ust. 2).

We wszystkich innych przypadkach zarówno pojedyncze powierzchnie kuliste, jak i soczewki są powierzchniami astygmatycznymi.

Z trójkątów APC i $A'PC$ (rys. 81, str. 95) otrzymaliśmy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\varphi} = \frac{AC}{AP} \quad \text{i} \quad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\varphi} = \frac{A'C}{A'P},$$

skąd po uwzględnieniu, że

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

mamy

$$\frac{AC}{A'C} = \frac{AP}{A'P} \cdot \frac{n_2}{n_1}. \qquad \text{(a)}$$

Podstawiając

$$AP = \sqrt{AC^2 + r^2 - 2AC \cdot r \cos\varphi}$$

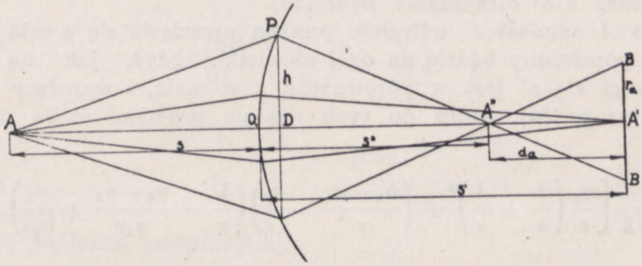
i

$$A'P = \sqrt{A'C^2 + r^2 + 2A'C \cdot r \cos\varphi}, \qquad \text{(b)}$$

znajdujemy

$$A'C = \frac{n_1}{n_2} AC \frac{\sqrt{A'C^2 + r^2 + 2A'C \cdot r \cdot \cos\varphi}}{\sqrt{AC^2 + r^2 - 2AC \cdot r \cdot \cos\varphi}}.$$

Ze wzrastaniem więc kąta φ odległość $A'C$ maleje (przy r dodatnim) a więc promienie brzeżne skupiają się po załamaniu na powierzchni kulistej, zwróconej do światła wypukłością, bliżej wierzchołka powierzchni, niż promienie osiowe rys. 111. Umieśćmy w punkcie A' przecięcia się



Rys. 111

promieni osiowych ekran, promienie brzeżne, przecinające się w punkcie A'', przetną ten ekran wzdłuż obwodu koła BB o promieniu r_a, będącym miarą poprzecznej aberacji sferycznej. Odległość $A''A' = d_a$ wyznacza podłużną aberację sferyczną.

Z trójkątów APD i PDA'' mamy

$$AP = \sqrt{(s + O_1D)^2 + h^2} = \sqrt{\left(s + \frac{h^2}{2r}\right) + h^2}$$

i

$$A''P = \sqrt{(s'' - O_1D)^2 + h^2} = \sqrt{\left(s'' - \frac{h^2}{2r}\right) + h^2},$$

gdzie s i s'' oznaczają odległości do wierzchołka O_1 punktów A i A''; odrzucając wyższe potęgi $\frac{h^2}{r}$ otrzymujemy

$$AP = s\left[1 + \frac{h^2}{2s}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)\right] \quad \text{i} \quad A''P = s''\left[1 + \frac{h^2}{2s''}\left(\frac{1}{s''} - \frac{1}{r}\right)\right].$$

Po podstawieniu do wzoru (a) znajdziemy

$$\frac{n_1(s + r)}{s\left[1 + \frac{h^2}{2s}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)\right]} = \frac{n_2(s'' - r)}{s''\left[1 + \frac{h^2}{2s''}\left(\frac{1}{s''} - \frac{1}{r}\right)\right]};$$

podzielmy przez r i wykonajmy dzielenie

$$n_1\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)\left[1-\frac{h^2}{2s}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{s}\right)\right]=n_2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s''}\right)\left[1-\frac{h^2}{2s''}\left(\frac{1}{s''}-\frac{1}{r}\right)\right],$$

skąd

$$\frac{n_1}{s}+\frac{n_2}{s''}=\frac{n_2-n_1}{r}+\frac{n_1}{s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\cdot\frac{h^2}{2}+\frac{n_2}{s''}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s''}\right)^2\frac{h^2}{2}$$

lub kładąc

$$A=\frac{n_1}{2s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2+\frac{n_2}{2s''}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s''}\right)^2,$$

$$\frac{n_1}{s}+\frac{n_2}{s''}=\frac{n_2-n_1}{r}+Ah^2 \qquad \text{(c)}$$

odrzucając wyrazy z h^2 otrzymamy wzór (5a).
Podstawmy do A zamiast s'' odległość punktu przecięcia się z osią promieni osiowych s'; błąd popełniony będzie na ogół niewielki, gdyż, jak się przekonamy, różnica odległości $s'-s''$ jest w porównaniu z s' mała, i wyraźmy s' w funkcji s na podstawie wzoru (5a), który do tych właśnie promieni ściśle się stosuje. Będziemy mieli

$$A=\frac{1}{2}\left[\frac{n_1}{s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2+\left(\frac{n_2-n_1}{r}-\frac{n_1}{s}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{n_2-n_1}{n_2r}+\frac{n_1}{n_2s}\right)^2\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\left[\frac{n_1(n_2^2-n_1^2)}{n_2^2s}+\frac{n_1^2}{n_2^2}\cdot\frac{n_2-n_1}{r}\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\frac{(n_2-n_1)\,n_1}{n_2^2}\left(\frac{n_1+n_2}{s}+\frac{n_1}{r}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2(n_2-n_1)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{n_1s}\right). \qquad \text{(d)}$$

Z drugiej strony

$$\frac{n_2-n_1}{r}-\frac{n_1}{s}=\frac{n_2}{s}.$$

Mamy przeto

$$\frac{n_2}{s''}=\frac{n_2}{s'}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2(n_2-n_1)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{n_1s}\right)\cdot h^2;$$

wyprowadzając za nawias $\frac{n_2}{s'}$ i skracając przez n_2

$$\frac{1}{s''}=\frac{1}{s'}\left[1+\frac{1}{2}(n_2-n_1)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\frac{\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{n_1s}\right)}{\frac{n_2}{s'}}\right]\cdot h^2;$$

otrzymujemy po podstawieniu w nawiasie wartości s'

$$\frac{1}{s''}=\frac{1}{s'}\left[1+\frac{1}{2}\,\frac{(n_2-n_1)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{s}\right)}{\frac{n_2-n_1}{r}-\frac{n_1}{s}}\right]\cdot h^2=$$

$$=\frac{1}{s'}\left[1+\frac{1}{2}\,\frac{\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{s}\right)}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\left(\frac{n_2-n_1}{n_1 r}-\frac{1}{s}\right)}\right]\cdot h^2. \tag{e}$$

Kładąc

$$B=\frac{\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{1}{r}+\frac{n_1+n_2}{n_1 s}\right)}{2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\left(\frac{n_2-n_1}{n_1 r}-\frac{1}{s}\right)},$$

napiszemy

$$\frac{1}{s''}=\frac{1}{s'}(1+Bh^2), \tag{f}$$

gdzie B jest funkcją s.
Stąd na aberację podłużną otrzymujemy

$$d_a=s'-s''=s''\cdot B\cdot h^2. \tag{g}$$

Przy załamaniu więc na wklęsłej powierzchni łamiącej aberacja ta jest ujemna.

Z podobnych trójkątów $A'A''B$ i PDA'' znajdujemy

$$\frac{A'A''}{A'B}=\frac{A''D}{PD}=\frac{s''}{h},$$

stąd

$$A'B=r_a=\frac{h}{s''}\cdot d_a,$$

wobec czego

$$r_a=B\cdot h^3. \tag{h}$$

Gdy promienie padają na powierzchnię łamiącą równolegle do osi, B staje się równe

$$B\infty=\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\cdot\frac{1}{2r^2}, \tag{i}$$

r_a zaś i d_a

$$r_{a\infty}=\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\cdot\frac{h^3}{2r^2}, \tag{j}$$

$$d_{a\infty}=\frac{n_1^2\,h^2}{n_2(n_2-n_1)\cdot 2r}. \tag{k}$$

Są to tzw. **aberacje główne**.

W soczewce otrzymujemy w tym przypadku wzory, które podamy bez wyprowadzenia

$$B\infty=\frac{n^2}{2}\left\{\frac{1}{r_1^2}\left[1-\frac{2(n^2-1)}{n^3}\right]+\frac{1}{r_1r_2}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n}-2\right)+\frac{1}{r_2^2}\right\} \qquad (1)$$

$$d_{a\infty}=\mathcal{F}\cdot B\cdot h^2,$$

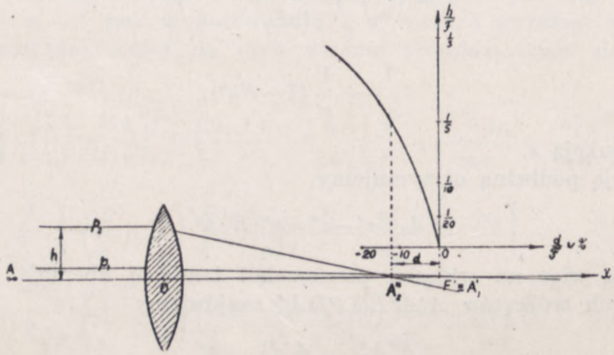
$$r_{a\infty}=Bh^3.$$

W soczewce ze szkła lekkiego o średnicy przekroju, prostopadłego do osi, równej 10 cm ($h=5$ cm) i równych promieniach krzywizny $r_1=(r_2)=50$ cm mamy

$$B\infty=0{,}000\,7;\ d_a\infty=47.0{,}0007.25\approx 0{,}8 \text{ cm};\ r_a\infty\approx 0{,}09 \text{ cm}.$$

Stąd wynika, że aberacja poprzeczna wywiera mniejszy wpływ na ostrość obrazów, niż aberacja chromatyczna, której koło ma w tej samej soczewce promień 0,2 cm (p. str. 129).

Często jest wygodnie dać graficzną charakterystykę aberacji danej soczewki (rys. 112). Odkładajmy na osi odciętych odległości d_h punktów przecięcia się z osią



Rys. 112

promieni p_2, biegnących przed załamaniem w odległości h od osi x, od ogniska F promieni osiowych p_1, biorąc za jednostkę długości ogniskową $\mathcal{F}$ (na rysunku $\frac{d}{\mathcal{F}}$ podane jest w %); na osi zaś rzędnych — odpowiednie odległości $\frac{h}{\mathcal{F}}$. Krzywa w ten sposób otrzymana daje całkowity obraz podłużnej aberacji sferycznej. W soczewkach wartość aberacji sferycznej zależy od krzywizny powierzchni, zwróconej do światła. Im krzywizna ta jest w stosunku do krzywizny drugiej powierzchni większa (promień krzywizny mniejszy), tym aberacja sferyczna jest mniejsza.

Tak np. w soczewce płasko-wypukłej mamy kładąc $r_1=\infty$ (soczewka zwrócona płaską stroną do światła), $r_2=-r$

$$B'_\infty=\frac{n^2}{2r^2};$$

kładąc zaś $r_1=r, r_2=\infty$ (soczewka zwrócona do światła powierzchnią wypukłą),

$$B''_\infty=\frac{n^2}{2r^2}\left[1-\frac{2(n^2-1)}{n^3}\right],$$

skąd

$$\frac{B''_\infty}{B'_\infty} = 1 - \frac{2(n^2-1)}{n^3} < 1.$$

Dla $n = 1{,}5$ otrzymujemy

$$\frac{B''_\infty}{B'_\infty} \approx 0{,}26.$$

W soczewce dwuwypukłej minimum aberacji sferycznej otrzymamy, dobierając odpowiednio promienie krzywizny powierzchni łamiących. Wyrugujmy ze wzoru (l) r_2 przy pomocy równania

$$\frac{1}{\mathcal{F}} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{m}$$

skąd

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{\mathcal{F}(n-1)}.$$

Wzór na $B\infty$ przybierze wówczas postać

$$B_\infty = \frac{n^2}{2}\left\{\frac{1}{r_1^2}\left[1 - \frac{2(n^2-1)}{n^3}\right] + \frac{1}{r_1^2}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 2\right) - \frac{1}{r_1\mathcal{F}(n-1)}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 2\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_1\mathcal{F}(n-1)} + \frac{1}{\mathcal{F}^2(n-1)^2}\right\},$$

co po odpowiednich przeróbkach da

$$B_\infty = \frac{n^2}{2}\left[\frac{n+2}{n^3}\cdot\frac{1}{r_1^2} - \frac{2n+1}{n^2(n-1)\mathcal{F}}\cdot\frac{1}{r_1} + \frac{1}{(n+1)^2\mathcal{F}^2}\right].$$

Weźmy pochodną B_∞ względem r_1 i przyrównajmy ją do zera

$$-\frac{2(n+2)}{n^3}\cdot\frac{1}{r_1^3} + \frac{2n+1}{n^2(n-1)\mathcal{F}}\cdot\frac{1}{r_1^2} = 0.$$

Ponieważ r_1 nie może być równe ani zeru ani nieskończoności, możemy skrócić przez r_1^2, otrzymamy wtedy

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)(n-1)\cdot\mathcal{F}}.$$

Podstawiając wartość $\mathcal{F}$ ze wzoru (m), znajdujemy

$$\frac{r_1}{r_2} = -\frac{4+n-2n^2}{n(2n+1)}, \tag{n}$$

skąd dla $n = 1{,}5$

$$\frac{r_1}{r_2} = -\frac{1}{6}$$

(promień r_2 w soczewce dwuwypukłej jest ujemny).

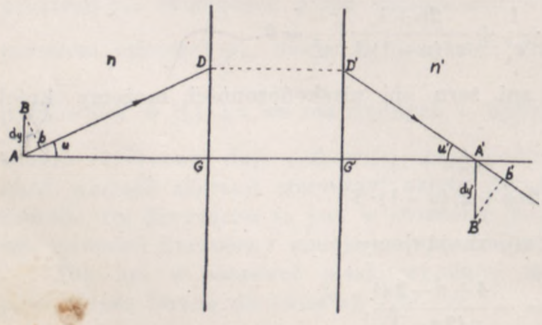
Promień krzywizny zwróconej do światła musi być zatem sześć razy mniejszy (krzywizna sześć razy większa) od promienia drugiej powierzchni.

Zastępując soczewkę pojedynczą układem dwóch tak dobranych soczewek, aby ich aberacje podłużne (dla przedmiotu znajdującego się w nieskończoności) miały tę samą wartość bezwzględną, znak zaś przeciwny, można aberację tę prawie całkowicie usunąć. Gdy chodzi o układ o małej ogniskowej (a więc znacznej na ogół krzywiźnie powierzchni łamiących), korzystniej jest używać układu z kilku soczewek, z których każda będzie mogła mieć znacznie mniejszą krzywiznę od soczewki pojedynczej o żądanej ogniskowej.

Zastąpienie powierzchni kulistej powierzchniami innego kształtu nie dałoby lepszych wyników. I wtedy bowiem warunek stygmatyzmu byłby spełniony tylko dla niektórych (na ogół nielicznych) położeń punktu świecącego (por. rozdz. I, ust. 4).

Aberacja ta wszakże może być usunięta (lub zmniejszona) tylko w przypadku, gdy źródłem światła jest punkt świecący, znajdujący się na osi w tym właśnie miejscu, dla którego układ jest „sferycznie poprawiony". Przy innych położeniach punktu aberacja sferyczna będzie istniała w dalszym ciągu; co więcej, będzie istniała również dla punktów nieskończenie małego elementu płaszczyzny prostopadłego do osi i przecinającego ją w punkcie, dla którego układ jest poprawiony. Chcąc otrzymać wyraźny i wierny obraz tego elementu, musimy użyć układu, który by spełniał, jak to stwierdził Abbe (1881 r.), jeszcze jeden warunek dodatkowy.

Niech A będzie punktem przecięcia osi przez dany element płaski, B — punktem tego elementu, nieskończenie bliskim osi, A', B' — obrazami tych punktów, AD i $A'D'$ — promieniami sprzężonymi (rys. 113). Opuśćmy z punktów B i B' prostopadłe Bb i $B'b'$ na promienie AD i $A'D'$. Możemy przyjąć, że spodki tych prostopadłych leżą na tej samej powierzchni falowej, co punkty B i B', rzuty bowiem prostych Bb i $B'b'$, prostopadłe, w myśl założenia, do powierzchni falowych, przechodzących przez punkty b i b', są równe zeru, a więc czynią zadość warunkowi, jaki powinny spełniać rzuty na promień nieskończenie małych elementów powierzchni falowych. W przypadku zatem, gdy spełnione są warunki stygmatyzmu dla punktu B, wzajemnie



Rys. 113

równe długości dróg optycznych, wiodących z B do B', są równe długościom dróg optycznych z b do b'. Mamy przeto

$$L=(BB')=(bb')=(AA')-nAb+n'A'b',$$

gdzie n i n' są współczynnikami załamania środowisk, z którymi się stykają skrajne powierzchnie łamiące. Stąd wynika, że

$$n'A'b'-nAB=\text{stałej}.$$

Oznaczmy AB przez dy, $A'B'$ przez dy', wtedy

$$Ab=dy\sin u \quad \text{i} \quad A'b'=dy'\sin u',$$

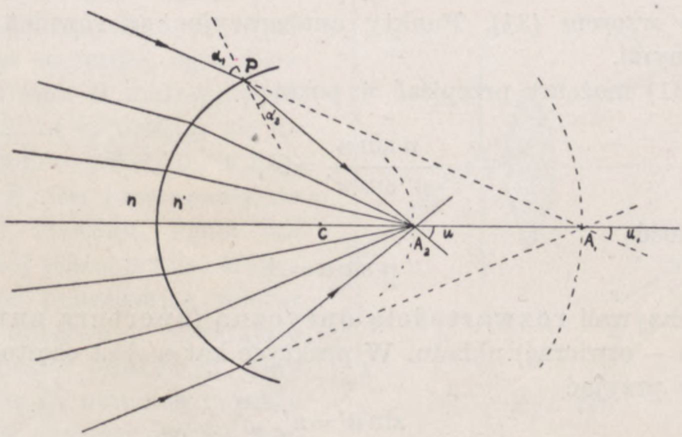
wobec czego

$$n'\cdot dy'\cdot\sin u'-n\cdot dy\cdot\sin u=\text{stałej}.$$

Stała ta musi być równa zeru, gdyż dla $u=0$, u' też jest równe zeru, otrzymujemy zatem

$$\frac{\sin u}{\sin u'}=\frac{n'}{n}\cdot\frac{dy'}{dy}=\frac{n'}{n}\cdot\mathcal{P}=\text{stałej}. \qquad (31)$$

Punkt A jest wtedy tzw. punktem a p l a n a t y c z n y m. Obraz elementu płaszczyzny, prostopadłej do osi w tym punkcie, jest również elementem płaszczyzny, prostopadłej do osi.



Rys. 114

Temu warunkowi czynią zadość wspomniane wyżej punkty anaberacyjne. Powiększenie poprzeczne w tych punktach wynosi (rys. 114)

$$\mathcal{P}=\frac{CA_2}{CA_1}=\frac{r_2}{r_1}=\left(\frac{n}{n'}\right)^2,$$

stosunek zaś sinusów kątów u i u' (obu, według umowy co do znaków, ujemnych) równy jest

$$\frac{\sin u}{\sin u'}=\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}=\frac{n}{n'},$$

gdyż

$$\frac{PC}{CA_2}=\frac{r}{\frac{n}{n'}r}=\frac{n'}{n}=\frac{\sin u'}{\sin \alpha_2}=\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

oraz

$$\frac{PC}{CA_1}=\frac{r}{\frac{n'}{n}\cdot r}=\frac{n}{n'}=\frac{\sin u}{\sin \alpha_1}=\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1},$$

skąd

$$u'=\alpha_1\ ;\ u=\alpha_2.$$

Mamy zatem

$$\frac{\sin u}{\sin u'}=\frac{\mathcal{P}}{\frac{n}{n'}}=\frac{n'}{n}\mathcal{P},$$

zgodnie ze wzorem (31). Punkty anaberacyjne są również punktami aplanatycznymi.

Wzór (31) możemy przepisać w postaci

$$\frac{n \sin u}{n' \sin u'}=\mathcal{P},$$

gdzie wielkość

$$n \sin u = A \tag{32}$$

będziemy nazywali rozwartością optyczną (aperturą numeryczną łac. aperire — otwierać) układu. W praktyce kąt u' jest często tak mały, że możemy przyjąć

$$\sin u' = u'.$$

Wtedy poprzeczne powiększenie liniowe równe jest

$$\mathcal{P}=\frac{A}{n'u'}. \tag{33}$$

Jeżeli jednak punkt B leży nie na płaszczyźnie, prostopadłej do osi, lecz na samej osi, nieskończenie blisko punktu A, wtedy jednoczesne

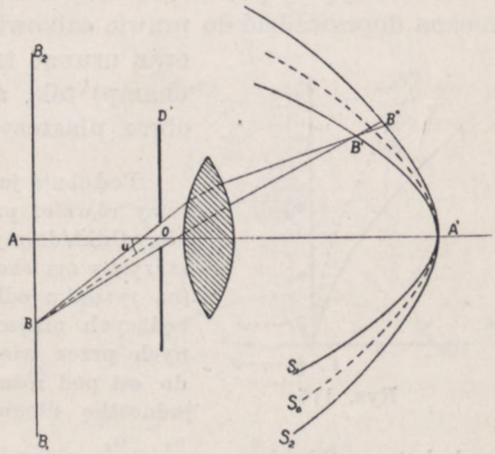
otrzymanie obrazów stygmatycznych obu punktów A i B, możliwe jest, jak to można udowodnić w ten sam sposób, co twierdzenie Abbego, tylko wtedy, gdy

$$\frac{\sin\frac{u}{2}}{\sin\frac{u'}{2}} = \mathcal{P} \cdot \frac{n'}{n} \tag{34}$$

(Czapski, 1888).

Równania (32 i (34) nie mogą być spełnione jednocześnie, wobec czego, ściśle mówiąc, nigdy nie jest możliwe całkowicie wyraźne odtworzenie elementu objętości.

Ograniczenie wiązki promieni, padających na układ, przez odpowiednio umieszczoną przesłonę (diafragmę) na ogół usuwa lub co najmniej zmniejsza aberację, gdyż wiązka ta tworzy niewielki kąt z osią; wtedy bowiem zbliżamy się do warunków, omawianych w ustępach poprzednich; okazuje się jednak niewystarczającym, gdy wiązka tworzy z osią znaczny kąt u, a więc, gdy wychodzi z punktu, leżącego daleko od osi układu. Niech punktem tym będzie punkt B płaszczyzny świecącej B_1B_2 (rys. 115). Punktowi temu odpowiada na ogół pewna powierzchnia kaustyczna (p. ust. 2, str. 52). W przypadku jednak, przez nas rozpatrywanym, gdy wiązka promieni, wychodzących z B i padających na soczewkę, ograniczona jest otworem O diafragmy D, powierzchnia ta sprowadza się do dwóch odcinków prostych, z których jeden B' jest prostopadły do płaszczyzny rysunku, drugi zaś B'' leży w tej płaszczyźnie. Można to sprawdzić przesuwając wzdłuż osi ekran i obserwując powstające na nim obrazy punktu B. Gdy ekran jest w C, obrazem punktu B jest mały odcinek prostej, stycznej do koła CB', gdy ekran jest w C', obrazem jest mały odcinek prostej skierowanej wzdłuż $C'B''$ (rys. 115a).

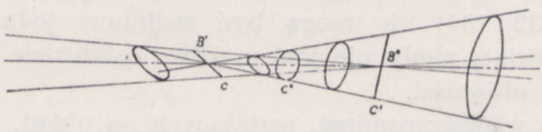


Rys. 115

Odcinek w B' jest ogniskową styczną wiązki promieni, w B''— ogniskową radialną (p rozdz. III, ust. 2).

I wreszcie umieszczając ekran w C'', gdzie wiązka ma przekrój najmniejszy, otrzymujemy najwyraźniejszy stosunkowo obraz punktu B

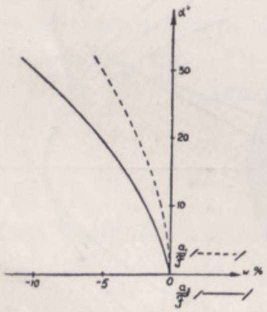
w postaci koła. Koło to nazwał *T.* Young (1800 r.) kołem najmniejszego rozproszenia (circle of least confusion). Zjawisko to, nazywane zazwyczaj astygmatyzmem czystym, zachodzi identycznie dla wszystkich punktów płaszczyzny B_1B_2 (p. rys. 115). Z płaszczyzną tą są zatem sprzężone dwie powierzchnie, które otrzymujemy przez obrót krzywych S_1 i S_2 dookoła osi AA'. Powierzchnie te stykają się ze sobą w punkcie A', sprzężonym z punktem A płaszczyzny, leżącym na osi układu. Powierzchnię S_0 można w tym przypadku uważać za obraz płaszczyzny B_1B_2.



Rys. 115a

Gdy zwiększamy otwór O diafragmy, astygmatyzm czysty znika; zamiast odcinków prostej otrzymujemy skończone części kaustyki. Zależnie od położenia punktu B względem otworu, na ekranie powstają figury, podobne do owali, komet lub przecinków; mamy wtedy do czynienia z tzw. komą (łac. coma — włos, liście drzew).

Dobierając odpowiednio krzywizny poszczególnych soczewek układu, można doprowadzić do prawie całkowitego zetknięcia powierzchni S_1 i S_2, oraz usunąć tzw. wygięcie pola (courbure du champ) tak, aby otrzymać mniej więcej płaski obraz płaszczyzny B_1B_2.



Rys. 116

Podobnie jak w przypadku aberacji sferycznej, możemy również przebieg tego zjawiska odtworzyć graficznie. Odkładajmy na osi odciętych odległości od płaszczyzny ogniskowej (rys. 116) punktów krzywych S_1 i S_2 (na rysunku odległości te są oznaczone przez a_1 i a_2), będących miejscem geometrycznym odcinków, utworzonych przez wiązki promieni równoległych, nachylonych do osi pod różnymi kątami α, biorąc i tym razem za jednostkę długości ogniskową $\mathcal{F}$, — na osi zaś rzędnych kąty α. Gdy krzywe $\frac{a_1}{\mathcal{F}}$ i $\frac{a_2}{\mathcal{F}}$ zbiegają się ze sobą, astygmatyzmu nie ma; gdy w dodatku zbiegają się z osią rzędnych, obraz płaszczyzny jest płaszczyzną. Układy achromatyczne czyniąc zadość temu warunkowi, noszą nazwę anastygmatów.

Obraz ten jednak i w tym ostatnim przypadku może jeszcze podlegać tzw. skręceniu (dystorsji), wskutek czego nie jest geometrycznie podobny do przedmiotu. Przypuśćmy, że przedmiotem tym jest świecąca płaszczyzna (rys. 117), na której nakreśliliśmy szereg kół współ-

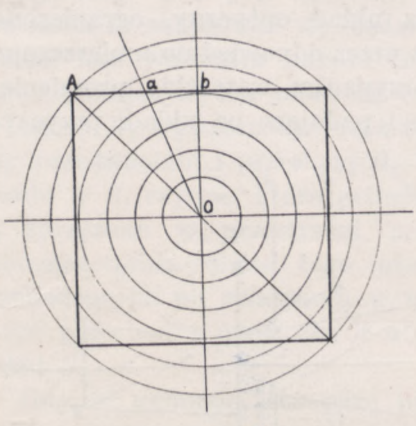
środkowych o promieniach wzrastających w postępie arytmetycznym. Wpiszmy do największego z tych kół kwadrat i nakreślmy proste OA, Oa i ob, przechodzące przez środek kół i tworzące z poziomą średnicą dowolne kąty $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$. Każdemu z tych punktów A, a, b będzie odpowiadał obraz, leżący odpowiednio na prostych $O'A'$, $O'a'$ i $O'b'$, tworzących, jak to bezpośrednio wynika z warunków symetrii, te sąme kąty ze średnicą poziomą, co OA, Oa i Ob. Długości jednak odcinków $O'A'$, $O'a'$, $O'b'$ nie będą na ogół równe długości odcinków OA, Oa, Ob; tak że będziemy mieli

$$r' = f(r)$$

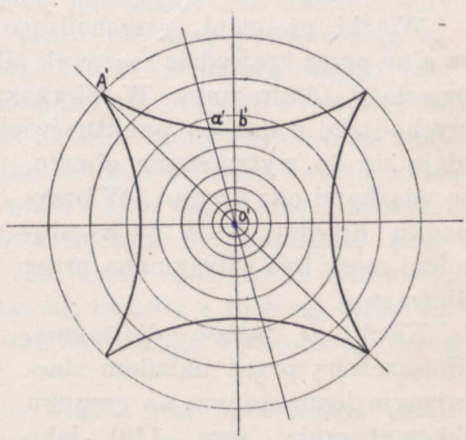
lub rozwijając tę funkcję i poprzestając na pierwszych dwóch wyrazach szeregu

$$r' = mr \pm pr^2. \qquad \text{(o)}$$

W przypadku, gdy r' w miarę wzrastania r będzie coraz to szybciej wzrastało (znak + we wzorze (o)), odległości między kołami, na przedmiocie równe, będą w miarę wzrastania promienia wzrastały, punkty



Rys. 117

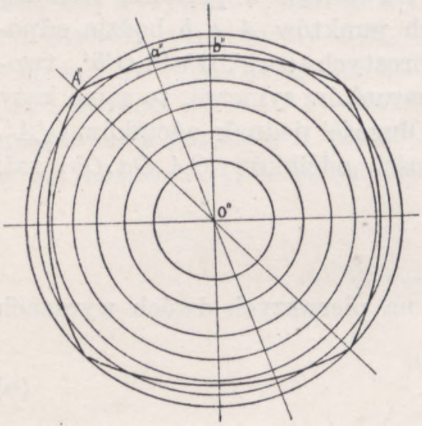


Rys. 118

A, a, b, leżące w przedmiocie na prostej, równoległej do średnicy poziomej, będą w obrazie leżały na krzywej, zwróconej wypukłością ku środkowi O' (skręcenie poduszkowate — en coussinet) tak, jak na rys. 118).

Gdy zaś r' w miarę wzrastania r będzie wzrastało coraz to wolniej (znak — we wzorze (o)), obrazy kół będą stawały się coraz bardziej sku-

pione; punkty A'', a'', b'' będą leżały na krzywej, zwróconej wklęsłością do środka, jak na rys. 118a (skręcenie beczkowate — en barillet).



Rys. 118a

Jedynie wtedy, gdy p jest równe zeru, obraz będzie geometrycznie podobny do przedmiotu. Aby tak było, dla wszystkich punktów przedmiotu stosunek $\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'}$ musi mieć tę samą wartość

$$\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'} = \text{stałej} \tag{35}$$

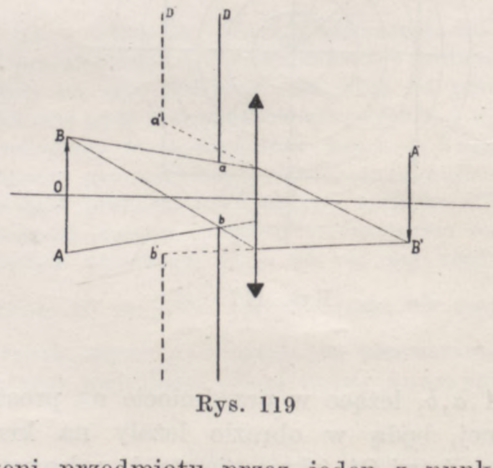
(wzór Airy'ego).

Układ, czyniący zadość temu warunkowi, jest układem ortoskopowym (p. rozdz. III, ust. 1).

8. PRZESŁONY (DIAFRAGMY)

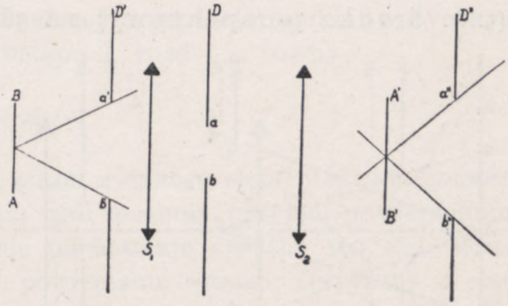
Wiązki promieni, przechodzące przez układ optyczny, ograniczone są albo przez krawędzie soczewek albo też przez odpowiednio umieszczone przesłony (diafragmy). W pierwszym przypadku wszystkie promienie, wychodzące z danego punktu świecącego i padające na układ, przyczyniają się do wytwarzania obrazu, są wiązkami czynnymi. W przypadku drugim część tych promieni może być zatrzymana przez diafragmę.

Niech D będzie diafragmą, umieszczoną przed układem zbierającym (oznaczonym na rysunku schematycznie, (rys. 119) jako cienka soczewka zbierająca), D' — jej obrazem (w danym przypadku urojonym), wytworzonym przez układ. Załóżmy, że układ jest stygmatyczny; każdy z promieni, przechodzących w przestrzeni przedmiotu przez jeden z punktów otworu ab diafragmy (np. przez punkt a), będzie po załamaniu przechodził w przestrzeni obrazu przez punkt sprzężony z tym punktem (np. przez punkt a'). Obraz $B'A'$ będzie więc utworzony jedynie przez



Rys. 119

te promienie, które po załamaniu przechodzą przez punkty obrazu $a'b'$ otworu ab, tak że wiązka promieni wychodzących z układu będzie ograniczona przez otwór diafragmy D' — obraz otworu rzeczywistego diafragmy D. Wiązki czynne promieni, wychodzących z punktów przedmiotu świecącego AB, mają za swą podstawę otwór ab przesłony D; odwrotnie, wiązka promieni schodząca się w każdym z punktów przesłony ma za podstawę przedmiot świecący AB. Możemy więc zespół tych promieni czynnych rozpatrywać albo jako wiązki, wychodzące z punktów świecącego ciała i mające za podstawę otwór przesłony, albo też, jako wiązki, wychodzące z punktów przesłony i mające za podstawę przedmiot świecący.



Rys. 120

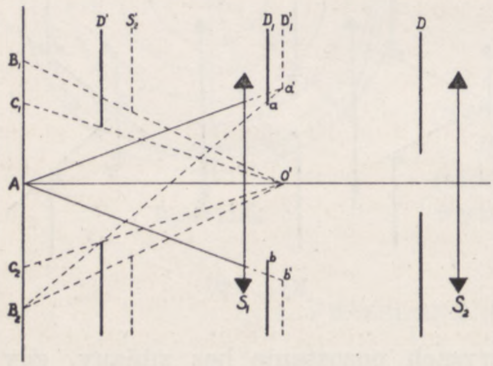
Podobnie możemy rozpatrywać wiązki, schodzące się w obrazie $A'B'$ i przechodzące przez obraz D' przesłony D.

Zjawisko w swych ogólnych zarysach pozostanie bez zmiany, gdy przesłona D znajdować się będzie nie przed pierwszą powierzchnią łamiącą, lecz wewnątrz układu (rys. 120). Wtedy podstawą wiązki promieni padających na pierwszą część układu jest obraz $a'b'$ otworu ab przesłony D, wytworzony przez tę część układu, która znajduje się między przedmiotem i przesłoną D. Te tylko bowiem promienie są po załamaniu w S_1 czynne, które przechodzą przez otwór ab, a więc z którymi są sprzężone w przestrzeni przedmiotu układu S_1 promienie, przechodzące przez obraz tego otworu. To samo dotyczy i promieni, wychodzących po załamaniu w układzie S_2; czynne z nich są tylko te, które przechodzą przez otwór $a''b''$, obraz otworu ab, wytworzony przez układ S_2.

Gdy w układzie jest parę przesłon, wiązka jest ograniczona przez otwór tej przesłony, której obraz w przestrzeni przedmiotu układu widać z osiowego punktu przedmiotu świecącego pod kątem najmniejszym. Otwór ten nosi nazwę źrenicy pierwszej lub wejściowej. Obraz jej w przestrzeni obrazu jest źrenicą drugą lub wyjściową.

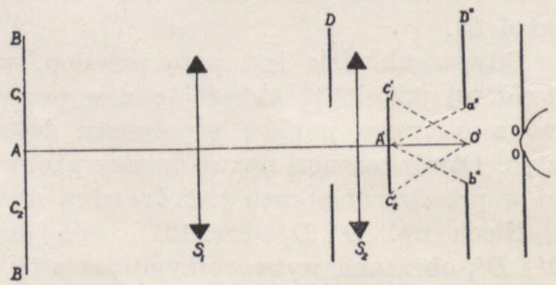
Niech np. D i D_1 (rys. 121) będą diafragmami badanego układu, D' i D'_1 obrazami wytworzonymi przez tę część układu, która leży między diafragmami i przedmiotem świecącym, S'_2 obrazem układu S_2, wytworzonym przez też samą część układu S_1. Źrenicą pierwszą jest wtedy otwór obrazu D'_1. Kąt $a'Ab'$ jest kątem rozwartości układu. Im ten kąt jest większy, tym więcej światła, wysyłanego przez dany punkt A

przechodzi przez układ. Gdyby nie było diafragmy D i układu S_2, przez cały układ przeszłyby promienie ze wszystkich punktów przedmiotu rozciągłego BAB. Strumień światła przechodzący przez układ z danego punktu byłby oczywiście, tym mniejszy, im bardziej dany punkt byłby oddalony od osi. Obrazy jednak przesłony D' i układu S_2' część tych promieni zatrzymują, tak że promienie, wychodzące np. z punktu B_1 wcale przez układ nie przechodzą; otrzymujemy wtedy obraz tylko części przedmiotu. Rzutujmy z osiowego punktu O' źrenicy pierwszej (tzw. środka perspektywy) na płaszczyznę, w której się znajduje przedmiot, obrazy D_1' i S_2'. Ta przesłona, której rzut widziany jest z punktu A pod kątem najmniejszym, wyznacza pole widzenia układu, kąt zaś, pod jakim rzut ten widziany jest z punktu O' — kąt $C_2O'C_1$, jest kątem widzenia układu. Strumienie światła, wysyłane przez punkty układu, tym mniej wypełniają źrenicę pierwszą, im dalej od osi leży dany punkt. Tak np. promienie z punktów C_1 wypełniają jedynie połowę źrenicy wejściowej (punkt C_1 — górną, punkt C_2 — dolną). Wobec tego oświetlenie obrazu maleje ku brzegom. Brak ten można jednak usunąć umieszczając tak przesłonę, ograniczającą pole widzenia (przesłona lub diafragma pola), aby obraz jej leżał w płaszczyźnie przedmiotu BB.



Rys. 121

Podobnie przebiegają zjawiska w przestrzeni obrazu. Otwór $a''b''$ diafragmy D'' (rys. 122) jest źrenicą drugą, kąt $a''A'b''$ jest kątem rzutu, kąt zaś $C_1'O'C_2'$ jest kątem obrazu. Należy jednak zaznaczyć, że podczas gdy z punktów przedmiotu świecącego promienie wychodzą na ogół we wszystkich kierunkach, promienie, wychodzące (po przecięciu się) z punktów obrazu, zawarte są w stożku, mającym wierzchołek w danym punkcie, podstawę zaś w źrenicy drugiej (np. stożek $a''A'b''$). Poza obręb tego stożka żadne promienie nie są wysyłane.



Rys. 122

Przy obserwacji subiektywnej źrenica oka *oo* odgrywa rolę dodatkowej przesłony. Tylko wtedy nie zmniejsza ona kąta obrazu, gdy znajduje się w płaszczyznie źrenicy wyjściowej, dlatego też punkt O' nosi nazwę punktu ocznego, otwór zaś $a''b''$ — koła ocznego.

9. OŚWIETLENIE I JASNOŚĆ OBRAZÓW

Strumień światła, wychodzący z elementu ds powierzchni świecącej, prostopadłego do osi układu, i przechodzący przez badany układ optyczny, jest, zgodnie ze wzorami (1) i (2) ustępu 2, rozdz. 1, równy

$$d^2\Phi = e \cdot ds \cdot \omega$$

gdzie ω jest kątem bryłowym, pod jakim z danego elementu widać otwór źrenicy wejściowej. Jeżeli, jak to na ogół możemy przyjąć, powierzchnie łamiące układu nie odbijają ani nie pochłaniają światła, ten sam strumień przechodzi przez element ds' powierzchni obrazu, sprzężony z elementem ds. Strumień ten wypełnia stożek, utworzony przez promienie, wychodzące z danego elementu i przechodzące przez źrenicę wyjściową. Strumień zatem, jakim obraz ds' oświetla źrenicę drugą, równy jest

$$d^2\Phi' = d^2\Phi = e' \cdot ds' \cdot \omega',$$

gdzie e' jest blaskiem obrazu, ω' — kątem bryłowym, objętym przez stożek promieni wychodzących.

W danym jednak przypadku — promieni osiowych — kąty bryłowe są proporcjonalne do kwadratów kątów ψ i ψ', wyrażających rozbieżność wiązki, stosunek zaś pola przedmiotu ds i pola obrazu ds', równy stosunkowi kwadratów poprzecznych powiększeń liniowych, z ψ i ψ' związany jest wzorem Lagrange'a (p. wzór 12c), wobec czego

$$\frac{ds}{ds'} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2.$$

Z równości zatem

$$e \cdot ds \cdot \omega = e' \cdot ds' \cdot \omega'$$

otrzymujemy

$$e' = e\,\frac{ds}{ds'}\,\frac{\omega}{\omega'} = e\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2 \cdot \left(\frac{\psi}{\psi'}\right)^2 = e\left(\frac{n'}{n}\right)^2. \tag{36}$$

Przy wyprowadzaniu tego wzoru zakładaliśmy, że rozbieżności wiązek są niewielkie i że promienie, przechodzące przez układ są promieniami osiowymi. Gdy

mamy do czynienia z układem stygmatycznym dla rozwartych wiązek promieni, układ musi spełniać, jak wiemy, warunek, aby

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{n'}{n} \mathcal{P}$$

(p. wzór 31).

W tym przypadku wartość strumienia światła, przechodzącego przez układ, otrzymamy ze wzoru (a) ust. 2 rozdz. I, podstawiając $d\omega = 2\pi \sin \alpha_w \cdot d\alpha_w$ i kładąc na granice całkowania $\alpha_w = 0, \alpha_w = u$,

$$d^2\Phi = e \cdot \pi \cdot ds \cdot \sin^2 u;$$

analogicznie, strumień światła, wysyłany przez element ds' obrazu

$$d^2\Phi' = d^2\Phi = e' \cdot \pi \cdot ds' \sin^2 u',$$

skąd

$$e' = e \frac{ds}{ds'} \cdot \frac{\sin^2 u}{\sin^2 u'} = e \cdot \frac{1}{\mathcal{P}^2} \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \cdot \mathcal{P}^2 = e \left(\frac{n'}{n}\right)^2,$$

zgodnie ze wzorem (36).

Blask więc obrazu nie zależy ani od rozwartości układu ani też od odległości przedmiotu, lecz jest wyznaczony przez stosunek współczynników załamania skrajnych środowisk. W narzędziach optycznych n' jest na ogół równe jedności, n — większe od jedności lub też jej równe. Blask przeto obrazu jest co najwyżej równy blaskowi przedmiotu.

W praktyce często wyznacza się tzw. siłę świetlną układu lub innymi słowy oświetlenie obrazu. Strumień światła, przechodzący przez układ, jest (w układzie stygmatycznym) proporcjonalny do rozmiarów przedmiotu i do powierzchni S źrenicy wejściowej, odwrotnie zaś proporcjonalny do kwadratu odległości przedmiotu od tej źrenicy, możemy bowiem przyjąć (przy niewielkim nachyleniu promieni do osi), że kąt bryłowy, utworzony przez stożek promieni, wychodzących z dowolnego punktu przedmiotu świecącego jest prawie równy $\frac{S}{g^2}$, gdzie g odległość punktu od płaszczyzny głównej przestrzeni przedmiotu, jest jednakowa dla wszystkich punktów przedmiotu. Mamy zatem

$$\Phi = C' \cdot y^2 \frac{S}{g^2} = C \cdot y^2 \cdot \frac{D^2}{g^2},$$

gdzie D — średnica źrenicy pierwszej. Oświetlenie obrazu jest więc równe

$$\mathcal{E}' = \frac{\Phi}{y'^2} = C \frac{y^2}{y'^2} \cdot \frac{D^2}{g^2}$$

Ze wzoru (9b) rozdz. IV mamy

$$\frac{y}{y'} = \frac{x}{\mathcal{F}},$$

skąd

$$\mathcal{E}' = C \cdot \frac{x^2}{\mathcal{F}^2} \cdot \frac{D^2}{(x+\mathcal{F})^2} = C \cdot \frac{x^2}{(x+\mathcal{F})^2} \cdot \frac{D^2}{\mathcal{F}^2}, \qquad (37)$$

gdy $\mathcal{F}$ jest małe w porównaniu z x, oświetlenie wyraża się wzorem

$$\mathcal{E}' \approx C \cdot \left(\frac{D}{\mathcal{F}}\right)^2. \tag{37a}$$

Oświetlenie obrazu jest niezależne od odległości przedmiotu i wzrasta ze wzrostem stosunku $\frac{D}{\mathcal{F}}$ nazywanego często stosunkiem rozwartości. Układ więc ma tym większą siłę świetlną, im stosunek ten jest większy.

Gdy oko umieszczone jest w płaszczyźnie koła ocznego i pole koła jest większe od pola źrenicy lub co najmniej polu temu równe, strumień, wychodzący z danego elementu powierzchni obrazu, wypełnia całą źrenicę oka. Oświetlenie powierzchni siatkówki jest, zgodnie ze wzorem (6) rozdz. I, równe

$$\mathcal{E} = K \cdot e' \cdot O = K \cdot e \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \cdot O;$$

w przypadku więc, spotykanym najczęściej, $n = n' = 1$, oświetlenie to, a co za tym idzie i jasność obrazu są takie same, jak przedmiotu, oglądanego okiem nieuzbrojonym.

Jeżeli jednak pole koła ocznego jest mniejsze od źrenicy oka, oświetlenie siatkówki jest

$$\mathcal{E}_1 = K \cdot e' \cdot O_1,$$

gdzie

$$O_1 < O$$

jest polem oświetlonej części źrenicy; jasność obrazu jest więc mniejsza od jasności przedmiotu.

W wywodzie naszym przyjmowaliśmy, że wiązka promieni, wychodząca z danego elementu powierzchni świecącej, wypełnia całą źrenicę wejściową. Warunek ten nie jest spełniony, gdy przedmiot świecący jest bardzo rozciągły w porównaniu z jego odległością od układu (p. ustęp poprzedni); wtedy strumień światła, wychodzący ze sprzężonego elementu obrazu też nie wypełnia całkowicie koła ocznego; jasność tego elementu jest wtedy mniejsza od normalnej, obraz przeto przedmiotu o jasności równomiernej jest niejednakowo oświetlony.

Gdy przedmiotem jest punkt świecący, strumień światła, wchodzący poprzez układ do oka, jest na ogół tyle razy większy od strumienia, który by z tego samego punktu dochodził do oka nieuzbrojonego, ile razy pole źrenicy pierwszej jest większe od źrenicy oka; w tym też stosunku wzrasta oświetlenie siatkówki.

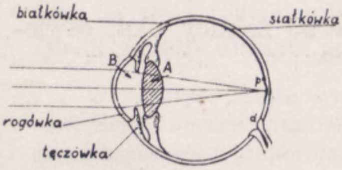
Jest to słuszne nawet wtedy, gdy układ nie jest całkowicie stygmatyczny, jeżeli tylko koło aberacji poprzecznej ma pole mniejsze od pola elementu siatkówki (p. rozdz. V).

Rozdział V

OKO

1. SCHEMAT BUDOWY OKA

Z pewnym, nieraz wystarczającym przybliżeniem, można uważać oko za osiowy układ kulistych powierzchni łamiących. Środowiska, oddzielone tymi powierzchniami i stanowiące tzw. gałkę oczną, (rys. 123, przedstawiający poziomy przekrój oka), objęte są białą, tęgą błoną — białkówką lub sklerotyką (sclerotica lub tunica albuginea); przednia jej część bardziej wypukła jest przezroczysta i stanowi rogówkę oka (cornea). Białkówka pokryta jest wewnątrz warstewką naczyniową (na rysunku oznaczona grubszą linią), zawierającą naczynia krwionośne; warstewka ta — naczyniówka (chorioidea) w pobliżu rogówki znacznie zwiększa swą grubość i przechodzi ostatecznie w tęczówkę (iris), niejednakowo zabarwioną u różnych ludzi i posiadającą w środku otwór — źrenicę oka (pupilla). Przed przejściem w tęczówkę naczyniówka rozdziela się na dwie części, zawierające układy mięśniowe: jeden z nich zmniejsza lub zwiększa źrenicę oka, drugi zaś podtrzymuje soczewkę oczną A i odkształca ją w razie potrzeby (p. ust. 3). Soczewka (lens cristallina) oddzielona od rogówki cieczą wodnistą B (humor aquaeus) jest ciałem dwuwypukłym, przezroczystym i bezbarwnym. Składa się ona z warstw o różnej gęstości, wzrastającej ku środkowi. Odpowiednio do zmian gęstości warstw zmienia się też ich współczynnik załamania od $n=1{,}386$ do $n=1{,}454$. Komora, leżąca za soczewką, wypełniona jest galaretowatą przezroczystą cieczą (humor vitraeus), o współczynniku załamania $n=1{,}33$, prawie dokładnie równym współczynnikowi cieczy wodnistej i rogówki. Dno oka (ponad naczyniówką) wysłane jest rozgałęzieniami nerwu optycznego, stanowiącymi siatkówkę (retina). Siatkówka składa się na ogół z kilku warstw komórkowych; najgłębsza z nich, stykająca się z naczyniówką, posiada komórki dwojakiego rodzaju: jedne dłuższe, walcowate tzw. pręciki (bacilli), drugie grubsze

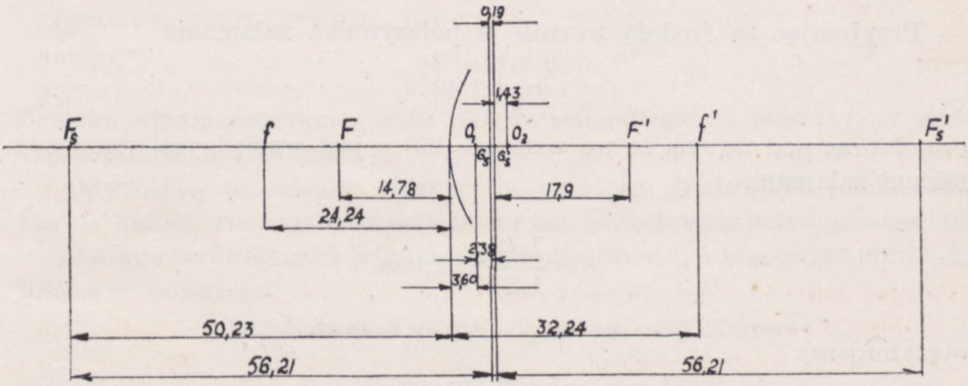


Rys. 123

krótsze, kształtu butelek tzw. czopki (coni). Siatkówka nie ma jednakowej grubości: największą (0,22 mm) osiąga w plamce żółtej *p* (macula lutea retinae), leżącej w pobliżu wejścia do gałki ocznej nerwu optycznego *d* nieco z boku osi optycznej oka i nie mającej wyraźnie zaznaczonych granic. W środkowej swej części plamka ta ma grubość mniejszą, przez co powstaje w niej zagłębienie, (fovea centralis) o średnicy dochodzącej do 0,5 mm, nie posiadające wcale naczyń. Środek tego zagłębienia wypełniają wyłącznie czopki, stają się one tam wysmuklejsze i dłuższe; średnica ich przekroju wynosi w tym miejscu około 2,5 μ, długość około 60 μ. To zagłębienie jest miejscem najdokładniejszego widzenia. Miejsce wejścia nerwu optycznego do siatkówki jest zupełnie na światło niewrażliwe.

2. OKO, JAKO OSIOWY UKŁAD KULISTYCH POWIERZCHNI ŁAMIĄCYCH

Zarówno krzywizny, jak i wzajemne odległości powierzchni łamiących w oku nie mają u różnych ludzi wartości tych samych, co więcej u jednego i tego samego człowieka mogą, jakkolwiek nieznacznie, zmieniać się zależnie od odległości rozpatrywanego przedmiotu, wobec czego położenie punktów kardynalnych całego układu ocznego należałoby obliczać dla każdego poszczególnego przypadku. Zazwyczaj jednak wystarcza przybliżone ich wyznaczenie, jakie otrzymujemy, podstawiając



Rys. 124

do odpowiednich wzorów wartości przeciętne, wyprowadzone z pomiarów, wykonanych na znacznej ilości osobników. Otrzymujemy w ten sposób tzw. oko schematyczne (rys. 124).

Ogniskowe układu, złożonego z rogówki i cieczy wodnistej obliczamy ze wzorów (6) i (6a) ust. 2 rozdz. IV podstawiając do nich

$$n_1 = 1;\ n_2 = 1{,}33;\ r = 0{,}8 \text{ cm}.$$

Posługujemy się tu wartościami przybliżonymi; wartościami dokładniejszymi byłyby

$$n_2=1,3365;\ r=7,829 \text{ mm}.$$

Ogniskowa przestrzeni przedmiotu jest zatem równa

$$f=\frac{0,8}{0,33}=2,424 \text{ cm}=24,24 \text{ mm}.$$

Ogniskowa zaś przestrzeni obrazu

$$f'=\frac{1,33\cdot 0,8}{0,33}=3,224 \text{ cm}=32,24 \text{ mm}.$$

Soczewka oczna styka się z obu stron ze środowiskami o tym samym współczynniku załamania, wobec czego obie jej ogniskowe są wzajemnie równe, węzły zaś leżą w punktach głównych. Kładziemy we wzorach (23) rozdz. IV

$$r_1=1,0 \text{ cm}\ ;\ r_2=-0,6 \text{ cm}\ ;\ d=0,4 \text{ cm}.$$

Podanym wartościom r odpowiada, ściśle biorąc, $d=0,36$ cm. Poprzestajemy jednak dla uproszczenia rachunku na wartości przybliżonej, podobnie, jak to zrobiliśmy wyżej.

Przyjmując za średnią wartość współczynnika załamania

$$n_s=1,42$$

oraz biorąc pod uwagę, że we wzorach (23) n jest względnym współczynnikiem załamania

$$n=\frac{1,42}{1,33}=1,068,$$

otrzymujemy

$$\mathcal{F}_s=\mathcal{F}'_s=5,621 \text{ cm}=56,21 \text{ mm}.$$

Odległości płaszczyzn głównych od wierzchołków soczewki wyznaczamy ze wzorów (22) tegoż rozdziału

$$G_sO_1=-p=-2,38 \text{ mm};\quad G'_sO_2=-p'=-1,43 \text{ mm}.$$

Odległość więc wzajemna punktów głównych (a więc i węzłowych)

$$G_sG'_s=d-(p-p')=0,19 \text{ mm}.$$

Przyjęta przez nas przeciętna wartość 1,42 współczynnika załamania jest według Gullstranda (1912 r.) mniej więcej równa przeciętnej wartości współczynnika załamania soczewki oka dwudziestoletniego człowieka przy najsilniejszej akomodacji ($n_s = 1,4263$); przy najmniejszej akomodacji wartość ta spada do 1,4085.

Z danych tych wynika, że wiązka promieni równoległych, padających na rogówkę, schodziłaby się w punkcie, odległym od jej przedniej powierzchni o 32,24 mm, dawałaby zatem obraz w punkcie odległym od płaszczyzny głównej G_s soczewki o

$$32,24 \text{ mm} - 3,6 \text{ mm} - 2,38 \text{ mm} = 26,26 \text{ mm}.$$

Obraz ten byłby przedmiotem urojonym względem soczewki, obraz zatem nieskończenie odległego punktu tworzyłby się w odległości g', wyznaczonej ze wzoru

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{g'} = \frac{1}{\mathcal{F}_s}$$

od płaszczyzny głównej G'_s przestrzeni obrazu soczewki. Podstawiając znalezione wyżej liczby otrzymujemy

$$-\frac{1}{26,26} + \frac{1}{g'} = \frac{1}{56,21},$$

skąd

$$g' = 17,9 \text{ mm},$$

ognisko więc przestrzeni obrazu układu jest odległe od płaszczyzny głównej soczewki o 17,9 mm.

Odwrotnie, promienie, biegnące w ostatnim środowisku (ciało szkliste — humor vitraeus) równolegle do osi, przechodzą przed załamaniem w soczewce przez ognisko jej przestrzeni przedmiotu, a więc przez punkt F_s, leżący w odległości

$$56,21 \text{ mm} - 3,6 \text{ mm} - 2,38 \text{ mm} = 50,23 \text{ mm}$$

od przedniej powierzchni rogówki.

Ten punkt zbieżności jest sprzężony z punktem przestrzeni przedmiotu układu — rogówka i ciecz wodnista, — leżącym w odległości s wyznaczonej ze wzoru

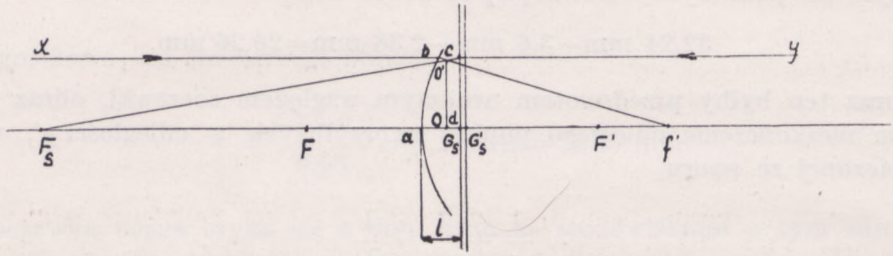
$$\frac{24,24}{s} - \frac{32,24}{50,23} = 1,$$

z którego otrzymujemy

$$s = 14,78 \text{ mm}.$$

Ognisko więc przestrzeni przedmiotu całego układu ocznego leży w odległości 14,78 mm od przedniej powierzchni rogówki.

Położenie płaszczyzn głównych możemy wyznaczyć w podobny sposób, jak w ust. 4, rozdz. IV, a mianowicie, znajdując położenie punktu O, obrazu punktu głównego G układu po załamaniu na przedniej powierzchni układu. Odległość tego punktu od wierzchołka układu (a zatem od przedniej powierzchni rogówki) wynosi 2,18 mm.



Rys. 125

Istotnie, promień xb (rys. 125), padający równolegle do osi i po załamaniu w układzie przechodzący przez ognisko układu F', po załamaniu w rogówce biegnie tak, że przedłużenie jego przecina oś w ognisku f' pierwszej powierzchni łamiącej (rogówki); promień cy, biegnący w ciele szklistym (humor vitraeus) równolegle do osi i przechodzący przed wejściem do układu przez jego ognisko F, biegnie w cieczy wodnistej tak, jak gdyby wychodził z ogniska F_s soczewki. Wobec tego w cieczy wodnistej bieg promieni jest taki, jak na rysunku; opuszczając z punktu O' ich przecięcia prostopadłą na oś, otrzymujemy szukany punkt O.

Z dwóch par trójkątów F_scd, F_sOO' i $f'ba, f'OO'$ znajdujemy

$$\frac{F_sd}{F_sO} = \frac{cd}{OO'}\,; \quad \frac{f'a}{f'O} = \frac{ab}{OO'},$$

skąd

$$\frac{F_sd}{F_sO} = \frac{f'a}{f'O} \quad \text{lub} \quad \frac{F_sd - F_sO}{F_sd} = \frac{f'a - f'O}{f'a}$$

i

$$\frac{Od}{F_sd} = \frac{aO}{f'a} \quad \text{lub} \quad \frac{l - Oa}{Oa} = \frac{F_sd}{f'a},$$

gdzie l jest odległością przedniej powierzchni rogówki od płaszczyzny głównej G_s soczewki.

O_a zatem jest równe

$$Oa = \frac{l \cdot f'a}{F_sd + f'a}.$$

Wiemy jednak, że

$$l = 3{,}6\text{mm} + 2{,}38\text{mm} = 5{,}98\text{ mm}; \quad F_sd = 56{,}21\text{mm}; \quad f'a = 32{,}24\text{ mm}.$$

Ostatecznie więc znajdujemy

$$Oa = 2{,}18\text{ mm}.$$

Punkt O jest, jak wiemy, obrazem punktu G względem pierwszej płaszczyzny łamiącej. Kładąc we wzorze

$$\frac{f}{s_G}+\frac{f'}{s'}=1$$

$f=24{,}24$ mm, $f'=32{,}34$ mm, $s'=2{,}18$ mm, otrzymujemy

$$s_G=-1{,}75 \text{ mm}.$$

Ogniskowa $\mathcal{F}$ jest przeto (w warunkach przez nas przyjętych — przy akomodacji na nieskończoność) równa

$$\mathcal{F}=14{,}78\text{mm}+1{,}75\text{mm}=16{,}53 \text{ mm}.$$

W podobny sposób (uważając punkt G' za obraz punktu O względem drugiego środowiska) znajdziemy, że płaszczyzna główna G' jest odległa od wierzchołka rogówki o 2,07 mm a od płaszczyzny głównej G'_s o 4,1 mm. Ogniskowa $\mathcal{F}'$ wynosi zatem 22 mm.

Według Gullstranda $\mathcal{F}=17$ mm, $\mathcal{F}'=22{,}8$ mm.

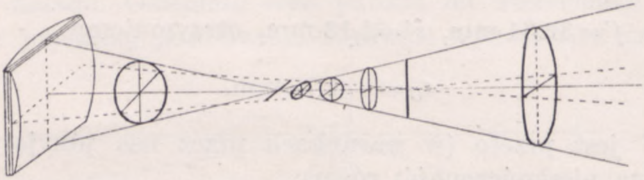
Odległości punktów węzłowych od płaszczyzn głównych są równe

$$GW=G'W'=\mathcal{F}'-\mathcal{F}=5{,}47 \text{ mm}.$$

Płaszczyzny główne są, jak z przytoczonych wyżej liczb wynika, bardzo bliskie ($GG'=0{,}32$ mm). Przyjmując wzajemną ich odległość za równą zeru, możemy zastąpić układ oczny jedną powierzchnią łamiącą (p. ust. 3, rozdz. IV), tak dobierając krzywiznę i współczynnik załamania, aby ogniska powierzchni leżały w tych samych punktach, co w układzie ocznym. Umieśćmy tę powierzchnię pośrodku między płaszczyznami głównymi G i G' a więc w odległości 1,75 mm + 0,16 mm = 1,91 mm od rogówki. Środkiem krzywizny będzie punkt węzłowy (podwójny), odległy od płaszczyzny głównej (podwójnej), stycznej do powierzchni łamiącej, o 5,47mm. Taką więc będzie musiał mieć wartość promień krzywizny. Chcąc otrzymać ognisko F w tym samym, co poprzednio, punkcie, a więc odległe od wierzchołka powierzchni (lub stycznej do niej płaszczyzny głównej) o 14,78 mm + 1,91 mm = 16,69 mm, musimy na wartość współczynnika załamania środowiska, ograniczonego tą fikcyjną powierzchnią łamiącą, wziąć, (zgodnie ze wzorem (6a) rozdz. IV), 1,328. Tego rodzaju układ zastępczy nosi nazwę oka zredukowanego.

Wszystkie te dane dotyczą oka normalnego, w którym powierzchnie rozdziału mają kształt kulisty. Bardzo często jednak tak nie jest. Zazwyczaj można wtedy z wystarczającym przybliżeniem przyjąć, że mają one dwie wzajemnie prostopadłe

płaszczyzny symetrii, przecinając się wzdłuż osi optycznej. W tym przypadku załamanie promieni świetlnych zachodzi w podobny sposób, jak w układzie dwóch powierzchni cylindrycznych o wzajemnie prostopadłych tworzących (rys. 126). W takim układzie nawet promienie osiowe nie dają punktowego obrazu punktu świecącego — stąd nazwa astygmatyzmu osiowego, jaki nadajemy temu zjawisku. Przesuwając ekran wzdłuż wiązki promieni załamanych, otrzymujemy na



Rys. 126

nim plamki, na ogół eliptyczne, które w dwóch różnych miejscach przechodzą w odcinki linij prostych, równoległych do tworzących powierzchni układu. Miarą tego astygmatyzmu jest odległość (wyrażona w dioptriach) między tymi prostoliniowymi obrazami.

3. AKOMODACJA OKA. POLE WIDZENIA OKA

Jakeśmy już o tym wspominali, przedmiot widzimy wyraźnie tylko wtedy, gdy obraz jego tworzy się na siatkówce, a raczej, mówiąc ściśle, na plamce żółtej. Przy niezmiennym więc położeniu punktów kardynalnych układu ocznego moglibyśmy widzieć wyraźnie jedynie przedmioty, znajdujące się w oznaczonej odległości od płaszczyzny głównej G; odległość tę wyznacza wzór

$$\frac{\mathcal{F}}{g} + \frac{\mathcal{F}'}{g'} = 1, \qquad \text{(a)}$$

gdzie g' byłoby stałą odległością siatkówki od płaszczyzny głównej G'. Doświadczenie jednak przeczy temu wnioskowi. Na ogół możemy widzieć wyraźnie przedmioty, znajdujące się w różnych odległościach od oka, co wskazuje, że wielkości, charakteryzujące układ optyczny oka nie mają wartości stałej.

Tę akomodację (łac. accomodare — przystosować, zastosować) oka do różnych odległości oglądanych przedmiotów powoduje, jak to pierwszy wykazał Tomasz Young (1800 r.), zmiana kształtu soczewki, zachodząca pod działaniem mięśni, przyczepionych z jednej strony do soczewki, z drugiej zaś do naczyniówki (chorioidei). W stanie spoczynku, gdy oko jest przystosowane do widzenia przedmiotów odległych, soczewka ma krzywiznę najmniejszą, w miarę zmniejszania się odległości przedmiotu krzywizna soczewki wzrasta, przy czym jednocześnie wzrasta jej współczynnik załamania.

Wzrost ten zachodzi na skutek wzajemnego przesuwania się warstw o jednakowym współczynniku załamania.

Zakres akomodacji wyznaczają różnice odległości od płaszczyzny głównej najdalszego (punctum remotum, łac. remotus — oddalony, daleki) i najbliższego (punctum proximum łac. proximus — najbliższy) położenia przedmiotu, przy którym powstaje wyraźny obraz na siatkówce. Odległości te, zazwyczaj wyrażone w dioptriach, nie są u różnych ludzi jednakowe.

Według *Dondersa* (1876 r.), którego dane przytaczamy za *Rohrem*, dziecko dziesięcioletnie może widzieć dokładnie zarówno przedmioty, znajdujące się w bardzo wielkiej odległości, jak i znajdujące się w odległości zaledwie 7,1 cm od płaszczyzny głównej G. Przyjmując, co zresztą niewiele odbiega od rzeczywistości, że akomodacja nie zmienia położenia płaszczyzn głównych, zmienia zaś jedynie wartości ogniskowych, na zakres akomodacji otrzymujemy

$$A = \frac{1}{GP} - \frac{1}{GR} = \frac{1}{0{,}071} - \frac{1}{\infty} = 14{,}08\ D,$$

gdzie GP i GR oznaczają odpowiednio odległości (mierzone w metrach) od płaszczyzny głównej punktu najbliższego i najdalszego.

U człowieka czterdziestoletniego punkt najbliższy odsuwa się do odległości 22 cm; zakres akomodacji zmniejsza się do 4,5 dioptrii; widzenie małych przedmiotów staje się utrudnione. Odległość zatem *wyraźnego widzenia* tzn. odległość, do której oko przystosowuje się bez wielkiego wysiłku, jest, wbrew rozpowszechnionemu mniemaniu, mniejsza od 25 cm. Powyżej 40 lat rozpoczyna się okres *starczego widzenia* (presbiopii, gr. presbys — stary); około pięćdziesiątego piątego roku życia punkt najdalszy przybliża się do 400 cm, najbliższy oddala się do 66 cm; w siedemdziesiątym piątym roku życia akomodacja prawie zanika: punkt najbliższy i najdalszy leżą w tej samej odległości.

Przytoczone dane dotyczą oka normalnego (emmetropowego, gr. emmetros — mający należytą miarę). U tzw. *krótkowidzów* (miopia, gr. myops — krótkowidz) promienie, wychodzące z bardzo odległego punktu i padające na rogówkę prawie równolegle do osi optycznej oka, dają obraz przed siatkówką; punkt odległy jest w skończonej odległości od płaszczyzny głównej: GR jest mniejsze od nieskończoności. Za to odległość punktu najbliższego jest mniejsza od normalnej. Umieszczając przed okiem odpowiednio dobraną soczewkę rozpraszającą, możemy przesunąć te granice, nie możemy jednak zmienić zakresu akomodacji.

Z równania (a) otrzymujemy

$$\frac{1}{GR} + \frac{\frac{\mathcal{F}'_R}{\mathcal{F}_R}}{g'} = \frac{1}{\mathcal{F}_R} \quad \text{i} \quad \frac{1}{GR} + \frac{n}{g'} = \frac{1}{\mathcal{F}_R},$$

skąd w dioptriach

$$\delta_R + \Delta = \psi_R, \qquad \text{(b)}$$

gdzie $\Delta = \frac{n}{g_1}$ jest, w myśl założenia, wielkością stałą. Dołączenie soczewki ma przesunąć najdalszy dokładnie widziany punkt do nieskończoności, a więc przyrównać R do zera. Ze wzoru 27 rozdz. IV znajdujemy kładąc d równe zeru, a więc przyjmując, co nie odpowiada, jak wiemy, rzeczywistości, że dodatkowa soczewka bezpośrednio dotyka oka

$$\delta'_R + \Delta = \psi_R + \psi_S \quad \text{i} \quad \Delta = \psi_R + \psi_S.$$

Podstawiając wartość ψ_R z równania (b), mamy

$$\Delta = \delta_R + \Delta + \psi_S \quad \text{i} \quad 0 = \delta_R + \psi_S,$$

ostatecznie zatem

$$\psi_S = -\delta_R. \qquad \text{(c)}$$

Zdolność zbierająca soczewki powinna być zatem równa odległości dioptrycznej najdalszego punktu, jaki może krótkowidz widzieć, znak jej, jakeśmy to już zaznaczyli, jest ujemny.

Zakres akomodacji oka nieuzbrojonego wynosi

$$A = \delta_P - \delta_R = \psi_P - \psi_R,$$

gdzie ψ_P i ψ_R oznaczają odpowiednio zdolności zbierające układu ocznego przy akomodacji na punkt najbliższy i najdalszy. Dołączenie soczewki zmienia odległość tych punktów od płaszczyzny głównej G. Mamy wtedy

$$\delta'_P + \Delta = \psi_P + \psi_S \qquad \Delta = \psi_R + \psi_S,$$

stąd nowy zakres akomodacji

$$A' = \delta'_P - \delta'_R = \delta'_P = \psi_P + \psi_S - \Delta = \psi_P - \psi_R$$

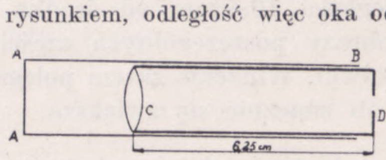
jest taki sam, jak poprzednio.

U tzw. dalekowidzów (hypermetropia, gr. hyper — ponad) obraz punktu bardzo odległego tworzy się poza siatkówką; dla otrzymania go na siatkówce należy umieścić przed okiem odpowiednio dobraną soczewkę zbierającą; zakres akomodacji i tym razem się nie zmienia.

Soczewka ta musi mieć zdolność zbierającą, równą dioptrycznej odległości punktu, widzianego okiem nieuzbrojonym, przystosowanym do widzenia nieskończenie odległych przedmiotów (nastawionym na nieskończoność). Odległość ta jest ujemna, w tych bowiem warunkach na siatkówce oka wyraźny obraz dają promienie zbieżne, a więc takie, których przedłużenia przecinałyby się (gdyby oka nie było) w punkcie, leżącym poza siatkówką. Zgodnie więc ze wzorem (c), zdolność zbierająca soczewki musi być dodatnia.

Do wyznaczenia zakresu akomodacji używa się różnych metod pomiarowych, z których opiszemy tylko jedną, polegającą na użyciu optometru Badala.

Przeświecający rysunek *AA* (rys. 126a) znajduje się na końcu rurki *AB*, w której może się przesuwać rurka *CD*, zamknięta na końcu zwróconym do rysunku, soczewką *C*, na drugiej zaś przesłoną *D* z niewielkim otworem w środku. Długość tej rurki, równa ogniskowej soczewki, wynosi 6,25 cm (16 dioptrii). Gdy soczewka dotyka *AA*, obraz rysunku zbiega się z samym rysunkiem, odległość więc oka od obrazu wynosi 16 dioptrii. W miarę wysuwania rurki *CD* obraz (urojony) przesuwa się w lewo, oddalając się od oka obserwatora; przy całkowitym wysunięciu rurki obraz odsuwa się do nieskończoności; tym sposobem przesunięcie rurki o 6,25 cm zmienia odległość dioptryczną obrazu od 16 do 0 dioptrii. Wyznacza się najmniejszą i największą odległość, przy której oko może widzieć dokładnie obraz. Przy dalszym wysuwaniu rurki odległość obrazu (tym razem rzeczywistego) od oka zmienia swój znak; obraz może być wtedy widziany jedynie przez oko daleko widzące (hypermetropowe).



Rys. 126a

Ale nawet przy zupełnej akomodacji zdolność rozpoznawcza oka (ostrość widzenia) jest, ze względu na dość stosunkowo znaczne rozmiary elementów plamki żółtej, ograniczona. Doświadczenie bowiem wskazuje, że wtedy tylko widzimy oddzielnie dwa punkty świecące, gdy obrazy ich tworzą się na dwóch czopkach, przedzielonych trzecim niewzbudzanym, a więc gdy wzajemna odległość obrazów wynosi co najmniej 5 μ. Tej odległości odpowiada między promieniami środkowymi, wychodzącymi z danych punktów (przechodzącymi przez punkty węzłowe układu ocznego), kąt mniej więcej równy 1′.

Gdy, jak to często bywa przy pomiarach, chodzi o stwierdzenie, czy dana kreska stanowi przedłużenie innej, można patrząc jednym okiem wykryć różnicę, której odpowiada kąt nie większy od 15″; przy patrzeniu obu oczami można kąt ten zmniejszyć do 3″.

Ziarnista budowa siatkówki zwiększa wszakże tzw. głębię pola widzenia, to znaczy odległość osiową punktów, które możemy widzieć jednocześnie z dostateczną wyrazistością. Dopóki bowiem koło rozproszenia nie przekracza średnicy wzbudzonego elementu, widzimy obraz punktu, jako punkt.

Ograniczając znacznie wiązkę promieni, wchodzących do oka, możemy widzieć dokładnie przedmioty, znajdujące się bliżej oka, niż punkt najbliższy (punctum proximum). Tak np. gdy umieścimy bardzo blisko oka tekturkę z przekłutym w niej igłą otworem, będziemy mogli czytać drobny druk z odległości nie większej od 3 cm.

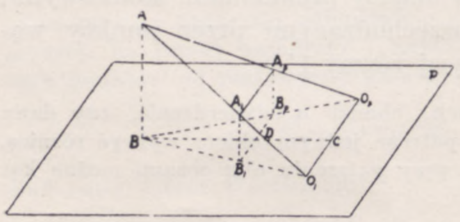
Poza tym głębia wzrasta na skutek bardzo wielkiej prędkości, z jaką zachodzi akomodacja: patrząc kolejno na znajdujące się przed nami przedmioty, widzimy je dokładnie w ciągu dostatecznie krótkiego czasu, aby odnieść wrażenie, że widzimy je jednocześnie.

Oko nieruchome w jamie ocznej ma kąt wyraźnego widzenia niewielki (rzędu 1°), odpowiadający rozmiarom plamki żółtej (a nawet tylko jej środkowego zagłębienia); przedmioty, leżące poza tym kątem, dają obrazy niewyraźne; toteż patrząc na przedmioty rozciągłe, obracamy oko w jamie ocznej około punktu leżącego w oku normalnym mniej więcej w odległości 10,5 mm od środka źrenicy, tak, aby stopniowo naprowadzać obrazy poszczególnych części przedmiotu na najwrażliwszą część siatkówki. Widzenie zatem polega na oglądaniu. Pole widzenia w ten sposób znacznie się zwiększa.

Widzenie okiem ruchomym, gdy oko kierujemy kolejno na poszczególne części oglądanych przedmiotów, nazywamy widzeniem bezpośrednim; widzenie okiem nieruchomym, gdy tylko część przedmiotu widzimy wyraźnie — widzeniem pośrednim.

W obu jednak przypadkach, a więc zarówno wtedy, gdy oko jest nieruchome, jak i wtedy, gdy jest ruchome (co zresztą zachodzi pospolicie, gdyż oko obracamy instynktownie), w punkcie, na który w danej chwili patrzymy, przecinają się osie optyczne (linie widzenia) obydwu oczu.

Niech A (rys. 127) będzie rozpatrywanym punktem, O_p — prawym, O_l — lewym okiem obserwatora, $O_p O_l$ — linią poziomą, łączącą środki obrotu oczów i mającą długość od 5 do 7,2 cm, P — płaszczyzną poziomą, przechodzącą przez linię oczów. Linie widzenia, AO_p i AO_l przecinają płaszczyznę $B_l A_l A_p B_p$, pionową i równoległą do linii oczów w dwóch różnych punktach. Im dalej będzie leżał punkt A, tym odległość $A_p A_l$ będzie mniejsza; odległość ta więc może być dla nas miarą odległości punktu A.



Rys. 127

Opuśćmy z B (spodka prostopadłej AB na płaszczyznę P) prostopadłą $BC=r$. Oznaczając odległość $O_p O_l$ przez $2a$, odległość DC płaszczyzny $B_l A_l A_p B_p$ od linii oczów przez b, otrzymujemy, jak to udowodnił Helmholtz, następujący związek

$$r = \frac{2ab}{2a - B_l B_p}. \tag{1}$$

Z trójkątów BB_lD i BCO_l otrzymujemy

$$\frac{BD}{BC} = \frac{B_l D}{O_l C}$$

lub

$$\frac{BC-BD}{BC}=\frac{O_lC-B_lD}{O_lC}$$

i po podstawieniu

$$\frac{b}{r}=\frac{O_lC-B_lD}{O_lC} \quad \text{lub} \quad r(O_lC-B_lD)=b\cdot O_lC. \tag{d}$$

Podobnie z trójkątów BB_pD i BO_pC

$$\frac{BD}{r}=\frac{B_pD}{O_pC}$$

lub

$$\frac{r-BD}{r}=\frac{b}{r}=\frac{O_pC-B_pD}{O_pC}$$

i

$$r(O_pC-B_pD)=b\cdot O_pC. \tag{e}$$

Dodając stronami równanie (d) i (e), znajdujemy

$$r[O_lC+CO_p-(B_lD+DB_p)]=b(O_lC+CO_p)$$

i ostatecznie

$$r=\frac{2ab}{2a-B_lB_p}.$$

Przepiszmy wzór (1) w postaci

$\frac{1}{r}=\frac{c}{2ab}$, gdzie $c=2a-B_lB_p$ jest to tzw. różnica stereoskopowa.

Dla dwóch punktów, w odległościach r_1 i r_2 od linii ocznej, będziemy mieli

$$\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}=\frac{c_1-c_2}{2ab}=\frac{1}{l}. \tag{2}$$

Gdy $r_2=\infty$, l oznacza największą odległość przedmiotu, który będzie się nam wydawał występującym przed nieskończenie odległe tło.

Kładąc

$$\frac{c_1-c_2}{b}=\operatorname{tg}\eta,$$

otrzymujemy

$$l=2a\operatorname{ctg}\eta.$$

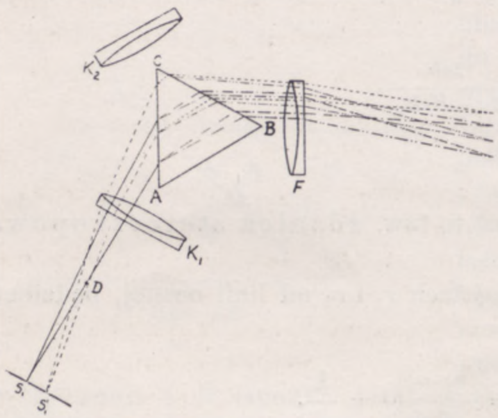
Według Rohra, z którego wzięliśmy cały ten wywód, najprawdopodobniejszą wartością η jest 30″. Wobec tego l byłoby zawarte w granicach od mniej więcej 300 m ($2a=5$ cm) do 420 m ($2a=7{,}2$ cm). Przeciętnie odległość 400 m stanowi, jak się zdaje, granicę spostrzegania różnic odległości przedmiotów, jak również dostrzegania ich bryłowatości.

4. WIDZENIE BARW

Rozpatrując załamanie światła w pryzmacie (rozdz. III, ust. 5), stwierdziliśmy, że każdej barwie widma odpowiada oznaczony współczynnik załamania. Nie wynika stąd jednak, aby każde światło, wywierające na nas wrażenie tej samej barwy, co jedna z barw widma, było światłem jednorodnym. Doświadczenie wskazuje, że te same wrażenia barwne mogą wywierać wiązki, złożone z odpowiednio dobranych promieni o różnych łamliwościach.

Do dokładnego badania tego zjawiska mieszania barw służyć może, o ile chodzi o barwy widma, przyrząd Helmholtza, wyobrażony schematycznie na rys. 128.

W płaszczyznie ogniskowej kolimatora K_1 znajduje się nie jedna, jak w zwykłym spektroskopie, lecz dwie równoległe szczeliny S_1 i S_1', prostopadłe do płaszczyzny rysunku, oświetlone przez to samo źródło światła.



Rys. 128

Widma, będące obrazami tych szczelin, powstającymi w płaszczyznie ogniskowej soczewki F, wzajemnie częściowo się pokrywają. W tej właśnie części widma znajduje się wąska szczelina (również prostopadła do płaszczyzny rysunku), przez którą patrząc, widzimy bok CB pryzmatu w świetle, otrzymanym ze zmieszania dwóch pokrywających się części widma.

Ta prosta budowa przyrządu nie pozwalałaby wszakże ani na mieszanie dowolnych części widma, ani też na zmianę natężenia światła widm składowych. Zmienianie wzajemnej odległości szczelin S_1 i S'_1, co by usunęło pierwszy z tych dwóch braków, jest w praktyce niedogodne; bardziej celowe okazało się zastąpienie jednej ze szczelin (np. S'_1) szczeliną urojoną, otrzymaną przez umieszczenie na osi kolimatora K_1 (np. w punkcie D) pryzmatu w połowie ze szkła, w połowie ze szpatu islandzkiego (kalcytu). Część promieni, wychodzących ze szczeliny S_1, po załamaniu w podwójnie łamiącej części pryzmatu (p. rozdz. X) odchyla się tak, jak gdyby wychodziła nie ze szczeliny S_1, lecz z innej szczeliny S'_1. Przesuwając pryzmat

wzdłuż osi kolimatora, można dowolnie zmieniać odległość szczeliny rzeczywistej S_1 od szczeliny urojonej S'_1. Do zmiany natężeń światła służy umieszczony między szczeliną S_1 i punktem D pryzmat Nicola (p. rozdz. IX ust. 1), polaryzujący prostoliniowo światło szczeliny. Obracając ten pryzmat koło osi kolimatora, zmieniamy stosunek natężeń światła obu szczelin i tym samym stosunek natężeń pokrywających się wzajemnie części widma.

Często używa się jeszcze jednego kolimatora K_2, (na rysunku znajduje się tylko obiektyw kolimatora K_2) zbudowanego tak, jak kolimator K_1. Promienie, wychodzące z K_2 padają na ścianę AC pryzmatu i po wyjściu przez ścianę AB wypełniają drugą połowę soczewki. W ten sposób obserwuje się jednocześnie cztery widma, przy czym obserwator może dowolnie mieszać barwy każdej pary.

Do porównywania barwników używa się zazwyczaj tarczy, obracającej się koło osi, przechodzącej przez jej środek. Poszczególne wycinki tarczy pokryte są badanymi barwnikami. Przy dostatecznie szybkim obrocie tarczy (p. ust. 5) otrzymuje się wrażenie barwy, będącej mieszaniną barw poszczególnych. Zmieniając stosunek pól wycinków tarczy, pokrytych poszczególnymi barwnikami, zmieniamy skład mieszaniny.

Okazuje się, że przy mieszaniu barw leżących w widmie blisko siebie, np. czerwonej i żółtozielonej, otrzymuje się, zmieniając odpowiednio natężenie barw składowych, kolejno wszystkie barwy pośrednie, tzn. leżące w widmie między dwiema mieszanymi barwami. Tak np. mieszając w odpowiednim stosunku czerwień, odpowiadającą czerwonej linii litu z żółtozieloną barwą, odpowiadającą barwie linii, wysyłanej przez świecące pary talu, otrzymuje się, jak to stwierdził Rayleigh (1886 r.), barwę, prawie nie różniącą się od barwy światła żółtej linii sodu D.

Czerwona linia litu ma długość fali (p. rozdz. VII) $\lambda_C = 671\, m\mu$, żółto zielona linia talu długość $\lambda = 536 m\mu$, żółta linia sodu $\lambda_D = 589\, m\mu$.

Zazwyczaj jednak otrzymana w ten sposób barwa jest nieco bledsza — mniej nasycona od odpowiedniej barwy widma. Zmniejszanie się nasycenia występuje tym wyraźniej, im większa jest odległość widmowa mieszanych barw; mieszając w różnych stosunkach barwy wzajemnie odległe, otrzymuje się zamiast zmiany barwy raczej stopniową zmianę nasycenia. Tak np. mieszanina barwy czerwonej z zielono niebieską daje przy stopniowym zmniejszaniu natężenia światła czerwonego blednącą stopniowo czerwień, przechodzącą przy pewnym oznaczonym stosunku natężeń obu barw w całkowitą biel, następnie zaś nabierającą przy dalszym wzroście natężenia światła niebieskiego odcienia niebieskawego, wzmacniającego się stopniowo, aby ostatecznie przejść w nasyconą barwę zielono niebieską, gdy natężenie barwy czerwonej spadnie do zera. Tego rodzaju barwy, dające przy zmieszaniu w odpowiednim stosunku wrażenie światła białego, nazywamy barwami dopełniającymi.

Par takich jest, oczywiście, bardzo wiele: do barwy czerwonej dopełniającą jest, jak widzieliśmy, zielono niebieska, do pomarańczowej —

niebieska, do żółtej — ciemno niebieska, do żółto zielonej — fioletowa, przy czym każdy z odcieni poszczególnej barwy ma odpowiadający sobie odcień barwy dopełniającej.

Tablice barw dopełniających, zestawione przez różnych obserwatorów nie zawsze są zgodne; wynika to z niejednakowej u różnych ludzi zdolności rozróżniania poszczególnych odcieni barwnych. Tak np. do barwy czerwonej o długości fali $\lambda = 656{,}2\ m\mu$ (linia *C* Frauenhofera) dopełniającą jest, według Kriesa, barwa zielono niebieska o długości fali $\lambda = 494{,}2\ m\mu$ (w pobliżu linii *F* Frauenhofera w stronę czerwonej części widma), według Freya, $\lambda = 485{,}2\ m\mu$ (w pobliżu linii *F* w stronę fioletowej części widma).

Barwy jednak, zawarte między żółto zieloną i zielono niebieską częścią widma, nie mają wśród barw widma żadnej dopełniającej. Dopiero mieszając w różnych stosunkach skrajne barwy widma — czerwoną i fioletową — możemy wśród tych barw purpurowych, których w widmie nie ma, znaleźć odpowiednie dopełniające do barw tej właśnie części widma. Barwy purpurowe stanowią więc jak gdyby fizjologiczne uzupełnienie barw widmowych, stanowiąc wraz z nimi zamknięty łańcuch barw. Doświadczenie wskazuje, że jakkolwiek byśmy mieszali barwy, zawsze otrzymamy jakąś mniej lub więcej nasyconą barwę z uzupełnionego w ten sposób łańcucha lub też barwę, wywołującą wrażenie białej.

W pozornej sprzeczności z tym twierdzeniem stoi fakt, że wiele z otaczających nas ciał wykazuje zabarwienie brązowe, oliwkowe, szare, nie mające w owym łańcuchu żadnego odpowiednika. W rzeczywistości jednak tego rodzaju wrażenia barwne są wywołane tym, że światło, rozpraszane przez dane ciało, ma natężenie mniejsze, niż światło, rozpraszane przez jednocześnie obserwowane inne ciała. Jeżeli jednak dane ciało oświetlimy o wiele silniej, niż ciała sąsiednie, będziemy mogli zawsze dobrać taką mieszaninę barw, która by odpowiadała barwie danego ciała.

Całą mnogość barw możemy przedstawić graficznie, jak to uczynił Lambert (1772 r.), w postaci punktów koła, na którego obwodzie leżą nasycone barwy widma uzupełnionego, w środku zaś nasycona biel; punkty leżące na promieniach koła, odpowiadają coraz to bardziej blaknącym ku środkowi odcieniom barwy nasyconej, leżącej w punkcie przecięcia danego promienia z kołem. Natężenie wyraża się długością prostej, łączącej dany punkt z wierzchołkiem stożka, którego podstawą jest dane koło, oś zaś, przechodząca przez środek koła, jest do niego prostopadła. Wierzchołkowi tego stożka Lamberta odpowiada całkowita czerń.

Konstrukcja Lamberta nie pozwala wszakże na zdanie sobie sprawy z ilościowych stosunków barw, tworzących przez zmieszanie dany odcień barwny lub też barwę białą. Załóżmy za Maxwellem (1860 r.), że każdą barwę można otrzymać przez zmieszanie w odpowiednim stosunku tzw. podstawowych barw wid-

ma, a mianowicie czerwonej, zielonej i niebieskiej (między liniami F i G widma słonecznego), każdemu przeto odcieniowi barwnemu odpowiadać będzie symboliczne równanie

$$B = x_1C + x_2Z + x_3N, \qquad (3)$$

gdzie B oznacza dany odcień, C, Z, N — barwy podstawowe, a x_1, x_2, x_3 możemy upodobnić do tzw. jednorodnych współrzędnych punktu, z jakimi się np. spotykamy, gdy położenie punktu na płaszczyźnie wyznaczamy z jego odległości od trzech boków trójkąta. Zazwyczaj za trójkąt odniesienia bierze się trójkąt równoboczny i tak się dobiera „jednostki" barw podstawowych (proporcjonalne do natężenia światła danej barwy), aby nasyconej bieli odpowiadały współrzędne $x_1 = x_2 = x_3$. Wtedy punkt, oznaczający barwę białą, leży w środku trójkąta, punkty, odpowiadające barwom zasadniczym, leżą w wierzchołkach trójkąta, punkty zaś, odpowiadające barwom nasyconym, leżą poza trójkątem, mając jedną ze współrzędnych ujemną. Gdy barwą tą jest np. nasycona barwa żółta widma, równanie (3) ma postać następującą

$$B_ż = x_1C + x_2Z - x_3N; \qquad (f)$$

punkt, odpowiadający tej barwie leży poza bokiem CZ trójkąta, gdyż, jak to wynika z równania (3) równaniem tego boku jest $x_3 = 0$. Równanie (f) oznacza, że dopiero po zmieszaniu w odpowiednich stosunkach barwy żółtej z niebieską otrzymamy barwę, która by powstała ze zmieszania czerwieni i zieleni w stosunku $x_1 : x_2$.

Teoria Maxwella znalazła praktyczne zastosowanie w fotografii trójbarwnej. Kliszę fotograficzną pokrywa się warstewką drobnych ziarn, z których każde przepuszcza światło tylko jednej barwy podstawowej; elementy więc powierzchni kliszy naświetla głównie ta składowa padającego światła złożonego, którą przepuszcza ziarno, leżące bezpośrednio na danym elemencie. Mniejsza lub większa przezroczystość tego elementu (po wywołaniu kliszy) zależy od natężenia barwy podstawowej, dla której ziarno filtru, przylegające do elementu, było przezroczyste. Gdy kliszę (po wywołaniu) oglądać będziemy w świetle przechodzącym, stwierdzimy, że przez te elementy powierzchni kliszy, które wyświetliły się pod działaniem np. światła czerwonego, będzie przechodziła składowa czerwona światła padającego; przez te, które wyświetliły się pod działaniem światła zielonego — zielona, niebieskiego — niebieska, w stosunkach proporcjonalnych do tych, w jakich barwy te znajdowały się w świetle wysyłanym przez przedmioty fotografowane. A że ziarna filtru są małe, i koła ich rozproszenia na siatkówce wzajemnie na siebie zachodzą, wrażenie barwne, jakie otrzymujemy, odpowiada sumie barw, przepuszczonych przez poszczególne ziarna; przedmioty fotografowane ukazują się nam w barwach mniej więcej podobnych do rzeczywistych.

Odpowiednikiem fizjologicznym teorii Maxwella jest teoria Younga (1807) rozwinięta następnie przez Helmholtza (1882 r.). Teoria ta, której bliżej rozpatrywać nie będziemy, zakłada, że widzeniu barw towarzyszą trzy odrębne procesy fizjologiczne. Pierwszy wywołuje wrażenie światła czerwonego, drugi — zielonego, trzeci — według Younga, niebieskiego, według niektórych badaczy późniejszych, fioletowego. Światło jednorodne wzbudza na ogół wszystkie trzy procesy, lecz w niejednakowym natężeniu; tak np. światło żółte wzbudza proces czerwony (że go tak dla skrócenia nazwiemy), w nieco mniejszym stopniu — zielony i w znikomo małym stopniu — niebieski (lub fioletowy). Gdy wszystkie trzy procesy zachodzą jednocześnie z jednakowym natężeniem, otrzymujemy wrażenie światła białego; światło białe o natężeniu równym zeru wywołuje wrażenie czerni, która tym sposobem tylko ilościowo różni się od bieli, podobnie zresztą, jak w teorii Maxwella i w stożku Lamberta.

Na innych zgoła założeniach oparta jest tzw. psychologiczna teoria Heringa (1872 r.), której omawianie przekroczyłoby ramy tej książki.

Z nieskończonej ilości barw oko rozróżnia stosunkowo niewiele (z barw widma od 100 do 130), zdolność bowiem rozpoznawania odcieni zbliżonych jest u człowieka ograniczona. Najmniej wrażliwe jest oko na odcienie końcowych barw widma (zwłaszcza części czerwonej), największą wrażliwość wykazuje w pobliżu żółtej linii *D* (nieco poza nią, w stronę zielonej części widma) i w pobliżu linii *F* (nieco przed nią, ku zielonej części widma). Podobnie rzecz się ma z odróżnianiem stopnia nasycenia danej barwy. Według Gottlieba (1917 r.), zblednięcie barwy czerwonej staje się wyraźne, gdy ilość domieszanej barwy białej dochodzi do 20% (przy niezbyt silnym oświetleniu), barwy żółtej przy mniej więcej 30%, zielonej przy dwudziestu paru, niebieskiej przy 37% i wreszcie fioletowej przy 24%.

Jeszcze większe różnice zachodzą we wrażliwości oka na światło różnych barw. Okazuje się, że oko jest najwrażliwsze na promienie żółto zielone (w pobliżu linii *D*, nieco poza nią ku zielonej części widma) i że wrażliwość ta szybko maleje zarówno w stronę czerwonej, jak i fioletowej części widma.

Oznaczmy przez E_λ energię światła, wysyłanego przez daną wąską część widma, przez J_λ — jasność tej części; miarą wrażliwości oka na daną część widma będzie wtedy

$$\varphi(\lambda) = \frac{J_\lambda}{E_\lambda}.$$

Wielkość $\varphi(\lambda)$ ma dla różnych barw różne wartości, zjawisko zatem zachodzi tak, jak gdyby siatkówkę pokrywała cienka warstewka, niejednakowo przezroczysta dla promieni różnych barw. Strumień światła, zmierzony fotometrycznie, równy jest

$$\Phi(\lambda) = m\ \varphi(\lambda)\ E_\lambda,$$

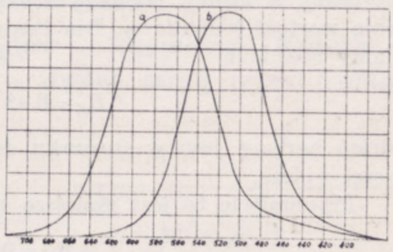
gdzie m jest wielkością stałą o wartości, zależnej od wyboru jednostek, w których mierzymy energię i strumień światła. Gdy mamy do czynienia ze źródłami, wysyłającymi światło tej samej barwy, $\varphi(\lambda)$ ma dla tych źródeł wartość jednakową i stosunek strumieni światła jest w granicach widma widzialnego równy stosunkowi energii, wypromieniowanych przez źródła.

Oznaczając przez jedność największą wrażliwość oka, otrzymujemy, według Hyde'a, Forsythe'a i Cady'ego (1918 r.) krzywą *a* (rys. 129), gdzie odciętymi są długości fal danego światła (p. rozdz. VII), rzędnymi — względne wrażliwości oka.

Ten rozkład wrażliwości pozostaje bez zmiany przy wszystkich natężeniach, większych od pewnej dolnej granicy. Poniżej tej granicy krzywa wrażliwości przesuwa się w stronę fioletowej części widma (krzywa *b* rys. 129). Tak np. znak czerwony na drogowskazie, wydający się nam

w świetle dziennym jaśniejszy od niebieskiego, staje się o zmierzchu o wiele ciemniejszy, prawie czarny, podczas gdy niebieski staje się jaśniejszy i mniej nasycony (zjawisko Purkinjego). Jednocześnie następuje stopniowo zanik zdolności rozróżniania barw. Krzywa *a* wyraża zatem wrażliwość przy pełnym oświetleniu (widzenie za dnia), krzywa *b* — przy oświetleniu słabym (widzenie o zmierzchu).

Według Kriesa (1894 r.) zjawisko to wiąże się z istnieniem na siatkówce dwojakiego rodzaju zakończeń nerwu ocznego, a mianowicie pręcików i czopków. Czopki skupione głównie na plamce żółtej i w jej pobliżu, są właśnie tymi organami, w których zachodzą owe trzy podstawowe procesy fizjologiczne, których istnienie zakłada teoria Younga i które warunkują widzenie barw; wzbudzenie jednak tych procesów wymaga światła o znacznym stosunkowo natężeniu. Pręciki, rozmieszczone poza plamką żółtą, są bardzo wrażliwe na światło, nie pozwalają jednak rozróżniać barw. Tym się tłumaczy znany fakt, że w nocy zarysy przedmiotów nie są nigdy tak ostre, jak w dzień, wtedy bowiem światło o małym natężeniu działa tylko na obwodowe części siatkówki, na których jak wiemy, nie może powstać wyraźny obraz. Przesunięcie maksimum krzywej wrażliwości ku fioletowemu końcowi widma nadaje wszystkim przedmiotom zabarwienie niebieskie (podobne w pewnym stopniu do tego, jak przy świetle księżyca). Zjawisko Purkinjego polega po prostu na tym, że o zmierzchu zmniejsza się działalność czopków, zwiększa się pręcików, wobec czego oko staje się wrażliwsze na światło niebieskie.



Rys. 129

Teoria Kriesa, na ogół dobrze wyjaśniająca zjawisko, ma jednak przeciwników, głównie wśród zwolenników teorii Heringa.

5. PORÓWNYWANIE ŹRÓDEŁ ŚWIATŁA O RÓŻNYCH BARWACH

Na podstawie rozważań ustępu poprzedniego łatwo zrozumieć, dlaczego porównywanie źródeł światła o różnych barwach — fotometria heterochromatyczna (gr. heteros — inny, różny) nastręcza trudności, z jakimi nie spotykamy się w pomiarach, omówionych w ust. 2 rozdz. I. Pierwszą i bodaj największą trudność stanowi określenie, co należy rozumieć przez jednakową jasność przedmiotów, oświetlonych przez źródła, wysyłające światło o różnych barwach. W pierwszej chwili skłonni bylibyśmy mniemać, że pojęcie to w ogóle w tym przypadku nie ma żadnego znaczenia, że jest rzeczą niemożliwą mówić o jednakowej jasności powierzchni, z których jedna oświetlona jest np. światłem czerwonym, druga — niebieskim. Doświadczenie jednak wskazuje, że przy pewnej wprawie możemy, zmieniając odpowiednio natężenie jednego ze źródeł, ustalić przy jakim natężeniu jasności tych powierzchni najmniej się różnią i przyjąć, że wtedy właśnie są one równe. Stwier-

dzenie jednakowej jasności powierzchni A i B, oświetlonych przez źródła o różnych barwach, polegałoby, w myśl tego założenia (Helmholtz), na wyszukaniu z szeregu odcieni, jakie można przez samą zmianę natężenia otrzymać ze źródła oświetlającego ciało B, takiej barwy, która by była najpodobniejsza do barwy A.

W analogiczny zresztą sposób wykonywamy zwykłe pomiary fotometryczne. Używane przez nas źródła światła białego dają na ogół światło różnych odcieni, często dość odmiennych od białej barwy światła słonecznego. Według Ives'a (1911 r.) barwa światła słonecznego wyraża się równaniem (p. wzór 3)

$$B_S = 0{,}38\,C + 0{,}37\,Z + 0{,}25\,N,$$

a więc jedynie swym składnikiem niebieskim odbiega nieco bardziej od białości teoretycznej, w której, jak o tym była wyżej mowa, wszystkie trzy współczynniki mają wartość jednakową. Dla żarówki o włóknach węglowych (3,1 wata na 1 cd.) mamy równanie

$$B_Z = 0{,}48\,C + 0{,}41\,Z + 0{,}11\,N;$$

odcień barwny jest w stosunku do światła słonecznego przesunięty ku czerwonej części widma.

Przesunięcie to jest mniejsze w świetle palnika Auera

$$B_A = 0{,}42\,C + 0{,}41 + Z + 0{,}17\,N$$

i jeszcze mniejsze w łuku elektrycznym (na prąd stały)

$$B_L = 0{,}41\,C + 0{,}36\,Z + 0{,}23\,N.$$

Tzw. światłu Moore'a, to znaczy światłu wysyłanemu przez elektrycznie pobudzany do świecenia dwutlenek węgla, odpowiada równanie

$$B_M = 0{,}31\,C + 0{,}31\,Z + 0{,}38\,N,$$

a więc barwa prawie identyczna z teoretyczną bielą.

Na tym określeniu jasności opierają się tzw. bezpośrednie metody pomiarów, nie odbiegające od metod zwykłej fotometrii. Gdy różnica porównywanych barw jest zbyt wielka, używa się zazwyczaj tzw. metody kaskadowej, w której bierze się szereg barw, pośrednich między danymi barwami, i porównywa się kolejno barwy sąsiednie, mniej, rzecz prosta, różniące się, niż barwy skrajne. Osiąga się w ten sposób większą dokładność każdego pomiaru poszczególnie, błąd jednak ostateczny jest sumą błędów poszczególnych.

Z metod tzw. pośrednich najczęściej używana jest metoda migotania (Rood, 1899 r.), oparta na następującej zasadzie.

Oświetlajmy w równych odstępach czasu ekran fotometru to jednym, to drugim źródłem światła; przy powolnej stosunkowo zmianie oświetleń będziemy odczuwali wrażenie każdej barwy oddzielnie, przy większej częstości zmian doznamy przykrego na ogół wrażenia migotania,

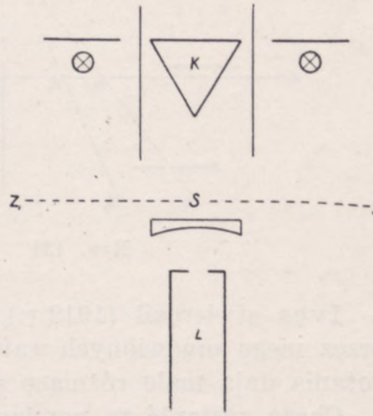
które ze wzrostem częstości będzie się stopniowo zmniejszało, aby przy pewnej częstości krytycznej przejść we wrażenie barwy, otrzymanej ze zmieszania barw oświetlających.

Natężenie światła tej barwy mieszanej jest takie, jak gdyby oba źródła oświetlały ekran stale z natężeniem, równym przeciętnej natężeń (w ciągu jednego obrotu) danego źródła (prawo Talbota).

Częstość ta jest tym wyższa, im bardziej różnią się porównywane barwy. Zmieniając stosunek natężeń światła tych barw, mierzymy odpowiednie częstości krytyczne i przyjmujemy, że najmniejszej z nich odpowiada jednakowa jasność.

Przy porównywaniu źródeł światła o barwach jednakowych migotanie znika przy każdej częstości zmian, gdy oświetlenia są wyrównane.

W pierwszym z tego typu przyrządów — fotometrze Rooda — przed klinem gipsowym K, oświetlonym z dwóch stron przez badane źródła światła przesuwa się tam i z powrotem równolegle do prostej Z_1Z_2 (rys. 130), soczewka S, rzucająca do lunety L obserwatora światło, rozpraszane to przez jeden, to przez drugi bok klina.



Rys. 130

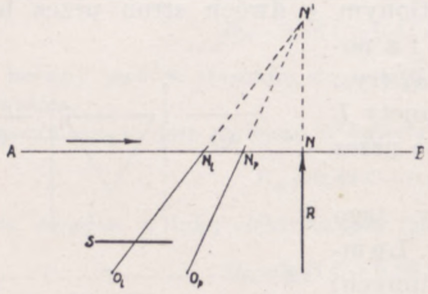
Później zbudowane fotometry tego typu (Ives'a i Brady'ego, 1912 r. Lummera i Pringsheima, 1906 r. i innych) różnią się od fotometru Rooda jedynie szczegółami konstrukcyjnymi.

Od metody tej niewiele odbiega metoda oświetlenia przerywanego (Heycraft, 1897 r.). Ekran jest oświetlany światłem jednego z porównywanych źródeł tak, aby w przerwach był w zupełnej ciemności, następnie zaś w podobny sposób światłem drugiego źródła. Wyznacza się w obu przypadkach częstość, przy której znika migotanie. Dobiera się tak stosunek natężeń światła źródeł, aby częstość krytyczna była w obu przypadkach jednakowa. Przyjmujemy, że temu stosunkowi natężeń odpowiada jednakowa jasność ekranu.

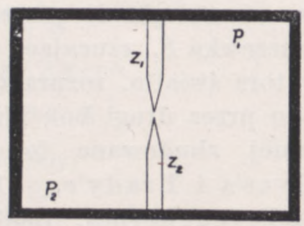
Z innych metod pośrednich omówimy jeszcze pokrótce metodę stereoskopową (Pulfrich, 1922 r.), opartą na ustalonym przez badania fizjologiczne fakcie, że wrażenie świetlne nie występuje natychmiast po podrażnieniu siatkówki, lecz nieco później; opóźnienie to wzrasta ze zmniejszeniem się jasności. Umieśćmy np. na jednym tle (arkusz papieru, szyba jasno oświetlonego okna) dwa ostrza, jedno na przedłużeniu drugiego i prawie stykające się, i przesuwajmy dolne ostrze wzdłuż prostej, prostopadłej do ostrza górnego. Patrząc na ostrze obu oczami, stwier-

dzamy, że ruch jego jest prostoliniowy. Jeżeli jednak jedno oko przykryjemy szkłem zadymionym lub barwnym, wyda się nam, że ostrze porusza się po elipsie, leżącej w płaszczyznie osi oczów. Niech np. w pewnej chwili ruchome ostrze R zajmuje położenie N na prostej AB (rys. 131), poruszając się w kierunku wskazanym strzałką. Opóźnienie w odczuwaniu wrażeń spowoduje, że w tej właśnie chwili każde oko będzie widziało, ostrze nieco na lewo od punktu N, przy czym dla oka O_l (lewego na rysunku), otrzymującego światło o natężeniu, wskutek pochłaniania w szkle s, mniejszym, przesunięcie będzie większe, niż dla oka Op, wobec czego będzie się wydawało, że ostrze znajduje się w punkcie N' poza linią AB.

W fotometrze Pulfricha (rys. 132) dwie wskazówki Z_1 i Z_2, poruszają się drgającym ruchem prostoliniowym na tle ekranów P_1 i P_2 ze szkła mlecznego. Obserwatorowi, patrzącemu na każdą z tych wskazówek jednym tylko okiem, wydają się one, jako jedna wskazówka Z. Gdy ekrany P_1 i P_2 oświetlone są różnymi źródłami światła, pozorna droga wskazówki ma kształt elipsy, która przy odpowiednim dobraniu natężeń badanych źródeł przechodzi w linię prostą. Pulfrich zakłada, że wtedy właśnie jasność obu ekranów jest jednakowa.



Rys. 131



Rys. 132

Ives stwierdził (1912 r.), że przy spełnieniu pewnych, szczegółowo przez niego omówionych warunków, metody bezpośrednie i metoda migotania dają mało różniące się wyniki.

Chcąc zastąpić te pomiary subiektywne (p. rozdz. I, ust. 2) pomiarami obiektywnymi, należy uwzględnić niejednakową wrażliwość oka na światło różnych barw (p. ust. 4), co sprawia, że używanie przyrządów mierniczych, których wskazania byłyby, niezależnie od rodzaju użytego światła, proporcjonalne do pochłanianej przez nie energii, (jak np. bolometru), prowadzi do wyników, całkowicie odmiennych od tych, jakie otrzymujemy z właściwych pomiarów fotometrycznych.

Podobnie nie nadają się i przyrządy, które, pochłaniając selekcyjnie energię świetlną, mają krzywą pochłaniania inną, niż krzywa wrażliwości oka, jak np. klisza fotograficzna, której zaczernienie jest do pewnego stopnia miarą pochłanianego przez nią światła, lub komórka fotoelektryczna, w której cienka warstewka metalu (litu, sodu, potasu, rubidu, cezu), umieszczona w naczyniu, opróżnionym z powietrza, wysyła pod działaniem światła strumień elementarnych nabojów ujemnych (elektronów ujemnych). Gdy połączymy warstewkę tę z ujemnym biegunem źródła prądu (którego biegun dodatni połączymy z ziemią), przeciwległą zaś do war-

stewki płytkę metalową poprzez galwanometr z ziemią, stwierdzimy przepływ prądu (od płytki do warstewki) o natężeniu, w szerokich granicach proporcjonalnych do natężenia oświetlającego warstewkę światła. W tych samych pozostałych warunkach natężenie prądu zależy od rodzaju użytego do oświetlenia światła. Dla litu i sodu maksimum leży poza granicami promieniowania widzialnego, dla potasu — w niebiesko-fioletowej części widma, między liniami *F* i *G*, dla rubidu w pobliżu linii *F*, dla cezu zaś nieco poza nią, ku czerwonej części widma (Pohl i Pringsheim, 1910 r.). Wszystkie te krzywe znacznie odbiegają od krzywej wrażliwości oka

Tej niezgodności można jednak zapobiec, umieszczając, jak na to wskazał Féry (1908 r.), przed przyrządem mierniczym odpowiednio dobrane filtry ciekłe o pochłanianiu selekcyjnym.

Spomiędzy wielu filtrów tego rodzaju najlepiej, jak się zdaje, odpowiada swemu przeznaczeniu filtr Ives'a (1917 r.).

Rozdział VI

NARZĘDZIA OPTYCZNE

1. NARZĘDZIA OPTYCZNE

Oko nie odróżnia, jak wiemy, punktów, których odległość kątowa jest mniejsza od 1′ (p. rozdz. V, ust. 3), wobec czego dla szczegółowego obejrzenia przedmiotu musimy oko przysunąć jak najbliżej, aby zwiększyć kąt, pod jakim widzimy poszczególne części przedmiotu. Przyjmijmy, że odległość punktu najbliższego wynosi przeciętnie 15 cm, co, niewątpliwie dla znacznej ilości ludzi leży poniżej granicy dokładnego widzenia. W tych najlepszych przeto warunkach oko będzie widziało oddzielnie punkty odległe wzajemnie o 0,045 mm. Dalsze przybliżanie przedmiotu zwiększając kąt widzenia, zmniejszy jednocześnie ostrość obrazu. W dodatku, nie zawsze jest rzeczą możliwą zbliżyć się do badanego przedmiotu, często zmuszeni jesteśmy oglądać go ze znacznej odległości, co oczywiście zmniejsza zdolność rozpoznawczą oka. Gdy, jak np. w obserwacjach astronomicznych, oglądane przedmioty znajdują się tak daleko, że wydają się nam świecącymi punktami, dokładnemu ich widzeniu może poza tym stanąć na przeszkodzie zbyt mała ilość światła wysyłanego przez nie do naszego oka i tym samym zbyt słabe oświetlenie siatkówki. We wszystkich tych przypadkach używa się pomocniczych układów optycznych, nazywanych zazwyczaj n a r z ę d z i a m i o p t y c z n y m i.

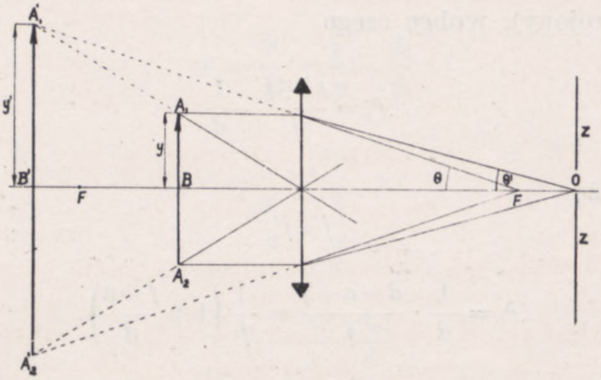
Ściśle biorąc narzędziami optycznymi są wszystkie przyrządy, których działanie oparte jest na zjawiskach optycznych (odbicia, załamania, rozszczepienia itd.). Zwyczaj jednak utrwalił nazwę narzędzi optycznych dla przyrządów, ułatwiających widzenie lub też zwiększających zdolność rozpoznawczą oka.

Narzędzia te ujmując rzecz z gruba, podzielić można na dwie grupy. Do pierwszej należą układy dające obrazy urojone (lupa, mikroskop, luneta), do drugiej — układy dające obrazy rzeczywiste (przyrządy projekcyjne, aparaty fotograficzne).

2. LUPA (SZKŁO POWIĘKSZAJĄCE, MIKROSKOP PROSTY)

Najprostszym przyrządem pierwszego typu jest zwykła soczewka zbierająca tzw. lupa (fr. loupe) albo szkło powiększające albo wreszcie mikroskop prosty.

Umieśćmy badany przedmiot A_1A_2 między ogniskiem a lupą (rys 133) tak, aby odległość d urojonego prostego obrazu od oka OZZ była za-



Rys. 133

warta w granicach odległości punktu najbliższego (punctum proximum) i najdalszego (punctum remotum).

Powiększeniem bezwzględnym lupy nazywamy za Verdetem kąt, pod jakim widzimy obraz jednostki długości przedmiotu a więc kąt

$$\mathcal{P}_b = \frac{\sphericalangle A_1'OB'}{y},$$

gdzie przez y oznaczamy długość A_1B. Obecnie jednak przyjmuje się zazwyczaj za powiększenie bezwzględne stosunek tangens kąta Θ' do y (Abbe) tak, że mamy

$$\mathcal{P}_b = \frac{\operatorname{tg}\Theta'}{y}. \tag{1}$$

Z trójkąta $A_1'OB'$ otrzymujemy

$$\operatorname{tg}\Theta' = \frac{A_1'B'}{OB'} = \frac{y'}{d},$$

skąd

$$\mathcal{P}_b = \frac{y'}{y} \cdot \frac{1}{d}.$$

Oznaczmy przez a odległość oka od środka soczewki, d będzie wtedy równe $s'+a$, gdzie s' jest odległością obrazu od środka soczewki. Wiemy jednak, że (wzór 9a, rozdz IV)

$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{s'+f'}{f'}$$

(obraz jest urojony), wobec czego

$$\mathcal{P}_b=\frac{s'+f'}{f'}\cdot\frac{1}{d}$$

lub z uwagi, że

$$f=f'$$

$$\mathcal{P}_b=\frac{1}{d}\cdot\frac{d-a+f}{f}=\frac{1}{f}\left(1+\frac{f-a}{d}\right). \tag{2}$$

Gdy a jest mniejsze od f, a więc, gdy $f-a$ jest większe od zera, wielkość $\mathcal{P}_b$ nazywana często **mocą optyczną** lupy, zmniejsza się w miarę wzrastania d; w tym więc przypadku lupa jest najlepiej wyzyskana, gdy obraz przypada w odległości punktu najbliższego $d=d_p$. Gdy $a=f$, oko znajduje się w ognisku

$$\mathcal{P}_b=\frac{1}{f}\,; \tag{2a}$$

moc optyczna nie zależy od odległości obrazu. Powiększenie wyraża się tym samym wzorem, gdy przedmiot znajduje się w ognisku, d jest bardzo wielkie, ułamek $\frac{f-a}{d}$ bardzo mały; w jakiejkolwiek więc odległości od lupy umieścimy oko, obraz widzieć będziemy zawsze pod tym samym kątem.

Wrażenie jednak, jakiego wtedy doznajemy, oddalając oko od lupy, jest wręcz przeciwne: wydaje się nam, że im dalej umieścimy oko, tym kąt, pod jakim widzimy obraz, jest większy. Jest to złudzenie, wynikające stąd, że wtedy zmniejsza się kąt, pod jakim widzimy lupę, obraz zatem wzrasta w stosunku do lupy.

Wreszcie, gdy $a>f$, $\mathcal{P}_b$ wzrasta ze wzrostem odległości d; największą wartość $\mathcal{P}_b$ otrzymujemy dla $d=d_r$.

Często za miarę powiększenia przyjmuje się stosunek kąta, pod jakim widzimy obraz, do kąta, pod jakim byśmy widzieli przedmiot, gdybyśmy go umieścili w odległości dokładnego widzenia.

Oznaczając odpowiednie kąty przez Θ i Θ', mamy z wystarczającym przybliżeniem

$$\Theta' = \frac{y'}{d}; \quad \Theta = \frac{y}{d_0},$$

skąd

$$\mathcal{P}_s = \frac{\Theta'}{\Theta} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{d_0}{d}$$

lub z uwagi, że

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\mathcal{P}_s = \frac{s'}{s} \cdot \frac{d_0}{d}. \tag{2b}$$

Gdy s' jest bardzo wielkie, s zatem równe f, możemy przyjąć

$$d = s',$$

o ile oko znajduje się dostatecznie blisko lupy, a więc a jest małe w porównaniu z s'. Otrzymujemy wtedy

$$\mathcal{P}_s = \frac{d_0}{s} = \frac{d_0}{f}. \tag{2c}$$

Zwyczajowo d_0 przyjmuje się za równe 25 cm (por. rozdz. V, ust. 3), tak że mamy

$$\mathcal{P}_s = \frac{25}{f}.$$

Wielkość $\mathcal{P}_s$ oznacza powiększenie subiektywne.

W rozważaniach powyższych uważaliśmy lupę za soczewkę nieskończenie cienką. Uwzględniając jej grubość, otrzymalibyśmy wzory identyczne, w których a byłoby odległością oka od płaszczyzny głównej przestrzeni obrazu soczewki, $\mathcal{F}$ zaś odległością ogniskową liczoną od płaszczyzny głównej przestrzeni przedmiotu.

Gdy, jak to bywa najczęściej, średnica soczewki jest większa od źrenicy oka, źrenicą wejściową jest źrenica oka, krawędź soczewki — przesłoną pola widzenia, (p. rozdz. IV, ust. 8). Ponieważ obrazem soczewki w jej przestrzeni przedmiotu jest taż soczewka, przesłona pola widzenia

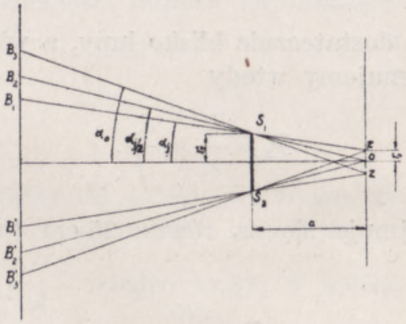
nigdy nie leży w płaszczyźnie $A'_1 A'_2$ obrazu, który, wobec tego, nie ma jasności równomiernej. Promienie, wychodzące ze środkowej części $B_1 B'_1$ rozległego obrazu wypełniają całkowicie źrenicę oka (rys. 134), promienie z pasa, zawartego między $B'_1 B_1$ i $B_2 B'_2$ jedynie połowę źrenicy, promienie, wychodzące z punktów, leżących poza B_3, B'_3 wcale do oka nie dochodzą. Oznaczmy przez $\alpha_j, \alpha_{j/2}$ i α_0 — kąty, jakie z osią układu tworzą promienie, wychodzące z granicznych punktów tych pasów jasności (nie odgraniczonych wyraźnie, lecz stopniowo przechodzących jeden w drugi), a przez r_s i r_o promienie soczewki i źrenicy oka. Mamy

$$\operatorname{tg}\alpha_j = \frac{r_s - r_o}{a}\,; \quad \operatorname{tg}\alpha_{j/2} = \frac{r_s}{a}\,; \quad \operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{r_s + r_o}{a}\,,$$

skąd można wyznaczyć kąty widzenia o największej, średniej i najmniejszej jasności.

Tak np. w lupie o promieniu 2,5 cm, umieszczonej w odległości 1,5 cm od oka, (r_0 około 4 mm) pole jasności normalnej będzie zawarte w kącie mniej więcej równym 108^0 ($\alpha_j \approx 54^0$) całkowite zaś pole widzenia w kącie mniej więcej równym 124^0 ($\alpha_0 \approx 62^0$).

Lupa posiada, oczywiście, wszystkie te wady optyczne soczewek, o których była mowa w rozdz. IV. Braki te tym silniej się uwydatniają,



Rys. 134

im większa jest moc optyczna lupy, a więc im krótsza jest jej ogniskowa i co za tym idzie, mniejsze promienie krzywizny. Z tego też powodu nie używa się lup, powiększających silniej niż kilka razy (do 10).

Lupa Wollastona składa się z dwóch sklejonych ze sobą półkuli szklanych (rys. 135) oddzielonych od siebie diafragmą z otworem w środku; przez lupę przechodzą tylko promienie prawie prostopadłe do powierzchni łamiących, co, rzecz prosta, zmniejsza zarówno sferyczną, jak i chromatyczną aberację.

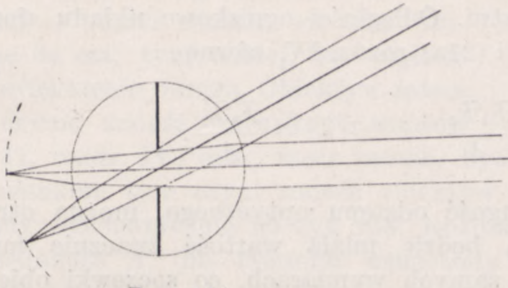
Znaczne powiększenie daje lupa Stanhope'a (rys. 136).Jest to walec szklany o jednej podstawie kulistej, drugiej zaś — prawie płaskiej. Długość walca jest równa ogniskowej przestrzeni przedmiotu kulistej powierzchni łamiącej. Przedmiot jest przy-

stawiony (zazwyczaj przyklejony) do płaskiej podstawy walca, widzi go się więc tak, jak gdyby znajdował się w szkle. Mamy zatem

$$\frac{n}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{n-1}{R}$$

i kładąc $s' = \infty$, przedmiot bowiem znajduje się w ognisku, otrzymujemy

$$s = f = \frac{nR}{n-1};$$



Rys. 135



Rys. 136

gdy $n = 1{,}5$,

$$f = 3R.$$

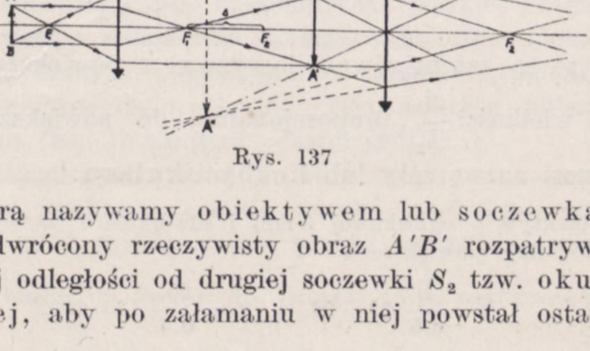
Niech R będzie równe 2 mm, f zatem 6 mm,

$$\mathcal{P}_S = \frac{250}{6} \approx 42.$$

Przedmiot o promieniu 1 mm wyda się nam, jak przedmiot o promieniu 4,2 cm, oglądany z odległości 25 cm.

3. MIKROSKOP ZŁOŻONY (DROBNOWIDZ)

Do otrzymania znaczniejszych powiększeń używa się nie pojedynczej soczewki, lecz układu soczewek. W najprostszym przypadku układ ten sprowadza się do dwóch soczewek zbierających (rys. 137). Pierwsza



Rys. 137

z nich S_1, którą nazywamy **obiektywem** lub **soczewką przedmiotową**, daje odwrócony rzeczywisty obraz $A'B'$ rozpatrywanego przedmiotu w takiej odległości od drugiej soczewki S_2 tzw. **okularu** lub **soczewki ocznej**, aby po załamaniu w niej powstał ostatecznie obraz

urojony $A''B''$ prosty w stosunku do $A'B'$, (odwrócony w stosunku do AB) w odległości dokładnego widzenia od oka obserwatora. Tego rodzaju układ nosi nazwę mikroskopu złożonego lub drobnowidza.

Pierwszy mikroskop złożony zbudował, jak się zdaje, optyk holenderski Zachariasz Janson około r. 1590.

Oznaczmy przez $\mathcal{F}_1$ i $\mathcal{F}_1'$ ogniskowe obiektywu, przez $\mathcal{F}_2$ i $\mathcal{F}_2'$ — ogniskowe okularu, przez $\varDelta$ — odstęp optyczny (p. rozdz. IV, ust. 3), w mikroskopie zawsze dodatni. Odległości ogniskowe układu złożonego są, zgodnie ze wzorem (21) i (21a) rozdz. IV, równe

$$\mathcal{F} = -\frac{\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2}{\varDelta} \quad \text{i} \quad \mathcal{F}' = -\frac{\mathcal{F}_1'\mathcal{F}_2'}{\varDelta}.$$

Dobierając odpowiednio długość odstępu optycznego, można otrzymać układ, w którym ogniskowa będzie miała wartość znacznie mniejszą od ogniskowej lupy o tych samych wymiarach, co soczewki obiektywu czy okularu.

Niech np. $\varDelta$ jest, jak to bywa najczęściej, równe 160 mm, $\mathcal{F}_1 = 5$ mm, $\mathcal{F}_2 = 10$ mm, wtedy $\mathcal{F}$ jest równe 0,3 mm, a więc równe ogniskowej soczewki dwuwypukłej ze szkła lekkiego o promieniu krzywizny (w założeniu, że oba promienie są jednakowe) równym 0,3 mm, gdy tymczasem promienie krzywizny obiektywu i okularu są (przy tych samych założeniach) równe 5 i 10 mm.

Podstawiając do wzorów (2a) i (2c) tę wartość ogniskowej, znajdujemy, że powiększenia bezwzględne i subiektywne są równe

$$\mathcal{P}_b = -\frac{1}{\mathcal{F}'} = \frac{\varDelta}{\mathcal{F}_1'\mathcal{F}_2'} = \frac{1}{\mathcal{F}_1'}\left(\frac{\varDelta}{\mathcal{F}_2'}\right) \tag{3}$$

$\left(\text{obraz jest odwrócony, stąd znak } - \text{ przed } \frac{1}{\mathcal{F}'}\right)$,

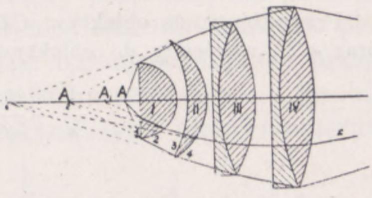
$$\mathcal{P}_s = -\frac{d_0}{\mathcal{F}'} = \frac{\varDelta \cdot d_0}{\mathcal{F}_1'\mathcal{F}_2'} = \frac{d_0}{\mathcal{F}_1'} \cdot \frac{\varDelta}{\mathcal{F}_2'}. \tag{3a}$$

Powiększenia te są zatem równe iloczynowi z powiększenia obiektywu $\left(\frac{1}{\mathcal{F}_1'} \text{ lub } \frac{d_0}{\mathcal{F}_1'}\right)$ i wielkości $\frac{\varDelta}{\mathcal{F}_2'}$, proporcjonalnej do powiększenia okularu. Wielkość ta nosi nazwę siły lub liczby okularu.

Tak np. obiektyw o ogniskowej 5 mm i sile okularu (zazwyczaj na okularze zaznaczonej) 12× daje powiększenie

$$\mathcal{P}_b = \frac{1}{0,5} \cdot 12 = 24 \quad \text{i} \quad \mathcal{P}_s = \frac{25}{0,5} \cdot 12 = 600.$$

Wywody powyższe pozostaną, oczywiście, w mocy, gdy soczewki obiektywu i okularu zastąpimy układami soczewek. Każdy z tych układów musi czynić zadość nieco odmiennym wymaganiom. Jak wynika bowiem z rozpatrzenia biegu promieni w mikroskopie (rys. 137), do obiektywu wchodzą z każdego elementu powierzchni przedmiotu wiązki silnie rozwarte, tworzące na ogół niezbyt wielkie kąty z osią optyczną przyrządu, do okularu zaś — wiązki cienkie, ale silnie nachylone do osi, tym silniej, im większe jest powiększenie obrazu. Obiektyw zatem musi czynić zadość warunkowi sinusów (wzór 31, rozdz. IV) oraz, rzecz prosta, być układem achromatycznym.



Rys. 138

Warunkom tym czyni zadość obiektyw Amici'ego (1840 r.), przedstawiony schematycznie na rys. 138. Rozpatrywany element powierzchni przedmiotu A (na rysunku oznaczony jako punkt) znajduje się, w takiej odległości od półkulistej soczewki, że obraz jego A_1 (urojony), otrzymany przez załamanie na pierwszej (płaskiej) powierzchni soczewki, leży w odległości $\frac{r}{n}$ od środka krzywizny powierzchni 2, gdzie r jest promieniem krzywizny soczewki. Punkt A jest więc punktem aplanatycznym (p. ust. 7, rozdz. IV). Promienie, wychodzące pozornie z tego punktu, a właściwie mówiąc, załamane na powierzchni płaskiej, dają po załamaniu na powierzchni 2 obraz urojony w sprzężonym drugim punkcie aplanatycznym A_2, odległym od środka krzywizny tej powierzchni o nr. Punkt A_2 jest środkiem krzywizny powierzchni 3, wobec czego promienie, wychodzące (pozornie) z tego punktu, przechodzą przez powierzchnię bez załamania; jest ona poza tym punktem anaberacyjnym w stosunku do powierzchni 4; ostatecznie zatem promienie biegną tak, jak gdyby wychodziły z punktu A_4, sprzężonego z A_2. Soczewki złożone III i IV służą do skupienia rozbieżnej wiązki, wychodzącej z soczewki I i II, i do usunięcia achromatyzmu.

Aberację, zachodzącą przy załamaniu na płaskiej powierzchni pierwszej soczewki można całkowicie usunąć, zanurzając element A w środowisku o tym samym współczynniku załamania, co szkło soczewek (np. w olejku cedrowym, $n=1{,}515$). Tego rodzaju układ nosi nazwę immersyjnego (łac. immergere — zanurzyć).

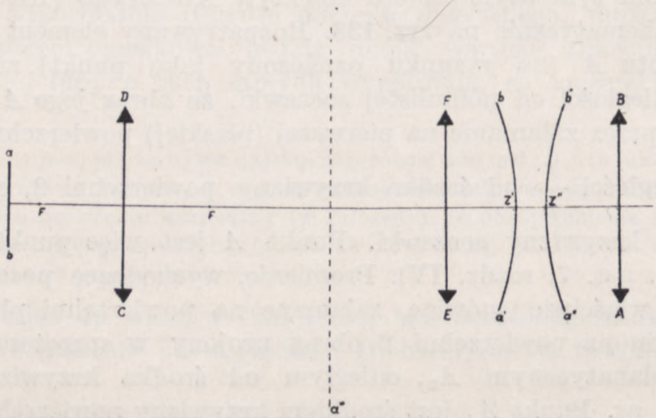
Drugi ze składowych układów mikroskopu — okular, do którego, jak widzieliśmy, wchodzą cienkie wiązki, nachylone pod znacznymi kątami do osi musi czynić zadość przede wszystkim warunkowi ortoskopii $\left(\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'} = \text{stałej, p. wzór 35, rozdz. IV}\right)$, następnie być pozbawio-

nym astygmatyzmu czystego (p. ust. 7, rozdz. IV) i wreszcie usuwać niepoprawione dostatecznie przez obiektyw zabarwienie obrazu oraz wygięcie pola. Warunki te spełnia z dostatecznym przybliżeniem okular **Huygensa** (ust. 6, rozdz. IV).

Przypuśćmy, że obiektyw *CD* (rys. 139) dawałby, gdyby nie było okularu, obraz $a'b'$, zwrócony do obiektywu wklęsłością, gdyż, jak to wynika ze wzorów

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{\mathcal{F}} \quad \text{i} \quad s'=\frac{\mathcal{F}}{1-\frac{\mathcal{F}}{s}},$$

s' wzrasta, gdy s — w tym przypadku dodatnie i większe od $\mathcal{F}$ — maleje. Na skutek załamania w pierwszej soczewce okularu *EF* powstaje obraz rzeczywisty $a''b''$ wygięty w stronę przeciwną (tym bowiem razem odległość s punktów obrazu $a'b'$

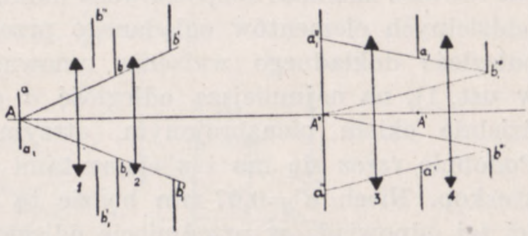


Rys. 139

od środka soczewki jest ujemna, wobec czego s' ze wzrostem s wzrasta); wygięcie jest wobec wygięcia przedmiotu $a'b'$ mniejsze. Gdyby obraz $a''b''$ był płaski, soczewka *AB* dałaby obraz zakrzywiony, zwrócony wypukłością do soczewki (s jest mniejsze od $\mathcal{F}$), ponieważ jednak z'' jest nieco dalej od soczewki, niż a'' i b'', krzywizna jeszcze raz się zmniejszy i otrzymamy obraz $a'''b'''$ albo zupełnie płaski albo, w najgorszym przypadku, nieco zakrzywiony, mniej jednak, niż obraz $a'b'$. Rolę lupy pełni zatem, ściśle mówiąc, tylko soczewka *AB*.

Niech bb_1 będzie otworem przesłony, umieszczonej w obiektywie i ograniczającej wiązkę promieni, wchodzącą do mikroskopu (rys. 140). Obraz otworu tej przesłony $b'b_1'$ wytworzony przez pierwszą soczewkę obiektywu, jest źrenicą wejściową obiektywu, a zarazem całego układu; obraz $b''b_1''$ otworu $b'b_1'$, wytworzony przez drugą soczewkę obiektywu (lub układ soczewek obiektywu, leżący po przeciwnej do soczewki pierwszej stronie przesłony bb_1), jest źrenicą wyjściową obiektywu. Obraz tej źrenicy, wytworzony przez okular, jest źrenicą wyjściową układu.

Obraz ten jest obrazem rzeczywistym i odwróconym i stanowi koło oczne mikroskopu, które możemy wyraźnie widzieć w postaci jasnej tarczy, umieszczając w płaszczyźnie $b'''b_1'''$ ekran (por. rozdz. IV, ust. 8). Wiązka promieni, wychodzących z dowolnego elementu powierzchni obserwowanego ciała, mająca za podstawę otwór źrenicy pierwszej, ma po załamaniu za podstawę źrenicę $b'''b_1'''$. Jeżeli źrenicę oka umieścimy w płaszczyźnie koła ocznego, pole widzenia będzie ograniczone przez brzegi soczewek okularu, wobec czego przy znaczniejszym powiększeniu jasność obrazu będzie, podobnie, jak w szkle powiększającym, nierównomierna. Umieszczając w płaszczyźnie $a_1A'a'$ przesłonę o odpowiednio dobranym otworze, nie dopuszcza się do źrenicy wyjściowej wiązek, wysyłanych przez dalej od osi leżące elementy powierzchni obrazu $a_1''A''a''$ i nie wypełniających całkowicie koła ocznego. W ten sposób ogranicza się pole widzenia do tej części przedmiotu, która wydaje się nam równomiernie jasna.



Rys. 140

Przedmiot, obserwowany przez mikroskop, bywa najczęściej nie przedmiotem świecącym, lecz oświetlonym. W rozważaniach więc naszych należałoby brać pod uwagę również i przesłony, ograniczające wiązki światła, wysyłanego przez źródło oświetlające.

Dopóki promień koła ocznego jest większy od promienia źrenicy oka lub jemu równy, jasność obrazu jest mniej więcej taka sama, jak przedmiotu, oglądanego okiem nieuzbrojonym. Jeżeli jednak promień koła ocznego jest mniejszy, jasność też jest mniejsza. Jasność obrazu wyraża się wtedy wzorem

$$J = J_0 \frac{\pi r_z^2}{\pi r_0^2} = J_0 \frac{r_z^2}{r_0^2}.$$

Promień r_z — promień koła ocznego — możemy przyjąć za równy $u'd$, gdzie u' jest połową rozbieżności wiązek, wychodzących z mikroskopu. Przyjmując, zgodnie zresztą z istotnym przebiegiem zjawiska, że u' jest dostatecznie małe, abyśmy mogli założyć $\sin u' = u'$ ze wzoru (33) rozdz. IV otrzymujemy

$$r_z = u'd = \frac{A \cdot d}{\mathcal{P}_s},$$

skąd jasność obrazu

$$J = J_0 \frac{A^2 \cdot d^2}{r_0^2 \mathcal{P}_s^2} \tag{4}$$

jest w tych samych pozostałych warunkach tym mniejsza, im większe jest powiększenie.

Założenia optyki geometrycznej, na których dotychczas opieraliśmy swoje wywody, prowadzą do wniosku, że ze wzrostem powiększenia wzrasta również zdolność rozpoznawcza mikroskopu tzn. zdolność odróżniania oddzielnych elementów oglądanego przedmiotu (por. ust. 1). Biorąc na odległość dokładnego widzenia umowną wartość 25 cm (inaczej, niż w ust. 1), na najmniejszą odległość a elementów, które widzimy rozdzielnie okiem nieuzbrojonym, otrzymujemy mniej więcej 0,07 mm. Podobnie rzecz się ma i z elementami obrazów, oglądanymi przez mikroskop. Niech $a'=0{,}07$ mm będzie tą odległością w obrazie. Odległości tej odpowiada w przedmiocie odległość a, związana z a' wzorem

$$\frac{a}{a'} = \frac{y}{y'} = \frac{1}{\mathcal{P}_s}, \text{ skąd } a = \frac{a'}{\mathcal{P}_s} = \frac{0{,}07}{\mathcal{P}_s}.$$

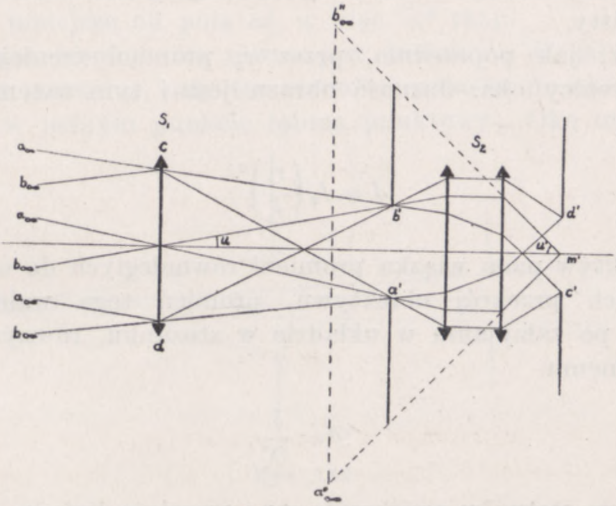
Powiększeniu więc stokrotnemu odpowiada odległość $a=0{,}0007$ mm, tysiąckrotnemu — jeszcze dziesięć razy mniejsza. Stąd wynika, że jedynie trudności techniczne mogą stać na przeszkodzie dowolnemu zwiększaniu zdolności rozpoznawczej mikroskopu. W rzeczywistości jednak sprawa przedstawia się inaczej. Jak o tym będzie mowa na innym miejscu (rozdz. VIII, ust. 13), sama istota światła narzuca nieprzekraczalną granicę zdolności rozpoznawczej. Po przekroczeniu tej granicy wzrost powiększania mikroskopu prowadzi jedynie do zwiększenia rozmiarów obrazu, nie pozwala jednak wykryć żadnych nowych szczegółów budowy badanego przedmiotu, wobec czego staje się bezużytecznym. Zazwyczaj przeto powiększenie mikroskopu jest najwyżej tysiąckrotne.

4. LUNETY (TELESKOPY)

Do zwiększenia kąta widzenia, pod którym widzimy przedmioty oddalone lub też do zwiększenia jasności oglądanego punktu świecącego służą lunety (fr. lunette), inaczej teleskopy, składające się tak, jak mikroskopy, z obiektywu i okularu. W lunetach astronomicznych i ziemskich każdy z tych układów jest układem zbierającym.

Pomysł takiej lunety wysunął Kepler w swej Dioptryce (1611 r.), sam jednak przyrządu tego nie zbudował. Pierwszy teleskop został zbudowany w parę lat później przez Scheinera (między 1613 i 1617 r.).

Obiektyw S_1 (rys. 141) mający w przeciwieństwie do obiektywu mikroskopu długą ogniskową, daje rzeczywisty i odwrócony obraz $a'b'$ bardzo odległego przedmiotu $a_\infty b_\infty$ w swojej płaszczyznie ogniskowej, którą, z wystarczającą dokładnością możemy przyjąć za płaszczyznę ogniskową okularu S_2 (na rysunku okular jest złożony). Wobec czego obraz ostateczny (odwrócony w stosunku do przedmiotu) znajduje się w równie wielkiej odległości od lunety, co oglądany przedmiot. Kąt



Rys. 141

jednak, pod którym obraz widzimy, jest znacznie większy. Istotnie, w tego rodzaju układzie bezogniskowym powiększenie kątowe, o wartości niezależnej od odległości przedmiotu od układu, równe jest (p. wzór 26b, rozdz. IV)

$$\mathcal{K} = \frac{\psi'}{\psi} = \frac{1}{\mathcal{P}} = -\frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2},$$

gdyż $\mathcal{F}_1' = \mathcal{F}_1$, $n_1 = n_2$.

Jednocześnie wszakże zmniejsza się pole widzenia, ograniczone, jak w mikroskopie, przez brzeg soczewki okularu. Umieszczając w płaszczyznie ogniskowej odpowiednio dobraną przesłonę, dopuszczamy do oka tylko te promienie, które całkowicie wypełniają źrenicę wejściową.

Niech u będzie kątem, jaki z osią tworzą promienie, wychodzące z tych skrajnych elementów przedmiotu, jakie wydają się równomiernie jasnymi, u' zaś, odpowiednim kątem promieni obrazów tych elementów. Mamy wtedy

$$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \mathcal{K},$$

skąd

$$\operatorname{tg} u = \frac{1}{\mathcal{K}} \operatorname{tg} u'.$$

W przypadku więc przedmiotów rozciągłych widzimy tym mniejszą część przedmiotu, im większe jest powiększenie.

Źrenicą wejściową jest tym razem obiektyw lunety S_1, źrenicą wyjściową — obraz obiektywu $c'd'$, wytwarzany przez okular. Obraz ten jest rzeczywisty.

Oznaczmy, jak poprzednio, przez r_z promień źrenicy wyjściowej, przez r_0 — źrenicy oka. Jasność obrazu jest i tym razem (gdy $r_z \leqslant r_0$) równa

$$J = J_0 \left(\frac{r_z}{r_0}\right)^2.$$

Gdy na obiektyw pada wiązka promieni równoległych do osi, całkowicie wypełniających przekrój obiektywu, promień tego walca świetlnego zwiększa się po załamaniu w układzie w stosunku, równym powiększeniu poprzecznemu

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{K}}.$$

W tym samym stosunku zwiększają się i wymiary liniowe obrazu obiektywu. Oznaczając promień obiektywu przez R, otrzymujemy

$$\frac{r_z}{R} = \mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{K}} \quad \text{i} \quad r_z = \frac{R}{\mathcal{K}},$$

skąd

$$J = J_0 \left(\frac{R}{r_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{\mathcal{K}^2}. \tag{5}$$

Gdy

$$\mathcal{K} = \frac{R}{r_0},$$

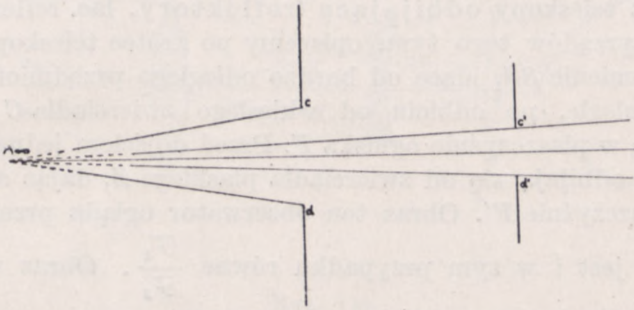
jasność obrazu jest normalna, ze wzrostem jednak $\mathcal{K}$ powyżej tej granicy, nazywanej powiększeniem normalnym, jasność maleje.

W silnym świetle dziennym średnica źrenicy oka wynosi około 2 mm, przy oświetleniu słabym dochodzi do 8 mm. Wobec czego przy powiększeniu 50-krotnym, średnica obiektywu powinna być równa co najmniej 10 cm w przypadku pierwszym, 40 cm — w drugim, o ile chcemy mieć jasność normalną.

Przebieg zjawiska jest zupełnie inny, gdy przedmiot znajduje się w tak wielkiej odległości, że wydaje się punktem świecącym. Niech $A\infty$ będzie tym nieskończenie odległym punktem (rys. 142), wysyłającym wiązkę promieni, prawie dokładnie równoległych, wypełniającą całkowicie przekrój obiektywu. Wiązka ta po załamaniu wypełni otwór źrenicy wyjściowej $c'd'$, będącej, jak wiemy, obrazem obiektywu.

Strumień światła w obu wiązkach jest ten sam, oświetlenie przeto powierzchni $c'd'$ jest tyle razy większe od oświetlenia obiektywu, ile razy pole $c'd'$ jest mniejsze od pola cd, a więc $\mathcal{K}^2$ razy.

Gdy średnica źrenicy oka równa jest średnicy $c'd'$, gdy przeto powiększenie jest normalne, cały ten strumień wchodzi do oka i jest przez nie skupiany w jednym punkcie (obraz punktowy). Oko otrzymuje zatem $\mathcal{K}^2$ razy więcej światła. Jasność więc punktu świecącego, oglądanego przez lunetę, jest $\mathcal{K}^2$ razy większa, niż przy patrzeniu okiem nieuzbrojonym. Ze wzrostem powiększenia, r_0 staje się większe od r_z, ponieważ jednak i wtedy cały strumień światła, wchodzącego do obiektywu, skupia się w oku na jednym elemencie siatkówki, jasność obrazu się nie zmienia; jedynie zatem wtedy, gdy $r_0 < r_z$, a więc gdy powiększenie jest mniejsze od normalnego, jasność wzrasta w stosunku mniejszym, niż $\mathcal{K}^2$.



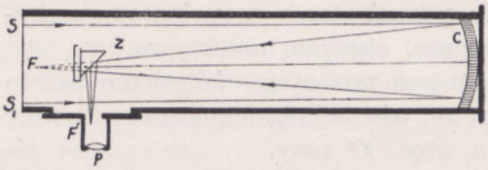
Rys. 142

Tym się tłumaczy, dlaczego przez lunetę o dostatecznie wielkim powiększeniu możemy widzieć gwiazdy nawet przy świetle dziennym. W miarę wzrostu powiększenia wzrasta jasność gwiazd, jasność zaś nieba, jako przedmiotu rozciągłego, pozostaje bez zmiany aż do chwili, gdy powiększenie stanie się normalne; przy powiększeniu wyższym od normalnego jasność gwiazd zachowuje tę samą wartość, co poprzednio, jasność zaś nieba maleje, spadając poniżej jasności przedmiotu, oglądanego okiem nieuzbrojonym.

Obiektyw i okular są w lunecie z reguły układami złożonymi. W obiektywie chodzi głównie o usunięcie chromatyzmu obrazu i zmniejszenie aberacji sferycznej.

Pierwszy z tych warunków jest tym lepiej spełniony, im mniejszy jest stosunek rozwartości układu. Dlatego też w lunetach, budowanych przed wprowadzeniem układów achromatycznych, stosunek ten był możliwie mały.

Okularem lunety jest okular typu **R a m s d e n a** (rozdz. IV, ust. 6). Obraz rzeczywisty, wytwarzany przez obiektyw, znajduje się przed pierwszą soczewką okularu, co ułatwia umieszczenie w tym miejscu przesłony, ograniczającej pole widzenia.

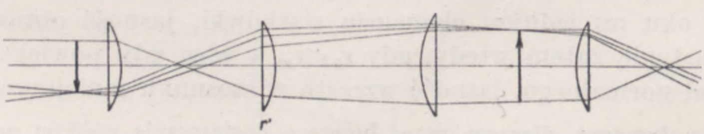


Rys. 142a

W okularze H u y g e n s a obraz ten znajduje się między soczewkami okularu.

Do obserwacyj astronomicznych, poza opisanymi wyżej lunetami (nazywanymi również r e f r a k t o r a m i, łac. refringere — łamać) są używane również teleskopy o d b i j a j ą c e (r e f l e k t o r y, łac. reflexio — zwracanie). Z przyrządów tego typu opiszemy po krótce teleskop N e w t o n a (1671 r.). Promienie SS_1 idące od bardzo odległego przedmiotu, a przeto prawie równoległe, po odbiciu od wklęsłego zwierciadła C (rys. 142a) przecinają się w płaszczyźnie ogniska F. Przed dojściem jednak do punktu przecięcia odbijają się od zwierciadła płaskiego Z, dając obraz przedmiotu w płaszczyźnie F'. Obraz ten obserwator ogląda przez okular p. Powiększenie jest i w tym przypadku równe $\frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2}$. Obraz wytworzony przez zwierciadło jest, oczywiście, achromatyczny.

Zarówno w refraktorze, jak i w reflektorach ostateczne obrazy są odwrócone w stosunku do przedmiotu. W obserwacjach astronomicznych odwrócenie to nie odgrywa żadnej roli, inaczej jednak jest, gdy luneta ma służyć do oglądania przedmiotów ziemskich. Toteż w lunetach



Rys. 143

ziemskich (nazywanych dawniej p e r s p e k t y w a m i) okular zaopatrzony jest w dodatkowe soczewki, których zadaniem jest odwrócenie obrazu, wytworzonego przez obiektyw. W najprostszym przypadku tego rodzaju okular składa się z czterech soczewek, rozmieszczonych tak, jak na rys. 143. Soczewka r' nosi nazwę soczewki o d w r a c a j ą c e j.

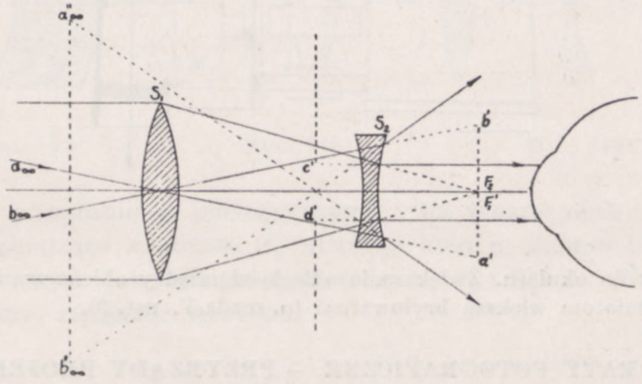
Lunety służą często, jako celowniki, do wyznaczania kierunku.

W płaszczyźnie ogniskowej obiektywu umocowuje się krzyż z nitek pajęczych i nastawia się lunetę tak, aby obraz punktu, leżącego w danym kierunku tworzył

się w płaszczyźnie krzyża, na przecięciu nitek, co łatwo sprawdzić przesuwając oko nieco w bok i obserwując, czy obraz punktu przesuwa się względem krzyża; jeżeli się nie przesuwa, obraz leży w płaszczyźnie nitek. Wtedy linia, łącząca dany punkt ze środkiem źrenicy wyjściowej, wyznacza dany kierunek.

W lunecie Galileusza, nazywanej również lunetą holenderską, okularem jest układ rozpraszający.

Taką lunetę pierwszy zbudował w 1608 r. optyk holenderski Lippershey. Galileusz użył jej w r. 1609 do obserwacji astronomicznych, odkrywając przy jej pomocy (na początku 1610 r.) księżyce Jowisza.



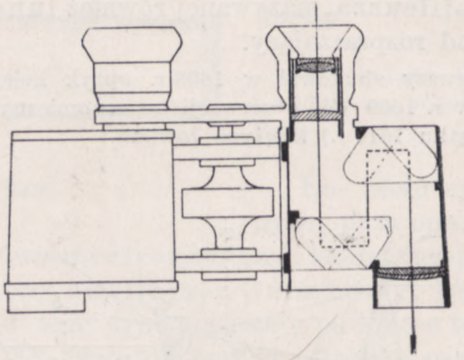
Rys. 144

Promienie, wychodzące z odległego przedmiotu $a_\infty b_\infty$ (rys. 144), padają po załamaniu w obiektywie S_1 na okular rozpraszający S_2, umieszczony przed ogniskiem obiektywu F'_1, leżącym, jak w lunecie astronomicznej w tym samym punkcie, co ognisko F_2 przestrzeni przedmiotu okularu, o ogniskowej ujemnej. Wobec tego nie powstaje żaden obraz rzeczywisty. Promienie, załamane przez okular, dają ostatecznie obraz $a''_\infty b''_\infty$ w bardzo wielkiej odległości od lunety.

Źrenicą wejściową jest i w tej lunecie soczewka obiektywu, źrenicą wyjściową — obraz jej $c'd'$, wytworzony przez okular. Obraz ten jest urojony, skutkiem czego nie można w jego płaszczyźnie umieścić źrenicy oka; odgrywa on zatem rolę przesłony pola widzenia, przez którą oko ogląda obraz $a''_\infty b''_\infty$. Podobnie więc jak w lupie, jasność obrazu nie jest równomierna i żadną przesłoną nie można wyodrębnić części o jasności normalnej, a to dlatego że, jak mówiliśmy, obiektyw nie daje obrazu rzeczywistego, w którego płaszczyźnie możnaby przesłonę umieścić.

Obecnie używa się lunety Galileusza w postaci lornetki (fr. lorgnette), składającej się z dwóch lunet, w ten sposób ze sobą połączonych, aby można było obrazy w nich utworzone oglądać jednocześnie każdym okiem oddzielnie. Lornetka powiększa zwykle od 2 do 8 razy.

W ostatnich czasach w powszechne użycie weszły lornety pryzmatyczne, w których można osiągnąć znaczniejsze powiększenie bez zbytniego zwiększenia długości lornety, a to dzięki użyciu dwóch układów pryzmatycznych o całkowitym wewnętrznym odbiciu (rys. 145), wskutek czego promień przebiega dwukrotnie drogę

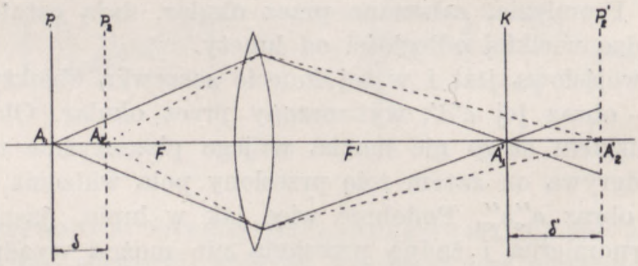


Rys. 145

od obiektywu do okularu. Zwiększenie odległości między obiektywami nadaje oglądanym przedmiotom większą bryłowatość (p. rozdz. V, ust. 3).

5. APARATY FOTOGRAFICZNE. — PRZYRZĄDY PROJEKCYJNE

Aparaty fotograficzne posiadają jeden tylko układ optyczny — obiektyw, wytwarzający na odpowiednio umieszczonej kliszy fotograficznej obraz rzeczywisty fotografowanego przedmiotu. Obiektyw ten w wyższym jeszcze stopniu, niż obiektyw mikroskopu czy lunety musi czynić zadość warunkom stygmatyzmu, aplanatyzmu, ortoskopii i wreszcie achromatyzmu, zwłaszcza w dziedzinie promieni chemicznie najczynniej-

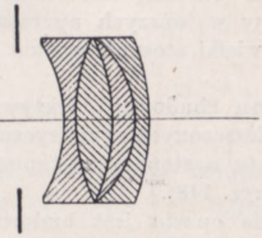


Rys. 146

szych, a więc, w granicach widma widzialnego, w dziedzinie promieni niebieskich i fioletowych.

Dodatkowy warunek stanowi znaczna głębia pola widzenia (p. rozdz. V, ust. 3). Jest on spełniony tym lepiej, im mniejsza jest ogniskowa obiektywu.

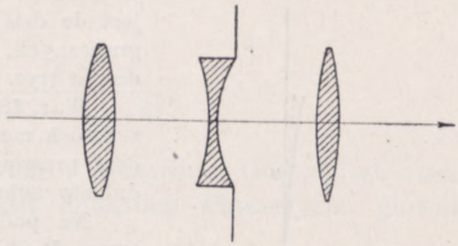
Istotnie, niech K (rys. 146) oznacza płaszczyznę kliszy fotograficznej sprzężoną z płaszczyzną P_1, w której leży przedmiot A_1 (dla uproszczenia sprowadzony do jednego punktu). Na kliszy powstanie zatem (oczywiście przy spełnieniu warunków stygmatyzmu) wyraźny obraz tego przedmiotu. Obraz przedmiotu A_2, leżącego w płaszczyźnie P_2, odległej



Rys. 147



Rys. 148



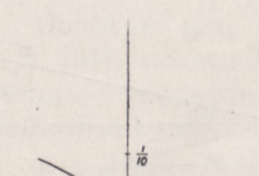
Rys. 149

od P_1 o δ, powstanie w płaszczyźnie P_2'; na płaszczyźnie więc K promienie, wychodzące z obrazu A_2' utworzą koło o promieniu tym większym, im większa jest odległość płaszczyzn P_2' i K. Te dwie odległości są, jak wiemy, związane wzorem

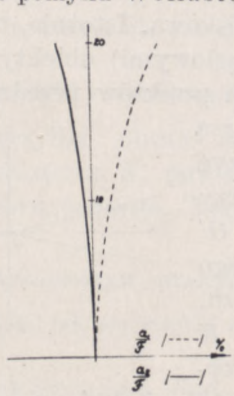
$$\delta' = -\delta \frac{\mathcal{F}^2}{x^2}$$

(por. wzór 9d rozdz. IV, gdzie $\mathcal{A} = \frac{\delta'}{\delta}$ i $f = f' = \mathcal{F}$). Dla tej samej przeto odległości x przedmiotu od ogniska obiektywu, δ' jest proporcjonalne do $\mathcal{F}^2$.

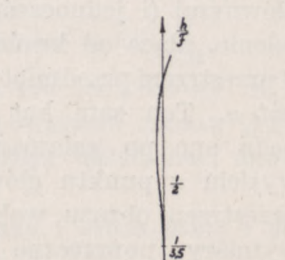
Budowa większości używanych obecnie obiektywów fotograficznych opiera się na rozwinięciu i udoskonaleniu pomysłu **Wollastona** (1812 r.) i **Chevaliera**



Rys. 150a



Rys. 150b

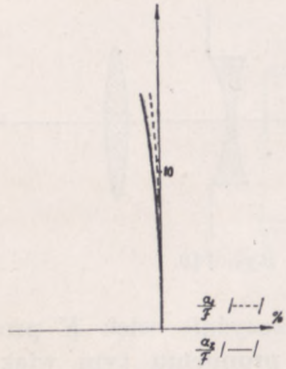


Rys. 151a

(1821 r.). **Wollaston** nadał soczewce obiektywu kształt meniska zbierającego, przez co znacznie zmniejszył aberację sferyczną; przed meniskiem zaś umieścił od-

powiednią diafragmę, która, nie dopuszczając do soczewki promieni, nachylonych do osi pod większymi kątami, usuwała lub co najmniej zmniejszała astygmatyzm czysty i komę.

Chevalier uzupełnił tę soczewkę przez dublet (dwie soczewki) achromatyczny, wskutek czego zwiększył co prawda, aberację sferyczną i astygmatyzm, ale nie w takim stopniu, aby obrazy nie miały dostatecznej ostrości. Obiektyw Chevaliera, w nieco przez Rudolpha (1894 r.) zmienionej postaci, jest do dziś dnia używany w tańszych aparatach fotograficznych, z uwagi na wielki stosunkowo kąt pola widzenia (rys. 147).



Rys. 151b

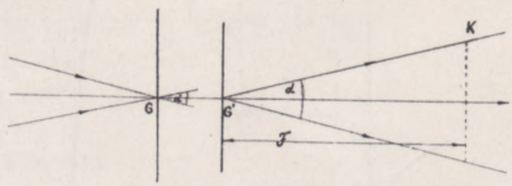
W r. 1860 Wollaston zbudował obiektyw, złożony z dwóch menisków, rozmieszczonych symetrycznie względem przesłony; meniski te następnie zastąpiono przez dublety achromatyczne (rys. 148).

Na podobnej zasadzie oparta jest budowa obiektywu Rudolpha (1890 r.). Obiektyw ten składa się z dwóch części, z różnego gatunku szkła, symetrycznie rozmieszczonych względem diafragmy; pierwsza część jest dubletem, druga — tripletem lub dubletem. Odmienny typ stanowi obiektyw Taylora (1893 r.) złożony z trzech soczewek, dwóch zbierających i jednej rozpraszającej (rys. 149). Obiektyw ten był później wielokrotnie naśladowany, jak np. w budowie znanego obiektywu tessar firmy Zeissa.

Postęp w budowie obiektywów najlepiej wyjaśniają krzywe aberacji sferycznej i astygmatyzmu obiektywu Chevaliera (rys. 150a i b) i jednego z nowych obiektywów (Merté 1934, rys. 151a i b).

W często obecnie używanych aparatach o niezmiennej odległości kliszy od obiektywu używa się obiektywów o krótkiej ogniskowej. Odległość przedmiotu zdejmowanego, zazwyczaj wielokrotnie przewyższająca ogniskową, jest, praktycznie rzecz biorąc, równoważna odległości nieskończenie wielkiej.

W przypadku zdjęć przedmiotów odległych, których obraz tworzy się mniej więcej w płaszczyźnie ogniskowej, wymiary obrazu są tym większe, im większa jest ogniskowa. Istotnie, niech G i G' będą punktami głównymi (i jednocześnie węzłowymi) obiektywu (rys. 152) i niech promienie, idące od krańcowych punktów przedmiotu do punktu głównego G przestrzeni przedmiotu, tworzą kąt α. Ten sam kąt tworzyć będą one po załamaniu przy wyjściu z punktu głównego G' przestrzeni obrazu, wobec czego wymiary poprzeczne obrazu, powstającego na kliszy K w płaszczyźnie ogniskowej, wyniosą $\mathcal{F} \cdot \alpha$.



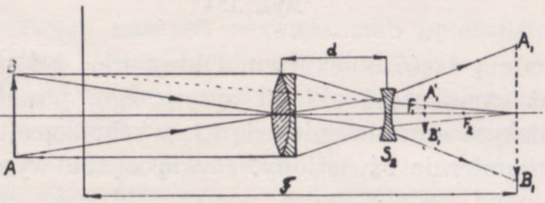
Rys. 152

Zwiększanie ogniskowej, którą można przyjąć za równą odległości kliszy od obiektywu, wymaga zwiększenia długości, co w przypadkach, gdy się chce otrzymać dostatecznie wielkie obrazy, (np. przy zdjęciach z samolotów), jest rzeczą niedogodną, a niekiedy wprost

niemożliwą. Trudność tę można jednak usunąć, umieszczając między obiektywem i kliszą soczewkę rozpraszającą i dobierając w ten sposób ogniskowe obu układów, aby wypadkowa odległość ogniskowa miała wartość taką, jaka jest potrzebna do otrzymania obrazu o danych rozmiarach. Niech $\mathcal{F}_1$ oznacza ogniskową obiektywu, $\mathcal{F}_2$ — bezwzględną wartość ogniskowej soczewki rozpraszającej. Ze wzoru 21 rozdz. IV otrzymujemy

$$\mathcal{F}=\frac{\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2}{\Delta}=-\frac{\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2}{(\mathcal{F}_1-\mathcal{F}_2)-d},$$

gdzie d — odległość między obiektywem i soczewką. Gdy d jest nieco większe od $\mathcal{F}_1-\mathcal{F}_2$, ogniskowa $\mathcal{F}$ jest dodatnia. Płaszczyzna główna



Rys. 153

przestrzeni obrazu układu leży wtedy przed obiektywem, tym samym więc odległość obiektywu od kliszy jest mniejsza od $\mathcal{F}$.

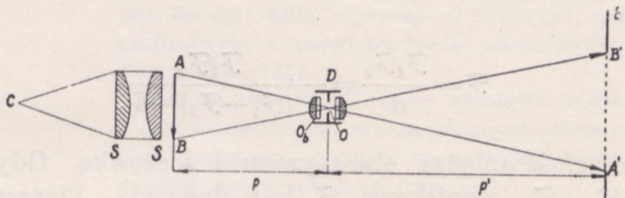
Niech np. $\mathcal{F}$ ma być równe 100 cm, wtedy wystarczy wziąć obiektyw o ogniskowej 20 cm, soczewkę rozpraszającą o ogniskowej — 5cm i $d=16$ cm. Należy jednak zaznaczyć, że przez dołączenie soczewki rozpraszającej zmniejsza się stosunek rozwartości obiektywu, a co za tym idzie i siła świetlna (p. ust. 9, rozdz. IV) aparatu. W przykładzie wyżej podanym siła świetlna obiektywu wynosiła $\frac{O}{\mathcal{F}_1}=\frac{O}{20}$, siła świetlna po dołączeniu soczewki rozpraszającej zmniejsza się do $\frac{O}{100}$.

Obiektyw sam wytworzyłby obraz rzeczywisty odwrócony $A_1'B_1'$ (rys. 153); załamanie w soczewce S_2 powoduje powstanie obrazu A_1B_1, również rzeczywistego i odwróconego. Tego rodzaju układ nosi nazwę **teleobiektywu**.

Lee (1925 r.) zbudował teleobiektyw anastygmatyczny i ortoskopowy o stosunku rozwartości $\frac{O}{\mathcal{F}}=\frac{1}{3}$ lub, jak się zwykle oznacza $\frac{\mathcal{F}}{3}$.

W przyrządach **projekcyjnych** (łac. proiectus — rzucony daleko) układ optyczny rzuca rzeczywisty obraz przedmiotu oświetlonego na możliwie doskonale rozpraszającą powierzchnię (rys. 154). Promienie wychodzące ze źródła światła C, o małych zazwyczaj rozmiarach, sku-

pione są przez układ soczewek SS, o niewielkiej stosunkowo aberacji sferycznej. Promienie te padają na przedmiot AB, którego niektóre części są przezroczyste lub przeświecające, umieszczony bezpośrednio przed układem SS, i po załamaniu w obiektywie O_b, dają odwrócony obraz $A'B'$ nieprzezroczystych części przedmiotu na ekranie E. Przesłona D znajduje się w punkcie O, w którym powstaje obraz źródła C, wytworzony przez



Rys. 154

układ SS i przednią część obiektywu. Obraz więc tej przesłony, wytworzony przez tęż samą część układu optycznego, powstaje w C, co pozwala przez należyte ograniczenie wiązki, wychodzącej ze źródła, otrzymać obraz równomiernie oświetlony. Powiększenie wynosi

$$\mathcal{P} = -\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p} \approx \frac{OA'}{OA}.$$

Gdy chodzi o przedmioty całkowicie nieprzezroczyste, przedmiot oświetlamy z przodu; mamy wtedy do czynienia z projekcją episkopową (gr. episkopejn — oglądać). Często przyrządy są w ten sposób budowane, aby mogły służyć do obu rodzajów projekcji; są to tzw. epidiaskopy.

Pokrewny typ przyrządów stanowią projektory, służące do oświetlania odległych przedmiotów. Najkorzystniejsze warunki otrzymuje się wtedy, gdy użyty układ optyczny daje obraz źródła światła, leżący w nieskończoności, wtedy bowiem promienie, wychodzące z projektora, tworzą walec o niezmiennym przekroju, natężenie więc światła (o ile pominiemy pochłanianie przez powietrze) nie zmienia się z odległością. Tego rodzaju warunkowi odpowiadałby punkt świetlny umieszczony w ognisku zwierciadła wklęsłego (parabolicznego, eliptycznego lub kulistego) albo układu soczewek. W praktyce jest to prawie niemożliwe do spełnienia. Zwykle przeto wychodzące promienie tworzą stożek, którego kąt wierzchołkowy (kąt rozproszenia) wyraża się, w najlepszych warunkach, wzorem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{\mathcal{F}},$$

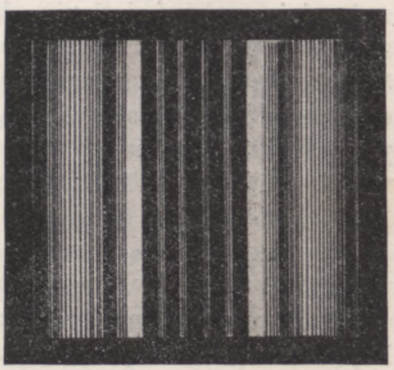
gdzie r — wymiar poprzeczny źródła światła, $\mathcal{F}$ — ogniskowa układu. W znaczniejszych odległościach oświetlenie jest takie, jak gdyby świecącą powierzchnią o tym samym blasku był otwór układu. Oświetlenie wzrasta zatem w stosunku $\frac{D^2}{4r^2}$, gdzie D jest średnicą otworu układu, $2r$ — średnicą źródła. Jest to tzw. współczynnik wzmocnienia światła. Tak np. w projektorze zwierciadlanym, w którym D równe jest 150 cm, oświetlanym przez łuk elektryczny, współczynnik wzmocnienia wynosi przeszło 3 000, kąt rozproszenia $2\alpha = 2^{\circ}2'$.

Rozdział VII

OKRESOWOŚĆ ZJAWISK ŚWIETLNYCH – INTERFERENCJA ŚWIATŁA

1. OKRESOWOŚĆ ZJAWISK ŚWIETLNYCH

W dotychczasowych naszych rozważaniach opieraliśmy się na założeniu prostoliniowego rozchodzenia się światła, co w tych granicach dokładności, jakieśmy sobie postawili, wystarczało całkowicie do wyjaśnienia wszystkich zjawisk, rozpatrywanych w rozdziałach poprzednich. Z góry jednak było można przewidzieć, że przy dokładniejszym badaniu okaże się ono niewystarczające, najważniejsze bowiem doświadczenie, na którym założenie to się opierało, a mianowicie pomiar cienia, rzucanego na ekran przez nieprzezroczystą zasłonę, umieszczoną między ekranem i oświetlającym go źródłem światła, przy znacznym zmniejszeniu rozmiarów zasłony prowadzi do zgoła odmiennych wniosków; zjawiska, zachodzące wtedy w obrębie cienia i w przylegającej do niego oświetlonej części ekranu, w żaden sposób nie dadzą się pogodzić z założeniem prostolinowego rozchodzenia się światła wzdłuż promieni, wysyłanych przez poszczególne punkty ciała świecącego.



Rys. 155

W prostym stosunkowo przypadku, gdy zasłoną jest cienki drut, równoległy do szczeliny, wysyłającej wiązkę promieni równoległych, na ekranie otrzymujemy wewnątrz cienia geometrycznego szereg jaśniejszych od tła prążków (rys. 155). Gdy wiązka jest monochromatyczna, prążki te są tej samej barwy, co światło, wysyłane przez szczelinę i rozmieszczone w równych wzajemnych odstępach. Ze zmianą barwy światła zmienia się również i odstęp prążków, zwiększając się w miarę zbliżania się tej barwy do czerwonego końca widma, zmniejszając się zaś w miarę zbliżania się do końca fioletowego; jest on zatem największy

dla promieni czerwonych, najmniejszy dla fioletowych. Gdy drut oświetlimy źródłem, wysyłającym promienie niejednorodne, każda z barw pryzmatycznych, na które można rozszczepić światło tego źródła, wytworzy niezależne układy prążków; w obrębie każdego z tych układów odstępy prążków zachowują tę samą wartość, jaką mają, gdy innych układów nie ma.

Może się, oczywiście, zdarzyć, że w niektórych miejscach ekranu prążki różnych układów będą się nakładały jeden na drugi; barwa prążka wypadkowego będzie sumą barw prążków składowych (p. niżej, ust. 7)

Z tego rodzaju doświadczeń, wykonanych częściowo jeszcze przez Grimaldi'ego (1665 r.), a następnie o wiele bardziej szczegółowo przez Younga (1801 i nast.), można wyciągnąć następujące wnioski: 1. Promienie, przechodząc bezpośrednio koło drutu, zmieniają kierunek swego rozchodzenia się — uginają się — i wchodzą do obszaru cienia geometrycznego. 2. Ugięcie jest na ogół niewielkie, inaczej bowiem pomiary wymiarów cienia, rzucanego przez przedmioty rozciągłe, nawet w przybliżeniu nie mogłyby potwierdzić założenia o prostoliniowym rozchodzeniu się światła. 3. Oświetlenie ekranu wewnątrz cienia przez promienie ugięte nie jest jednostajne, lecz zmienia się okresowo przechodząc przez maksima i minima. 4. Odstępy miejsc o największym (czy też najmniejszym) oświetleniu, które możemy wziąć za miarę tej okresowości przestrzennej, są dla każdej barwy pryzmatycznej inne. 5. Okresowość przestrzenna ujawnia się jedynie wtedy, gdy w płaszczyźnie ekranu przecinają się wiązki, ugięte z obu stron drutu, jeżeli bowiem przystawimy z boku do drutu zasłonę, która by nie dopuszczała jednej z tych wiązek do ekranu, prążków na ekranie nie otrzymamy (Young, 1803 r.).

Wynika to zresztą z faktu, że w cieniu przedmiotów rozciągłych, gdzie wiązki ugięte przez krawędzie nie przecinają się wzajemnie, prążki nie powstają.

Ta okresowość nie tylko zresztą przestrzenna, lecz i czasowa, warunkująca wszystkie wyżej opisane zjawiska, upodabnia z formalnego, oczywiście, punktu widzenia zjawiska świetlne do akustycznych.

Gdyby istniała jedynie okresowość przestrzenna, pojedyncza wiązka promieni musiałaby w różnych miejscach przestrzeni wykazywać stale różne własności, czego, jak dotychczas, żadne doświadczenie nie wykazało (Mach).

Biorąc tę analogię, zauważoną po raz pierwszy przez Younga (1801 r.), za punkt wyjścia, Fresnel założył (1816 r.), że punkt świecący monochromatycznie jest źródłem zaburzeń okresowych, które można ująć we wzór

$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T} = a \sin \omega t, \tag{1}$$

gdzie y oznacza wielkość, charakteryzującą zaburzenia świetlne.

Jest to założenie, niewątpliwie, najprostsze, nie wynika stąd jednak, aby ono było jedynym możliwym. Jakimkolwiek wszakże innym założeniem chcielibyśmy je zastąpić, będziemy zmuszeni zawsze to nowe założenie dobrać tak, aby zdawało sprawę z okresowości zjawisk świetlnych, stanowiącej, jak widzimy, istotną ich cechę.

Ponieważ zaburzenia te rozchodzą się z prędkością skończoną, w odległości x od źródła, mierzonej w kierunku rozchodzenia się zaburzeń, wielkość y będzie miała w chwili t wartość

$$y_x = a_x \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right) = a_x \sin(\omega t - \omega' x) \tag{1a}$$

(p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, str. 4).

Wprowadzając tę sąmą terminologię, jakiej używaliśmy przy omawianiu drgań sprężystych, nazwiemy

$$cT = \lambda$$

długością fali wysyłanego przez źródło światła, wielkość zaś

$$2\pi\frac{x}{cT} = 2\pi\frac{x}{\lambda} = \omega' x = \delta$$

fazą początkową rozpatrywanego zaburzenia (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom I, str. 50 i 52).

Wprowadzenie tej terminologii bynajmniej nie oznacza, abyśmy zaburzenia świetlne uważali za zjawisko analogiczne pod względem fizycznym do drgań sprężystych. Jedyną wspólną cechą tych dwóch dziedzin zjawisk jest ich okresowość czasowa i przestrzenna.

Powstawanie prążków jaśniejszych na ciemnym tle będzie w tym ujęciu rzeczy wynikiem spotkania się w danym punkcie ekranu dwóch zaburzeń o fazach zgodnych, a więc będzie znanym nam już z badań nad drganiami sprężystymi zjawiskiem interferencji, przy czym, podobnie, jak tam, miarą natężenia światła w danym punkcie ekranu będzie kwadrat amplitudy wypadkowej.

Wielkość y może być wtedy równie dobrze wielkością skalarną, jak i wektorem, w tym ostatnim jednak przypadku powstanie interferencji wymaga dodatkowego warunku, aby w danym miejscu przestrzeni kierunki wektorów interferujących były mniej więcej zgodne. Warunek ten w wyżej opisanym doświadczeniu, gdzie promienie interferujące przecinają się pod niewielkimi kątami, można uważać za spełniony.

Między prążkami jasnymi będą, rzecz prosta, leżały prążki zupełnie ciemne, powstające ze spotkania się zaburzeń o fazach przeciwnych; w punktach pośrednich ekranu będą spotykały się promienie, których fazy różnić się będą o kąty φ, zawarte w granicach między $2k\pi$

i $(2k+1)\cdot\pi$, oświetlenie zatem będzie stopniowo przechodziło od maksimum do minimum, co istotnie znajduje potwierdzenie w doświadczeniu.

Odstępy między prążkami są, jak o tym wyżej była mowa, dla każdej barwy pryzmatycznej inne, wobec czego musimy przyjąć, że światłu każdej takiej barwy odpowiada inny okres T a więc i inna długość fali; długość ta ma tę samą wartość, zarówno wtedy, gdy źródło wysyła tylko światło tej barwy (źródło monochromatyczne), jak i wtedy, gdy wysyła poza tym światło innych barw, układ bowiem prążków, odpowiadających danej barwie, pozostaje, jakeśmy widzieli, w obu przypadkach ten sam. A zatem zaburzenie świetlne, odpowiadające danej barwie złożonej, możemy ująć we wzór

$$y = \sum a_i \sin 2\pi \frac{t}{T_i}. \tag{1b}$$

Pojęcie powierzchni falowej któreśmy wprowadzili w ust. 3 rozdz. II i którym posługiwaliśmy się niejednokrotnie w rozdziałach poprzednich, nabiera przy tym założeniu znaczenia fizycznego; jak wynika z twierdzenia Malusa, jest ona, podobnie jak czoło fal w środowiskach sprężystych (p. M. Grotowski. Wykłady fizyki, tom II, rozdz. I, ust. 1), prostopadła do kierunku rozchodzenia się zaburzeń i wobec tego miejscem geometrycznym zaburzeń o jednakowej fazie.

Takie pojmowanie fal świetlnych pierwszy wprowadził do fizyki Huygens (1690 r.), z tego też tytułu uważany jest za twórcę tzw. falowej (undulacyjnej — łac. unda — fala) teorii światła.

Warunek stygmatyzmu powierzchni odbijających czy załamujących (p. rozdz. II, ust.4 rys. 30) sprowadza się do tego, aby w punkcie A' — obrazie punktu świecącego A — wszystkie zaburzenia, wysyłane przez punkt A i przechodzące przez badany układ, schodziły się w tej samej fazie, dla wszystkich bowiem promieni przecinających się w A', powierzchnią falową w ostatnim środowisku musi być kula o środku w punkcie A'. Ponieważ powierzchnia ta jest powierzchnią jednakowej fazy wszystkich przechodzących przez układ zaburzeń, zaburzenia te będą miały w A' fazę jednakową.

Niech $x_1, x_2, \dots x_n$ oznaczają długości dróg, jakie światło przechodzi w badanych środowiskach w kierunku, tworzącym w pierwszym środowisku kąt u z osią optyczną. Jednorodne zaburzenie świetlne, dochodzące z tego właśnie kierunku do A', będzie miało w chwili t wartość

$$y_u = a_u \sin \frac{2\pi}{T} \left[t - \left(\frac{x_1}{c_1} + \frac{x_1}{c_2} + \dots + \frac{x_n}{c_n} \right) \right], \tag{a}$$

gdzie $c_1, c_2, \dots c_n$ oznaczają prędkości rozchodzenia się światła w tych środowiskach.

Zaburzenie zaś, biegnące w kierunku, tworzącym w pierwszym środowisku kąt u' z osią będzie

$$y_{u'} = a_{u'} \sin \frac{2\pi}{T}\left[t - \left(\frac{x_i'}{c_1} + \frac{x_2'}{c_2} + \ldots + \frac{x_n'}{c_n}\right)\right] \text{ itd.}$$

Warunek więc zgodności faz wszystkich zaburzeń, schodzących się w A' wyrazi się wzorem

$$\frac{x_1}{c_1} + \frac{x_2}{c_2} + \ldots + \frac{x_n}{c_n} = \frac{x_1'}{c_1} + \frac{x_2'}{c_2} + \ldots + \frac{x_n'}{c_n} =$$
$$= \ldots = \frac{x_1^{(n)}}{c_1} + \frac{x_2^{(n)}}{c_2} + \ldots + \frac{x_n^{(n)}}{c_n} = \text{stałej.} \tag{b}$$

Uprzednio jednak (w rozdz. II, ust. 4) warunek ten wyraziliśmy wzorem

$$L_{AA'} = n_1 r_1 + n_2 r_2 + \ldots + n_n r_n = \text{stałej},$$

w którym $r_1, r_2, \ldots r_n$ mają to znaczenie, co $x_1, x_2, \ldots x_n$ we wzorze (b). Jeżeli oba te wzory mają wyrażać ten sam warunek, współczynniki załamania muszą być odwrotnie proporcjonalne do odpowiednich prędkości $c_1, c_2, \ldots c_n$.

$$n_1 = \frac{k}{c_1}; \quad n_2 = \frac{k}{c_2} \ldots n_n = \frac{k}{c_n}. \tag{c}$$

Wartości zatem względnych współczynników załamania byłyby równe

$$n_{1,2} = \frac{c_1}{c_2}; \quad n_{2,3} = \frac{c_2}{c_3} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{itd.}$$

Biorąc pod uwagę, że bezwzględny współczynnik załamania danego środowiska jest w istocie rzeczy współczynnikiem załamania danego środowiska względem próżni i oznaczając prędkość rozchodzenia się światła w próżni przez c, otrzymujemy

$$n_1 = \frac{c}{c_1}; \quad n_2 = \frac{c}{c_2}. \tag{2}$$

Bezpośrednie sprawdzenie słuszności tego wniosku nastręcza, jak na to pierwszy zwrócił uwagę G o u y (1880 r.), pewne trudności. Nigdy bowiem, ściśle biorąc, nie mamy do czynienia ze światłem całkowicie jednorodnym. Nawet wtedy, gdy źródło wysyła widmo liniowe (p. rozdz. III,

ust. 5), światłu każdej poszczególnej linii odpowiadają długości fal zawarte w granicach λ i $\lambda+\Delta\lambda$ (patrz niżej, ustęp 8); tym bardziej, rzecz prosta, nie jest jednorodna wiązka promieni, wydzielona z widma pryzmatycznego przez wąską szczelinę.

Przypuśćmy, że w danym kierunku rozchodzą się dwa tylko rodzaje zaburzeń jednorodnych o tych samych amplitudach i o kołowych częstościach zmian, równych odpowiednio $\omega+\Delta\omega$ i $\omega-\Delta\omega$ oraz $\omega'+\Delta\omega'$ i $\omega'-\Delta\omega'$, a więc różniących się bardzo mało od pewnych częstości przeciętnych ω i ω'. Zaburzenie wypadkowe w odległości x od źródła wyrazi się wtedy wzorem (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, ust. 5)

$$y=y_1+y_2=a\{\sin[(\omega+\Delta\omega)t-(\omega'+\Delta\omega')x]+\sin[(\omega-\Delta\omega)t-(\omega'-\Delta\omega')x]\}=$$
$$=2a\cos(\Delta\omega\cdot t-\Delta\omega' x)\cdot\sin(\omega t-\omega' x);$$

zjawisko zatem zachodzić będzie tak, jak gdyby amplituda nie miała wartości stałej, lecz zmieniała się okresowo z częstością kołową $\Delta\omega$. W chwili t największe wartości amplitud danego ciągu fal będą rozmieszczone w odległościach x_m, wyznaczonych z równania

$$\cos(\Delta\omega\cdot t-\Delta\omega'\cdot x_m)=\pm 1$$

lub

$$\Delta\omega\cdot t-\Delta\omega'\cdot x_m=m\pi. \tag{d}$$

Równanie (d) musi być spełnione przy każdej wartości t, po upływie zatem t_1 sek m-te maksimum przesunie się do odległości x'_m, związanej z t_1 równaniem

$$\Delta\omega(t+t_1)-\Delta\omega' x'_m=m\pi,$$

skąd

$$\frac{x'_m-x_m}{t_1}=\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega'}.$$

Prędkość więc przesuwania się maksimum amplitudy będzie stała i równa

$$U=\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega'}=\Delta\left(\frac{2\pi}{T}\right):\ \Delta\left(\frac{2\pi}{c'T}\right)=\Delta\left(\frac{1}{T}\right):\ \Delta\left(\frac{1}{c'T}\right) \tag{3}$$

Musimy przeto rozróżniać w tym przypadku dwojakiego rodzaju prędkości: prędkość rozchodzenia się poszczególnych fal składowych, dla każdej długości fali w granicach danego ciągu inną, $c'(\lambda)$ tzw. prędkość fazy i prędkość rozchodzenia się maksimum amplitudy danego ciągu fal U tzw. prędkość grupy, posiadającą dla danego ciągu ściśle oznaczoną wartość.

Zakładając, że częstości graniczne nieograniczenie mało różnią się od częstości ω i ω', możemy we wzorze (3) różnice zastąpić przez różniczki

$$U = d\left(\frac{1}{T}\right) : d\left(\frac{1}{c'T}\right)$$

lub uwzględniając, że

$$\frac{1}{T} = \frac{c'}{\lambda'} \quad \text{i} \quad c'T = \lambda'$$

$$U = d\left(\frac{c'}{\lambda'}\right) : d\left(\frac{1}{\lambda'}\right) = c' - \lambda' \frac{dc'}{d\lambda'}, \tag{3a}$$

gdzie c' i λ' oznaczają prędkość fazy i długość fali w danym środowisku.

Z założeń naszych wynika, że

$$c = nc' \quad \text{i} \quad \lambda' = \lambda \frac{c'}{c} = \lambda \cdot \frac{1}{n}, \tag{4}$$

gdzie c i λ oznaczają prędkość fazy i długości fali w próżni.
Stąd otrzymujemy

$$0 = c'dn + ndc' \quad \text{i} \quad dc' = -\frac{c'}{n}dn \quad \text{oraz} \quad d\lambda' = \frac{d\lambda}{n} - \lambda\frac{dn}{n^2} = \frac{d\lambda}{n}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Po podstawieniu do wzoru (3a) mamy

$$U = c' + c'\lambda' \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}} = c'\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}}\right).$$

Mianownik

$$1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}$$

ma wartość tak mało różniącą się od jedności, że możemy bez popełnienia wielkiego błędu napisać

$$U = c'\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right) \tag{5}$$

(Gouy, 1880 r., Rayleigh, 1881 r.).

W pomiarach prędkości rozchodzenia się światła wyznaczamy zawsze chwilę odczuwania wrażenia świetlnego, a więc chwilę pojawiania się maksimum amplitudy; mierzona prędkość jest przeto prędkością grupy,

nie fazy. W środowiskach mało rozszczepiających, jak np. w powietrzu, gdzie $\frac{dn}{d\lambda}$ jest znikomo małe, (a nawet i w wodzie), różnice prędkości są tak niewielkie, że przy niezbyt daleko posuniętej dokładności pomiaru leżą w granicach błędu doświadczenia. Tym się tłumaczy, że Foucault, który pierwszy (1850 r.), z mniejszą jednak dokładnością, niż jego następcy, wykonał ten pomiar, posługując się metodą zwierciadła, znalazł, umieszczając między zwierciadłem wirującym i nieruchomym słup wody i obserwując jednoczesne przesunięcia się obrazów, wytworzonych przez promienie, których cała droga przebiegała w powietrzu, i przez promienie, których znaczna część drogi przebiegała w wodzie, że stosunek prędkości rozchodzenia się światła w powietrzu i w wodzie równy jest w przybliżeniu współczynnikowi załamania wody w najjaśniejszej części widma, a więc 1,33.

Inaczej jednak będzie, gdy przy użyciu dokładniejszych sposobów pomiaru mierzyć się będzie prędkość światła w środowiskach silnie rozszczepiających. Wtedy okaże się, że stosunek prędkości rozchodzenia się światła w próżni (lub powietrzu) do prędkości, otrzymanej z pomiaru w danym środowisku, jest większy od współczynnika załamania. Mierzona bowiem prędkość jest prędkością mniejszą od prędkości fazy (we wzorze (5) $\frac{dn}{d\lambda}$ jest ujemne). Wniosek ten potwierdziły wykonane przez Michelsona (1884 r.) pomiary prędkości światła w dwusiarczku węgla, w którym dla promieni bliskich linii D

$$\frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda} \approx -0{,}08$$

(dla wody wielkość ta jest przeszło cztery razy mniejsza).

Używając tak jak Foucault, światła białego, Michelson znalazł, że stosunek prędkości w próżni i prędkości w dwusiarczku węgla wynosi 1,77, przewyższając wartość współczynnika załamania najjaśniejszej części widma, równą 1,63, o 0,14, a zatem o 8%, co jest w dobrej zgodzie z założeniami teoretycznymi.

Dokładne sprawdzenie wzoru Gouy'a-Rayleigh'a wykonał Gutton (1911 r.), otrzymując wyniki, całkowicie wzór ten potwierdzające.

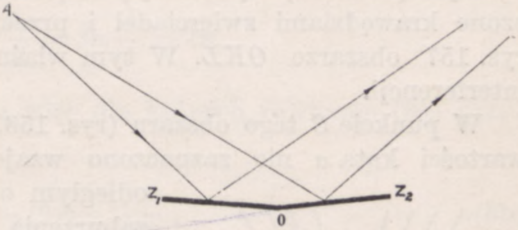
Pośrednie potwierdzenie słuszności założeń Fresnela znajdziemy przy dokładniejszym rozpatrzeniu zjawisk interferencji i uginania się światła.

2. ZWIERCIADŁO FRESNELA. ZABURZENIA OPTYCZNIE SPÓJNE

Jeden z prostszych sposobów otrzymania zjawisk interferencji podał Fresnel w 1816 r. Na dwa płaskie zwierciadła, Z_1, Z_2 (rys. 156), których

płaszczyzny tworzą ze sobą niewielki kąt a, pada światło jednorodne, wychodzące z punktu świecącego A.

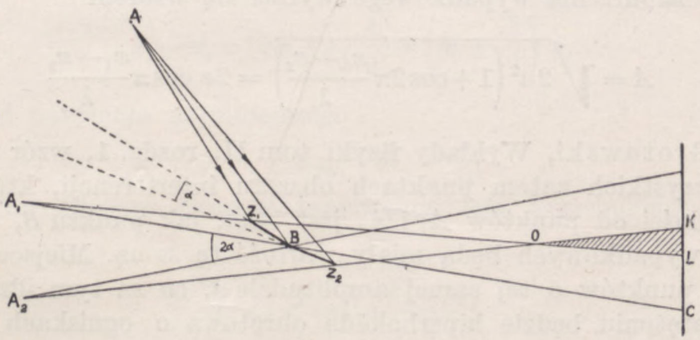
Takim punktem świecącym może być np. otwór, przekłuty igłą w tekturowej lub metalowej zasłonie i oświetlony płomieniem gazowym, do którego wprowadzona jest szczypta soli kuchennej. Światło wysyłane przez otwór, możemy z dokładnością, wystarczającą całkowicie przy tym pomiarze, uważać za jednorodne (por. ust. 8).



Rys. 156

W zwierciadłach powstaną wtedy dwa urojone obrazy A_1 i A_2, których odległość kątowa wynosić będzie 2α.

Niech ABC będzie jednym z promieni, odbitych od zwierciadła Z_1 (rys. 157), droga optyczna AB jest, jak wiemy, geometrycznie równa drodze A_1B, wobec czego, jeżeli odbicie od zwierciadła nie wprowadza żadnej zmiany fazy, faza zaburzenia w B ma tę samą wartość zarówno wtedy, gdy źródłem światła jest A, jak i wtedy, gdy — A_1. Możemy zatem zastąpić w naszych rozważaniach punkt A obrazem jego A_1 i przyjąć, że zaburzenia wychodzą nie z A, lecz z A_1, posiadając zawsze tę samą fazę, co zaburzenia, wychodzące z A. Punkty A i A_1 są wtedy synchronicznymi źródłami światła (gr. syn — razem z czym, wspólnie). Jeżeli jednak odbicie powoduje zmianę fazy, wtedy zastępując



Rys. 157

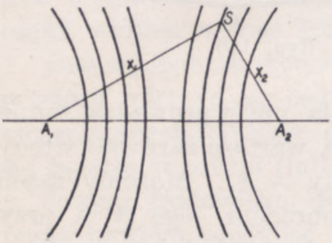
punkt A punktem A_1, musimy zaburzeniom, wychodzącym pozornie z tego punktu przypisać fazę, różniącą się od fazy zaburzeń, wysyłanych przez A, o pewną stałą wielkość δ.

Podobnie rzecz się ma z obrazem A_2: albo jest on źródłem synchronicznym z A albo też faza wychodzących z niego pozornie zaburzeń różni się o pewną stałą wielkość δ' od fazy zaburzeń, wychodzących z A. Po-

nieważ jednak odbicie od obu zwierciadeł zachodzi w tych samych warunkach, δ musi być równe δ'. Więc i w pierwszym przypadku (gdy A_1 i A_2 są źródłami synchronicznymi z A), i w drugim, (gdy fazy pozornie przez nie wysyłanych zaburzeń różnią się o stałą wielkość od faz zaburzeń, wysyłanych przez A), A_1 i A_2 są źródłami wzajemnie synchronicznymi.

Pęki promieni, wychodzących pozornie z tych punktów, są ograniczone krawędziami zwierciadeł i przecinają się w zakreskowanym na rys. 157 obszarze OKL. W tym właśnie obszarze zachodzą zjawiska interferencji.

W punkcie S tego obszaru (rys. 158, na którym wobec małej bardzo wartości kąta α nie zaznaczono wzajemnego nachylenia zwierciadeł), odległym od punktów A_1 i A_2 o x_1 i x_2, zaburzenia składowe będą odpowiednio równe



Rys. 158

$$y_1 = a \sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta - 2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right),$$

$$y_2 = a \sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta - 2\pi\frac{x_2}{\lambda}\right),$$

gdzie δ — faza początkowa zaburzeń wysyłanych z A_1 i A_2. Wobec tego amplituda zaburzenia wypadkowego wyrazi się wzorem

$$A = \sqrt{2a^2\left(1 + \cos 2\pi\frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right)} = 2a\cos\pi\frac{x_1 - x_2}{\lambda} \tag{6}$$

(por. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. 1, wzór 20b).

We wszystkich zatem punktach obszaru interferencji, których różnica odległości od punktów A_1 i A_2 jest taka, jak punktu S, amplitudy zaburzeń wypadkowych będą miały wartość tę samą. Miejscem geometrycznym punktów o tej samej amplitudzie i, co za tym idzie, o tym samym natężeniu będzie hiperboloida obrotowa o ogniskach w punktach A_1 i A_2, której wszystkie punkty powierzchni czynić będą zadość równaniu

$$x_1 - x_2 = C = k\frac{\lambda}{2}, \tag{6a}$$

gdzie k jest dowolną liczbą całkowitą lub ułamkową.

Zmieniając w sposób ciągły wartość k, otrzymamy nieskończenie wiele tego rodzaju hiperboloid współogniskowych. Spośród nich wyróż-

niać się będą te, dla których k jest zerem lub jakąkolwiek liczbą całkowitą. Hiperboloidy o $k=2m$, gdzie m jest równe zeru lub jakiejkolwiek liczbie całkowitej, będą miejscem geometrycznym punktów o natężeniu największym, w punktach bowiem ich powierzchni spotykają się zaburzenia składowe o fazach jednakowych lub różniących się o wielokrotność 2π; tak np. dla $k=2$, a więc dla $x_1-x_2=\lambda$ różnica faz wynosi

$$2\pi\frac{x_1}{\lambda}-2\pi\frac{x_2}{\lambda}=2\pi\frac{\lambda}{\lambda}=2\pi.$$

Hiperboloidy o k nieparzystym, a więc dla których równanie (6a) przybiera postać

$$x_1-x_2=(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{6b}$$

gdzie m może być zerem lub dowolną liczbą całkowitą, wyznaczają położenie punktów o natężeniu najmniejszym.

Podstawiając do wzoru (6)

$$x_1-x_2=2m\cdot\frac{\lambda}{2}=m\lambda, \tag{6c}$$

na wartość natężenia największego otrzymujemy

$$I_{\max}=A^2_{\max}=4a^2, \tag{7}$$

podstawiając zaś

$$x_1-x_2=(2m+1)\frac{\lambda}{2}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda, \tag{6d}$$

na wartość natężenia najmniejszego

$$I_{\min}=0. \tag{7a}$$

Między tymi dwiema grupami hiperboloid leżą hiperboloidy o natężeniach

$$I=4a^2\cos^2\pi\frac{x_1-x_2}{\lambda}, \tag{7b}$$

stopniowo przechodzących od wartości $4a^2$ do wartości zero.

Miejsce geometryczne punktów obszaru interferencyjnego, mających stale fazy jednakowe, wyznaczymy ze wzoru

$$y=y_1+y_2=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right)+a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right)=$$
$$=2a\cos\pi\frac{x_1-x_2}{\lambda}\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda}\right).$$

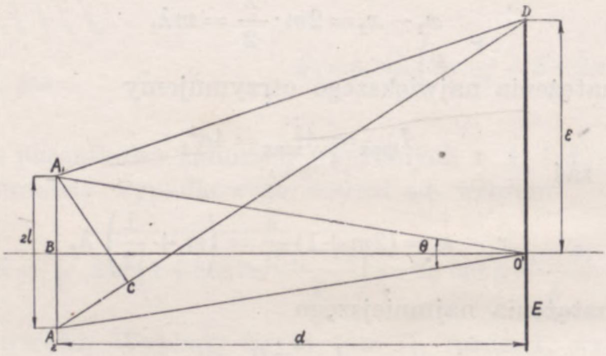
Faza zaburzenia wypadkowego jest opóźniona względem fazy źródeł o $\frac{x_1+x_2}{\lambda}$. Miejscem geometrycznym punktów o tej samej fazie są tedy powierzchnie elipsoid obrotowych, mających ogniska w punktach A_1 i A_2 i wyznaczanych równaniem

$$x_1+x_2=\text{stałej}\cdot 2\lambda$$

(p. rys. 158).

Elipsoidy te są przecinane przez hiperboloidy o natężeniu równym zeru. Rozchodzeniu się więc światła towarzyszyć będzie stopniowe przesuwanie się odcinków elipsoid między ścianami tych hiperboloid, tworzących jakby kanał. W jaki sposób wobec tego do dowolnego punktu obszaru interferencji dochodzą zaburzenia z obu źródeł nie łatwo wyjaśnić. Należy przypuszczać, że w punktach hiperboloid o natężeniu najmniejszym, leżących w niejednakowych odległościach od źródeł, amplitudy mają też niejednakowe wartości, skutkiem czego I_{min} nie jest dokładnie równe zeru i hiperboloidy, odpowiadające temu natężeniu, nie stanowią dla światła zasłon doskonale nieprzezroczystych. Światło „przesącza się'' przez nie, jak woda przez napięte półprzepuszczalne przepony.

Tego rodzaju rozkład natężeń można dogodnie obserwować, umieszczając w obszarze interferencji ekran, prostopadły do dwusiecznej kąta, jaki tworzą proste, łączące punkty A_1 i A_2 z punktem przecięcia się płaszczyzn zwierciadeł.



Rys. 159

Niech E (rys. 159, z którego dla jasności usunęliśmy zwierciadło) będzie ekranem, d niech oznacza jego odległość od źródeł, $2l$ — odległość wzajemną źródeł. Ekran przecina hiperboloidy wzdłuż hiperbol, których krzywizna wobec znacznej na ogół w porównaniu z długością fali światła odległości ekranu od źródeł jest dostatecznie mała, aby łuki ich można było uważać za odcinki prostoliniowe, prostopadłe do linii łączącej źródła i tym samym do płaszczyzny rysunku. Na ekranie tworzą się prążki zupełnie ciemne i bardzo jasne. W punkcie O', leżącym na dwusiecznej $O'B$ powstaje prążek jasny, w tym bowiem punkcie, jednakowo odległym od obu źródeł, zaburzenia wypadkowe spotykają się zawsze w tej samej fazie.

Może się jednak zdarzyć, że dwusieczna $O'B$ znajdzie się poza obszarem interferencji; jest to możliwe np. wtedy, gdy jedno ze zwierciadeł nieco występuje przed drugie. Wtedy na ekranie nie będzie wcale prążka środkowego.

W punkcie D ekranu różnicę dróg zaburzeń składowych, którą z wystarczającym przybliżeniem możemy przyjąć za równą A_2C, (A_1C jest prostopadłą, opuszczoną z A_1 na A_2D), wyznaczymy ze wzoru

$$A_2C = A_2D - A_1D = \sqrt{d^2+(l+\varepsilon)^2} - \sqrt{d^2+(l-\varepsilon)^2}.$$

W porównaniu z odległością d ekranu od źródeł $l+\varepsilon$ i $l-\varepsilon$ są bardzo małe, możemy więc napisać

$$A_2C = d\left[1+\frac{(l+\varepsilon)^2}{d^2}\right]^{\frac{1}{2}} - d\left[1+\frac{(l-\varepsilon)^2}{d^2}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2l}{d}\varepsilon.$$

W punktach, dla których różnica ta wynosi całkowitą ilość fal, a więc dla których

$$\frac{2l}{d}\varepsilon = m\lambda$$

(por. wzór 6c) i

$$\varepsilon = \frac{md}{2l}\lambda, \tag{8}$$

natężenie ma wartość największą; prążki jasne są przeto odległe od środkowego jasnego prążka w O' o

$$\frac{d}{2l}\lambda,\quad \frac{2d}{2l}\lambda,\quad \frac{3d}{2l}\lambda\quad \ldots\ldots$$

Ich odległości wzajemne są równe

$$p = \frac{d}{2l}\lambda, \tag{8a}$$

prążki są zatem rozmieszczone równomiernie na ekranie.

Oznaczmy przez Θ kąt, pod jakim z punktu O' widzimy prostą, łączącą oba źródła; mamy

$$\Theta = \frac{2l}{d},$$

skąd

$$p = \frac{\lambda}{\Theta}. \tag{8b}$$

W punktach, dla których

$$\frac{2l}{d}\varepsilon=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

(por. wzór 6d) i

$$\varepsilon=\frac{m+\frac{1}{2}}{2l}d\cdot\lambda,$$

powstają prążki ciemne.

Odległości kolejnych prążków ciemnych od jasnego prążka w O' są odpowiednio równe

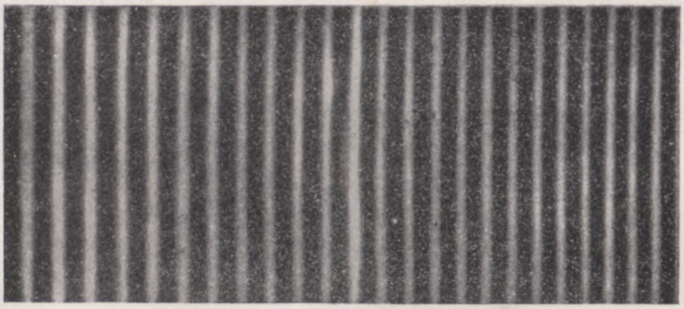
$$\frac{d}{4l}\lambda,\quad \frac{3d}{4l}\lambda,\quad \frac{5d}{4l}\lambda,\quad \ldots$$

wzajemne więc ich odległości, wynoszące

$$p_1=\frac{d}{2l}\lambda,$$

są równe odległościom wzajemnym prążków jasnych; prążki ciemne leżą dokładnie w środku między prążkami jasnymi.

Rozkład prążków schematycznie przedstawia rys. 160.



Rys. 160

Prążki powstają w każdej odległości ekranu od źródeł, byle by tylko ekran znajdował się w obszarze interferencji; nie są więc **umiejscowione**; w miarę wzrostu odległości d ekranu od źródeł wzrasta zarówno odstęp między prążkami, jak i ich grubość.

Przypuśćmy, że ekran znajduje się w odległości $d=2$ m od linii A_1A_2, punkt zaś świecący A w odległości 1 m od punktu O przecięcia się linii zetknięcia zwierciadeł z płaszczyzną rysunku. Chodzi o wyznaczenie wartości kąta α, przy której

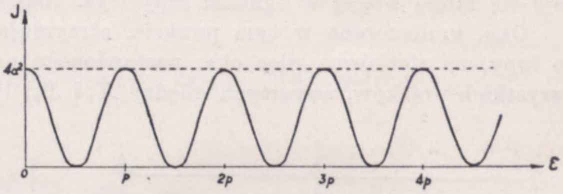
odstęp prążków p wynosiłby przy użyciu światła sodu ($\lambda = 0{,}000\,589$ mm) 0,5 mm. Po podstawieniu do wzoru (8a) $p = 0{,}5$ mm, $d = 2000$ mm i $\lambda = 0{,}000\,589$ mm znajdujemy, że $2l \approx 2{,}36$ mm. Stąd

$$\alpha = \frac{l}{OA} = \frac{1{,}18}{1000} = 0{,}001\,18 \approx 4'.$$

Oświetlenie ekranu, proporcjonalne do natężenia padającego nań światła, jest, jak wiemy, w danym punkcie ekranu proporcjonalne do

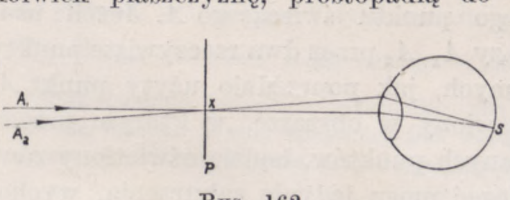
$$4a^2 \cos^2 \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 4a^2 \cos^2 \pi \cdot \frac{2l}{d} \cdot \frac{\varepsilon}{\lambda} = 4a^2 \cos^2 \pi \frac{\varepsilon}{p}. \quad (9)$$

Odkładając na osi odciętych odległości ε danych punktów obszaru od prążka środkowego, na osi rzędnych odpowiednie natężenie, otrzymamy krzywą, wyznaczającą rozkład oświetlenia ekranu (rys. 161). Całkowita ilość światła, jaką otrzymuje ekran, jest równa tej ilości, jaką by otrzymał, gdyby interferencji nie było, przeciętna bowiem wartość natężenia $4a^2 \cos^2 \pi \frac{\varepsilon}{p}$ obliczona dla punktów, leżących między prążkiem ciemnym i jasnym, wynosi $2a^2$. Interferencja zmienia zatem jedynie rozkład padającego na ekran strumienia światła. Rozkład ten jest tego rodzaju, że, jak to już parokrotnie zaznaczaliśmy, przejście od maksimum do minimum zachodzi przy zmianie ε stosunkowo wolno, prążki więc nie mają wyraźnych granic.



Rys. 161

Można je widzieć i bez pomocy ekranu, nastawiając oko na jakąkolwiek płaszczyznę, prostopadłą do osi symetrii OO' obrazu interferencyjnego i leżącą w obszarze interferencji.



Rys. 162

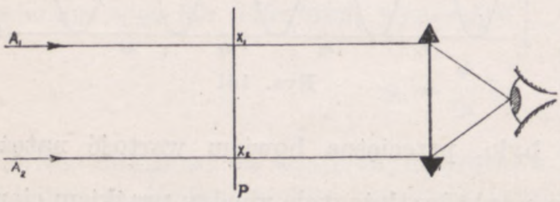
Dla ułatwienia akomodacji dobrze jest położenie tej płaszczyzny zaznaczyć umieszczeniem w niej jakiegoś przedmiotu np. niewielkiej ramki, prążki wtedy leżą wewnątrz ramki.

Założenia Fresnela pozwalają wyjaśnić bez trudu i to zjawisko. Niech P będzie płaszczyzną, na którą oko jest nastawione, X — miejscem odpowiedniego prążka, utworzonego przez interferencję promieni wychodzących z odległych na ogół punktów A_1 i A_2 (rys. 162). Zgodnie z zasadą niezależności małych zaburzeń (p. M. Grotowski, Wykłady

fizyki tom II, str. 44), którąśmy zresztą i w poprzednich naszych wywodach się posługiwali, promienie A_1X i A_2X po przecięciu się w X rozchodzą się dalej, zachowując wszystkie swoje poprzednie własności, i przecinają się po raz drugi w punkcie S siatkówki oka, będącym obrazem punktu X płaszczyzny P. Z rozważań ust. 4 rozdz. II, opartych na twierdzeniu Malusa, wynika, że drogi optyczne obu promieni od X do S są jednakowe, wobec czego spotykają się one w S z tą samą różnicą faz, co w punkcie X; jeżeli więc w X był prążek jasny, w S powstanie również prążek jasny.

Dogodniej jest jednak używać do tej obserwacji lupy. Promienie, interferujące, wychodząc z punktów bardzo (w stosunku do ogniskowej lupy) odległych, przecinają się mniej więcej w ognisku lupy (rys. 163).

Oko, umieszczone w tym punkcie, otrzymuje wszystkie promienie, wchodzące do lupy, na siatkówce więc oka, nastawionego na płaszczyznę P, powstają obrazy wszystkich prążków, zawartych między X_1 i X_2. Ponieważ średnica źrenicy oka jest mniejsza od średnicy lupy, przy obserwacji okiem nieuzbrojonym widzimy mniejszą, niż przy użyciu lupy część płaszczyzny P i tym samym, mniejszą ilość prążków. Poza tym lupa pozwala dość stosunkowo dokładnie zmierzyć odstępy prążków. Do tych pomiarów używa się zazwyczaj lupy Fresnela, schematycznie przedstawionej na rys. 163. Lupę tę, zaopatrzoną w krzyż z nitek pajęczych, służący do ustalenia płaszczyzny P, można przy pomocy śruby mikrometrycznej przesuwać w kierunku prostopadłym do prążków i w ten sposób mierzyć odstępy między nimi.



Rys. 163

Prążki interferencyjne powstają wszakże tylko wtedy, gdy punkty A_1 i A_2 są obrazami rzeczywistego punktu świecącego A. Jeżeli usuniemy zwierciadła i zastąpimy obrazy A_1, A_2 przez dwa rzeczywiste punkty świecące o rozmiarach takich samych, jak poprzednio użyty punkt A, prążki nie powstaną. Ekran, ustawiony w obszarze, w którym przecinają się wiązki, wychodzące z danych punktów, będzie oświetlony równomiernie. Interferencji więc podlegać mogą jedynie zaburzenia, wychodzące z tego samego punktu świetlnego. Zaburzenia mogące interferować, nazywamy optycznie spójnymi, (koherentnymi, łac. cohaerens — zjednoczony, złączony) w przeciwstawieniu do zaburzeń niespójnych optycznie (inkoherentnych) niezdolnych do interferencji.

Różnica ta zdaje się wskazywać, że fazy początkowe zaburzeń, wysyłanych przez dany punkt świecący, nie mają wartości stałych.

Niech $a_1, a_2, \ldots a_n$ będą amplitudami zaburzeń, wysyłanych przez różne punkty świecące, $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_n$ ich fazami początkowymi. Natężenie światła w punkcie, w którym zaburzenia te się spotykają, jest w każdej chwili równe

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2 + 2a_1a_2 \cos\left[\left(\delta_1 - 2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right) - \left(\delta_2 - 2\pi\frac{x_2}{\lambda}\right) + \ldots + \right.$$
$$\left. + 2a_{n-1}a_n \cos\left(\delta_{n-1} - 2\pi\frac{x_{n-1}}{\lambda}\right) - \left(\delta_n - 2\pi\frac{x_n}{\lambda}\right)\right],$$

gdzie $x_1, x_2, \ldots x_n$ oznaczają odległości punktu spotkania się zaburzeń od odpowiedniego punktu świecącego. Wrażenie świetlne, jakiego doznajemy, odpowiada przeciętnemu natężeniu światła, padającego na siatkówkę, odniesionemu do pewnego oznaczonego czasu, rzędu mniej więcej 0,1 sek. To natężenie przeciętne jest proporcjonalne do przeciętnej amplitudy

$$A_p^2 = \frac{1}{t}\int_0^t \left\{a_1^2 + \ldots + a_n^2 + 2a_1 \cdot a_2 \cos\left[\left(\delta_1 - 2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right) - \left(\delta_2 - 2\pi\frac{x_2}{\lambda}\right)\right] + \ldots\right\} dt =$$

$$= \frac{1}{t}\int_0^t \left\{a_1^2 + \ldots + 2a_1a_2 \cos\left[(\delta_1 - \delta_2) - 2\pi\frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right] + \ldots\right\} \delta t. \qquad \text{(a)}$$

Gdyby różnice faz początkowych $\delta_{n-1} - \delta_n$ miały wartość stałą, rozkład natężeń we wspólnym obszarze wszystkich wiązek zależałby od odległości danego punktu obszaru od źródeł światła; w szczególnym przypadku dwóch źródeł otrzymalibyśmy zjawisko prążków Fresnela. Doświadczenie jednak wskazuje, że natężenie w całym tym obszarze ma (o ile tak, jak poprzednio, pominiemy zmniejszanie się amplitudy ze wzrostem odległości) wartość mniej więcej stałą. Należy zatem przypuścić, że przeciętna wartość wielkości

$$2a_m a_p \cos\left[(\delta_m - \delta_p) - 2\pi\frac{x_m - x_p}{\lambda}\right] = 0. \qquad \text{(b)}$$

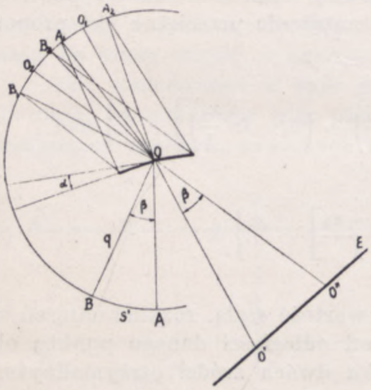
Tak może być tylko wtedy, gdy kosinus kąta w ciągu czasu t bardzo wiele razy się zmienia, przybierając wszystkie możliwe wartości dodatnie czy ujemne. Ponieważ $\frac{x_m - x_p}{\lambda}$ jest wielkością stałą, zmiany te dotyczyć mogą jedynie różnicy $\delta_m - \delta_p$. To jednak zachodzi jedynie w przypadku, gdy każda z faz początkowych δ_m i δ_p zmienia się inaczej. Wtedy spełniony jest warunek (b) i natężenie przeciętne ma w obszarze wspólnym wartość proporcjonalną do wielkości

$$A_p^2 = \frac{1}{t}\int_0^t \{a_1^2 + \ldots + a_n^2\} dt,$$

a więc jest sumą natężeń poszczególnych źródeł światła.

Możnaby zatem powiedzieć, że w każdym punkcie obszaru wspólnego co chwila zachodzi zjawisko interferencji, co chwila jednak zmienia się rozkład prążków: miejsce przy pewnej oznaczonej różnicy faz początkowych zupełnie ciemne staje się jasne, gdy różnica ta się zmienia, a ponieważ zmiany te zachodzą bardzo

szybko (w stosunku do czasu obserwacji), przeciętne oświetlenie wszystkich punktów obszaru staje się jednakowe. Prążki trwające dostatecznie długo, aby mogły być obserwowane, powstają wtedy, gdy różnice faz początkowych mają w ciągu trwania obserwacji stałą różnicę faz. Prążki takie mogą jednak powstawać jedynie przy interferencji promieni wychodzących z jednego punktu świetlnego, tylko takie bowiem zaburzenia posiadają jednakowe fazy początkowe. Ale i wtedy przy znacznej różnicy dróg optycznych i te promienie mogą się stać niezdolnymi do interferencji, jeżeli nie należą do tego samego ciągu fal, wysyłanego przez źródło z tą samą fazą początkową. Jak dotychczas wszakże żadne doświadczenie nie zdołało wykryć, przy jakiej różnicy dróg zaburzenia jednorodne, wysyłane przez dany punkt świecący, stają się optycznie niespójnymi (por. niżej, ust. 8).



Rys. 164

Prążki interferencyjne nie powstaną również i wtedy, gdy punkt świecący zastąpimy rozciągłym ciałem świecącym, co jest zgodne z wnioskiem, wyprowadzonym z doświadczeń opisanych w ust. 1 rozdz. I, że ciało świecące należy uważać za zbiór samodzielnych punktów świecących. W szczególnych wszakże przypadkach, gdy punkty świecące są w ten sposób rozmieszczone, że wytworzone przez każdy z nich układy prążków zajmują to samo miejsce w obszarze interferencyjnym lub też stanowią przedłużenie jednego z nich, można obserwować prążki Fresnela przy oświetleniu zwierciadeł światłem, wychodzącym z bardzo wielu punktów.

Tak jest np. gdy punkt A zastąpimy wąską szczeliną, równoległą do krawędzi, wzdłuż której zwierciadła się stykają, a więc prostopadłą do płaszczyzny rys. 156. Wtedy jednak na przebieg zjawiska wpływa w wysokim stopniu grubość szczeliny, gdyż z jej wzrostem wzrasta również ilość punktów świecących, leżących w płaszczyznach prostopadłych do krawędzi i dających niezależne wzajemnie układy prążków.

Niech A i B będą niezależnymi punktami świecącymi, leżącymi na obwodzie koła opisanego z O promieniem równym q (rys. 164), w odległości wzajemnej s' zatem w odległości kątowej $\beta = \dfrac{s'}{q}$. Ten sam kąt β tworzyć będą i dwusieczne O_1O', O_2O'' kątów A_1OA_2 i B_1OB_2, wyznaczające na ekranie E położenie prążków środkowych. Układy zatem prążków, wytworzonych przez dane punkty, będą przesunięte wzajemnie o

$$O'O'' = (d-q)\beta = (d-q)\frac{s'}{q}, \qquad \text{(c)}$$

odległości zaś wzajemne prążków każdego układu oddzielnie pozostaną takie, jak w przypadku jednego punktu świecącego, a zatem

$$p = \frac{d}{2l}\lambda,$$

(p. wzór (8a)), gdzie $2l$ oznacza, jak poprzednio, odległość wzajemną obrazów A_1A_2, równą odległości B_1B_2. Dopóki przesunięcie $O'O''$ jest małe w porównaniu z p, prążki ciemne i jasne obu układów przypadają mniej więcej w tych samych miejscach, w miarę wszakże wzrastania tego przesunięcia coraz bardziej się od siebie oddalają: w miejscach, w których tworzą się prążki ciemne jednego układu, drugi wytwarza oświetlenie pośrednie, kontrast między prążkami i tłem staje się coraz mniejszy; wreszcie, gdy przesunięcie dojdzie do wartości $\frac{p}{2}$, a więc gdy

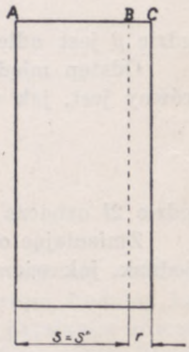
$$s' = \frac{pq}{2(d-q)}, \tag{10}$$

prążki ciemne układu A powstaną w tych samych miejscach, co jasne układu B, ekran będzie oświetlony równomiernie.

Załóżmy teraz, że między punktami A i B znajduje się bardzo wiele punktów świecących. Stosując to samo rozumowanie, stwierdzimy, że przy odległości punktów skrajnych AB, równej

$$s' = \frac{pq}{2(d-q)},$$

prążki występują mniej wyraźnie, niż przy odległości mniejszej: punkty krańcowe dadzą równomierne oświetlenie ekranu, z punktów zaś, leżących między nimi, tylko bezpośrednio sąsiadujące ze sobą dadzą prążki odcinające się od tła. Przy dalszym zwiększaniu szerokości pasa świecącego AB widzialność prążków coraz bardziej się zmniejsza, coraz większa bowiem staje się liczba par punktów, których układy wzajemnie się znoszą i gdy wreszcie szerokość ta wzrośnie do wartości



Rys. 165

$$s'' = \frac{pq}{d-q}, \tag{10a}$$

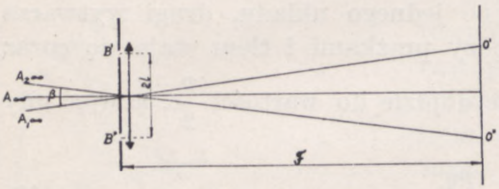
prążki znikną całkowicie. Powiększając dalej szerokość pasa np. do wartości $s = s'' + r$ (rys. 165), znów zauważymy prążki, wytwarzane przez

punkty, leżące między B i C; prążki te, leżąc na tle oświetlonym równomiernie przez pas punktów AB, będą miały widzialność na ogół słabą.

Zjawisko takiego zanikania prążków interferencyjnych wziął Michelson za podstawę pomiaru kątowej odległości gwiazd podwójnych (1890 r.) oraz wartości kątowej średnic gwiazd stałych (1920 r. i nast.), urzeczywistniając w ten sposób pomysł Fizeau z 1868 r.

Obiektyw lunety był przykryty zasłoną o dwóch małych otworach B', B'' (rys. 166), leżących na końcach tej samej średnicy; otwory te można było przesuwać wzdłuż średnicy i w ten sposób zmieniać ich wzajemną odległość.

Promienie, wychodzące z nieskończenie odległego punktu $A_{1\infty}$ po przejściu przez otwory B', B'' i ugięciu się w nich tworzą obszar interferencji, którego środkowy prążek jasny, będący obrazem geometrycznym punktu $A_{1\infty}$, powstaje w płaszczyźnie ogniskowej lunety na osi optycznej $A_{1\infty}O'$. Koło tego prążka jasnego powstają w różnych odstępach podobnie, jak w zwierciadłach Fresnela, prążki ciemne i jasne. (Zjawisko to, zaobserwowane i zbadane po raz pierwszy przez Younga, bardziej złożone od zjawiska, otrzymanego przy użyciu zwierciadeł Fresnela, omówimy nieco obszerniej w rozdziale następnym).



Rys. 166

Analogiczny układ prążków wytworzy punkt $A_{2\infty}$, przy czym środkowy prążek jasny powstanie w O''. Odstęp między O' i O'' będzie równy

$$O'O'' = \beta \mathcal{F},$$

gdzie β jest odległością kątową punktów $A_{1\infty}, A_{2\infty}$.

Odstęp między prążkami każdego z poszczególnych układów interferencyjnych równy jest, jak w doświadczeniu Fresnela,

$$p = \frac{d\lambda}{2l},$$

gdzie $2l$ oznacza odległość między otworami B' i B'', d zaś równe jest $\mathcal{F}$.

Zmieniając odpowiednio $2l$, możemy doprowadzić do zniknięcia prążków, wtedy jednak, jak wiemy,

$$O'O'' = \beta \cdot \mathcal{F} = \frac{p}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \lambda}{2l} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{F}\lambda}{2l}, \tag{d}$$

skąd

$$\beta = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{2l}.$$

Na tej drodze Anderson używając, znajdującego się w obserwatorium na Mount Wilson, obiektywu o średnicy 100 cali angielskich (około 254 cm), zmierzył (1920 r.) odległość kątową gwiazd, stanowiących podwójną gwiazdę Capella i znalazł, że jest ona mniej więcej równa 0,05″.

Gdy mamy do czynienia z pojedynczym rozciągłym ciałem świecącym, prążki znikają, gdy przesunięcie układów, wytworzonych przez skrajne punkty ciała, równe jest p, a więc

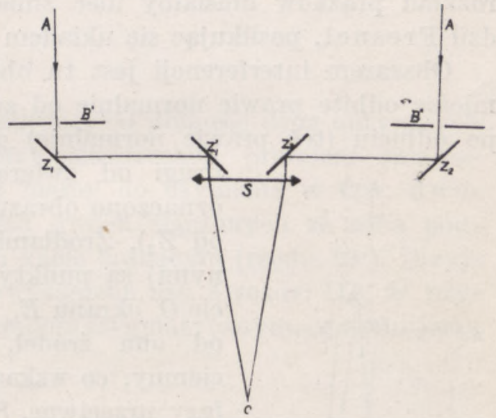
$$O'O'' = \beta \cdot \mathcal{F} = \frac{p \cdot \lambda}{2l},$$

skąd

$$\beta = \lambda \cdot \frac{1}{2l}. \qquad \text{(e)}$$

W zastosowaniu do gwiazd, które można przyrównać do tarcz kołowych, prawą stronę równania należy pomnożyć przez 1,22 (p. rozdz. VIII).

Zakładając, że obserwujemy prążki w tej części widma, na które oko jest najwrażliwsze ($\lambda = 0{,}55\,\mu$), na dolną granicę β otrzymujemy przy odległości szczelin $2l = 250$ cm wartość rzędu 0,04″. Tego rzędu wartość ma średnica kątowa α Oriona (Betelgeuse), wynosząca 0,047″ (Michelson i Peace), 1921 r.). Inne gwiazdy stałe mają średnice kątowe mniejsze, do pomiarów należałoby przeto używać obiektywów o średnicy jeszcze większej, niż obiektywu z Mount Wilson. Michelson ominął tę trudność, umieszczając przed obiektywem na sztabie stalowej o długości 20 stóp angielskich (około 6 m 10 cm) układ zwierciadeł, schematycznie przedstawiony na rys. 167. Odległość szczelin $B'B''$ może być w ten sposób zwiększona do 6 m, tym samym granica dolna β przesuwa się do wartości rzędu 0,02″. Przy pomocy tego przyrządu Peace stwierdził, że średnica kątowa α Wolarza (Arcturus) wynosi 0,0237″, nieco większa jest średnica kątowa α Byka (Aldebaran), Wega zaś ma średnicę mniejszą od 0,02″, prążki bowiem nie zanikają przy największym nawet rozsunięciu zwierciadeł. Jakkolwiek dokładność metody nie jest wielka (około 10%, według Michelsona i Peace'a) i jakkolwiek wzór (e), ściśle biorąc, stosuje się do oznaczonej długości fali i do ciał o blasku równomiernym, któremu to warunkowi gwiazdy stałe nie zupełnie odpowiadają, metoda daje jedyny, jak dotychczas, sposób zmierzenia tak małych kątów.



Rys. 167

Znając paralaksę danej gwiazdy i średnicę orbity ziemskiej, możemy obliczyć odległość danej gwiazdy od ziemi, skąd po pomnożeniu przez wartość średnicy kątowej znajdujemy średnicę gwiazdy. Okazuje się, że α Oriona (o paralaksie równej 0,018″) ma średnicę równą 380.10^6 km, nieco tylko mniejszą od średnicy orbity Marsa (około 420.10^6 km); tego samego rzędu wielkości jest średnica α Wolarza ($30{,}6.10^6$ km). Liczby te wszakże wskazują co najwyżej rząd wielkości średnic, dokładność bowiem pomiarów paralaks gwiazd stałych poniżej 0,1″ jest bardzo mała.

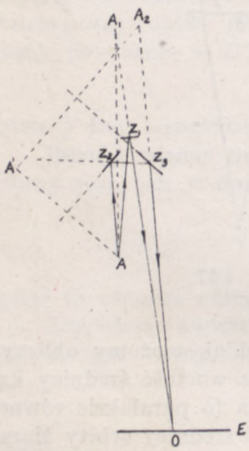
Przebieg zjawiska nie ulegnie żadnej zmianie, gdy punkty świecące przesuniemy do innej płaszczyzny, również prostopadłej do krawędzi zetknięcia się zwierciadeł, wobec czego wzory (10) i (10a) obowiązywać będą również w przypadku jednej lub dwóch bardzo wąskich prostokątnych szczelin świecących, równoległych do krawędzi O. Przy pewnej szerokości szczeliny lub pewnej odległości szczelin prążki interferencyjne znikną, aby znów się ukazać przy dalszym zwiększaniu szerokości szcze-

liny pojedynczej lub odległości dwóch wąskich szczelin. Widzialność jednak prążków za każdym ich nawrotem będzie coraz to mniejsza, aż wreszcie stanie się równa zeru.

3. ZMIANA FAZY PRZY ODBICIU. DWUPRYZMAT FRESNELA. PODWÓJNA SOCZEWKA BILLETA

Rozpatrywane przez nas wyżej doświadczenie Fresnela nie daje odpowiedzi na pytanie, czy i jakim zmianom podlega światło przy odbiciu; jakiekolwiek bowiem byłyby te zmiany, podlegają im w jednakowym stopniu obie wiązki, padające na zwierciadło, wobec czego punkty A_1 i A_2 są zawsze, jak na to zwracaliśmy już uwagę, źródłami synchronicznymi. Gdyby wszakże jedna z tych wiązek odbijała się np. dwa razy, druga zaś — tylko raz, wtedy w przypadku zmiany fazy przy odbiciu rozkład prążków musiałby ulec zmianie. Zmianę taką istotnie stwierdził Fresnel, posiłkując się układem zwierciadeł takim, jak na rys. 168.

Obszarem interferencji jest tu obszar, w którym spotykają się promienie odbite prawie normalnie od zwierciadła Z_1, z promieniami, które po odbiciu (też prawie normalnie) od zwierciadła Z_2 odbiły się po raz drugi od zwierciadła Z_3 (rys. 168, na którym nie oznaczono obrazu, jaki dają promienie, odbite tylko od Z_3). Źródłami więc światła (rzecz prosta, urojonymi) są punkty A_1 i A_2. Okazuje się, że w punkcie O ekranu E, leżącym w jednakowej odległości od obu źródeł, powstaje nie prążek jasny, lecz ciemny, co wskazuje, że źródła A_1 i A_2 mają zawsze fazy przeciwne. Stąd wynika, że dodatkowe odbicie, jakiego doznała wiązka, wychodząca pozornie z A_2, zmieniło jej fazę o π. Odbicie zatem od zwierciadła, a więc od środowiska, optycznie gęstszego, zmienia fazę zaburzenia o π (por. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 80). Źródła (A rzeczywiste i A_1 urojone) mają fazy przeciwne, źródła zaś A_2 i A fazy zgodne (różnica faz wynosi 2π).

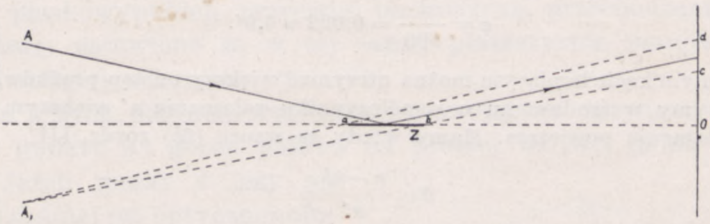


Rys. 168

Lloyd stwierdził (1837 r.), że podobna zmiana zachodzi również wtedy, gdy kąt padania jest bliski 90°.

Niech A będzie punktem świecącym (lub szczeliną prostopadłą do płaszczyzny rysunku), umieszczonym nieco przed zwierciadłem Z z boku, tak, żeby promienie z niego wychodzące padały na zwierciadło pod kątem bliskim 90° (rys. 169). Promienie odbite, wychodzące pozornie z punktu A_1, będą się spotykały z promieniami nie odbitymi, wychodzącymi bezpośrednio z A, w obszarze *abcd*. Źródłami interferującymi będą tym razem punkty A (źródło rzeczywiste) i A_1 (źródło urojone). Płaszczyzną symetrii zjawiska interferencji jest płaszczyzna zwierciadła Z, wobec czego w najlepszym razie widzimy jedynie połowę tego obszaru interferencji,

jaki dają nam zwierciadła Fresnela. Punkt środkowy O leży, co najwyżej, na granicy tego obszaru, a właściwie już poza nim. Umieśćmy jednak na drodze promieni wychodzących bezpośrednio z A_1 cieniutką blaszkę mikową; ponieważ mika ma współczynnik załamania większy, niż powietrze, droga optyczna tych promieni się wydłuży, punkt ekranu, w którym drogi optyczne promieni interferujących są wzajemnie równe, przesunie się do góry i z nim razem cały obszar interferencji. Okaże się wtedy, że w punkcie O powstaje prążek ciemny, a więc, że fazy źródeł A i A_1 są przeciwne.



Rys. 169

Tej dodatkowej różnicy faz, niezależnej od długości dróg optycznych promieni interferujących, nie ma przy interferencji promieni załamanych. Z takimi właśnie promieniami mamy do czynienia w tzw. dwupryzmacie Fresnela. Jest to układ dwóch złączonych ze sobą podstawami pryzmatów o bardzo małym kącie łamiącym (rzędu 10′). Przyjmując tak, jak to uczyniliśmy w rozważaniach ust. 4 rozdz. III, że pryzmat o małym kącie łamiącym jest układem stygmatycznym, otrzymujemy na odległość wzajemną 2 obrazów A_1, A_2 (rys. 170)

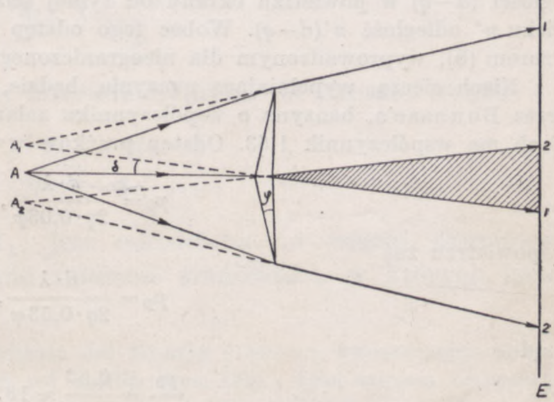
$$A_1A_2 = 2l = 2q \cdot \delta,$$

gdzie q oznacza odległość punktu (lub szczeliny) A od pryzmatu, δ odchylenie promieni. Podstawiając wartość δ ze wzoru (6c) rozdz. III otrzymujemy

$$A_1A_2 = 2l = 2q(n-1)\varphi. \quad \text{(a)}$$

Odstęp prążków w obszarze interferencji wynosi zatem

$$p = \frac{d \cdot \lambda}{2l} = \frac{d \cdot \lambda}{2q(n-1)\varphi},$$



Rys. 170

gdzie d jest odległością ekranu E od źródła A.

Jeżeli więc chcemy otrzymać w świetle o długości fali 0,5 μ prążki, których odstęp wynosiłby na ekranie odległym o 2 m od źródła 0,5 mm, musimy użyć dwupryzmatu szklanego ($n=1,5$) o kącie łamiącym równym

$$\varphi=\frac{d\cdot\lambda}{2q(n-1)p}=\frac{2000\cdot 0,0005}{q\cdot 2\cdot 0,5\cdot 0,5}.$$

Umieszczając więc pryzmat w połowie odległości ekranu od źródła ($q=1000$ mm) otrzymamy żądany odstęp prążków przy kącie φ równym

$$\varphi=\frac{1}{500}=0,002\approx 6,9'.$$

Przy tym samym kącie łamiącym można otrzymać większy odstęp prążków, gdy pryzmat zanurzymy w środowisku o współczynniku załamania n' większym od współczynnika załamania powietrza. Mamy wtedy ze wzoru (6*b*) rozdz. III

$$\delta=\frac{n-n'}{n'}\varphi$$

i

$$A_1A_2=2l=2q\cdot\delta=2q\cdot\frac{n-n'}{n'}\varphi,$$

skąd po uwzględnieniu, że długość fali w tym środowisku jest mniejsza n' razy od długości w próżni lub powietrzu

$$p=\frac{d\cdot\lambda}{n'}\cdot\frac{1}{2l}=\frac{d\cdot\lambda}{n'}\cdot\frac{n'}{2q(n-n')\varphi}=\frac{d\lambda}{2q(n-n')\varphi}. \qquad \text{(b)}$$

Zazwyczaj dwupryzmat umieszcza się w naczyniu równoległościennym, napełnionym cieczą o współczynniku załamania niewiele mniejszym od współczynnika załamania szkła. Pomijając w rachunku grubość ścianek naczynia, znajdziemy, że zgodnie ze wzorem (3a) rozdz. III, odległości w powietrzu punktu A od przedniej ściany naczynia odpowiada w środowisku n' odległość obrazu A_1 równa qn'; podobnie, odległości $(d-q)$ w powietrzu ekranu od tylnej ściany naczynia odpowiada w środowisku n' odległość $n'(d-q)$. Wobec tego odstęp prążków i tym razem wyraża się wzorem (b), wyprowadzonym dla nieograniczonego środowiska n'.

Niech cieczą, wypełniającą naczynie, będzie, że użyjemy przykładu, podanego przez Bouasse'a, benzyna o współczynniku załamania 1,5, szkło zaś dwupryzmatu niech ma współczynnik 1,53. Odstęp prążków wynosi

$$p_b=\frac{d\cdot\lambda}{2q\cdot 0,03\varphi},$$

w powietrzu zaś

$$p_p=\frac{d\cdot\lambda}{2q\cdot 0,53\varphi},$$

skąd

$$\frac{p_b}{p_p}=\frac{0,53}{0,03}\approx 18.$$

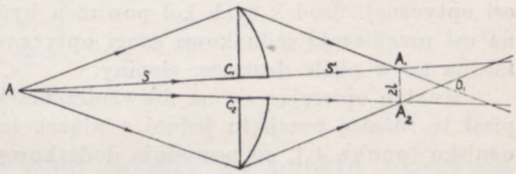
Odstęp prążków jest osiemnaście razy większy.

Wszystkie jednak wyżej przytoczone wzory jedynie w przybliżeniu odtwarzają przebieg zjawiska, które w rzeczywistości jest o wiele bardziej złożone. Doświadczenie wskazuje, że rozmieszczenie prążków jest dla wiązek, załamanych w różnych

punktach powierzchni pryzmatu, a więc przechodzących w szkle różne drogi, na ogół różne, tak że, chcąc otrzymać wyraźne prążki, należy wiązkę padającą ograniczyć odpowiednimi przesłonami. Poza tym, podobnie zresztą, jak i w zwierciadłach Fresnela, mamy tu do czynienia również i ze zjawiskiem uginania się światła, tak że ścisła teoria tych zjawisk, nad którą pracowali między innymi H. Weber (1878 r.) i H. Struve (1881 r.), a której omawiać tu nie będziemy, jest dość zawiła.

Podobnym do pryzmatu Fresnela układem optycznym jest podwójna soczewka Billeta (1862 r.). Dwie części soczewki dwuwypukłej lub płaskowypukłej, przeciętej płaszczyzną, przechodzącą przez jej oś optyczną, ustawione są w tej samej płaszczyźnie pionowej i nieco jedna od drugiej odsunięte (rys. 171).

Każda z tych połówek wytwarza na swojej osi optycznej obraz rzeczywisty punktu A: górna połowa na prostej AC_1A_1, dolna na prostej AC_2A_2. Jeżeli punkt A leży na dawnej wspólnej osi optycznej obu połówek, połówki te zaś znajdują się w jednakowych od niej odległościach, jeżeli więc, innymi słowy, układ jest symetryczny względem prostej AO_1, drogi optyczne (AA_1) i (AA_2) wszystkich promieni, przecinających się czy to w A_1, czy też w A_2, są wzajemnie równe. Źródła zatem A_1, A_2 (tym razem rzeczywiste) wiązek interferujących są synchroniczne. Niech s i s' oznaczają odpowiednio odległości źródła A i obrazów A_1, A_2 od soczewki, δ — odległość wzajemną środków optycznych C_1, C_2; odległość źródeł $2l$ jest wtedy równa



Rys. 171

$$2l = \delta \cdot \frac{s+s'}{s},$$

skąd odstęp między prążkami interferencyjnymi na ekranie wynosi

$$p = \frac{d \cdot \lambda}{2l} = \frac{\lambda \cdot d}{\delta} \cdot \frac{s}{s+s'}.$$

Wiązka skupiająca się w A_1, jest oddzielona od wiązki, skupiającej się w A_2, co pozwala dowolnie zmieniać środowiska, w których każda z tych wiązek się rozchodzi.

Pewną odmianę tego doświadczenia dał Meslin (1893 r.), umieszczając połówki soczewek w różnych odległościach od źródła (rys. 172) i tym samym otrzymując obrazy A_1, A_2 w niejednakowych odległościach od odpowiednich soczewek.

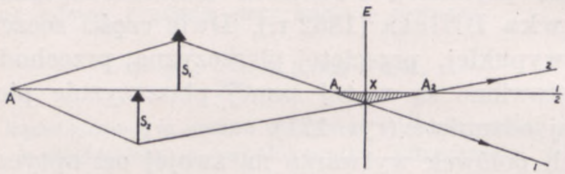
Promień, idący od punktu A poprzez soczewkę górną, przechodzi do ekranu E drogą $AA_1 + A_1X$, promień, idący przez soczewkę dolną — drogę $AA_2 - A_2X$, różnica zatem dróg promieni interferujących w X wynosi

$$\Delta = AA_1 + A_1X - AA_2 + A_2X = A_1A_2 + A_1X + A_2X.$$

Miejscem przeto geometrycznym punktów o jednakowej różnicy dróg są powierzchnie

$$A_1X + A_2X = \text{stałej}, \qquad \text{(a)}$$

odległość bowiem A_1A_2 ma wartość stałą. Równaniu (a) czynią zadość powierzchnie elipsoid obrotowych o ogniskach w punktach A_1 i A_2. Płaszczyzna ekranu, prostopadła do osi optycznej, przecina te powierzchnie wzdłuż kół współśrodkowych. Prążki zatem tworzą półkola, leżące w przypadku, przedstawionym na rys. 172, poniżej



Rys. 172

osi optycznej. Środek tych kół powinien być jasny, promienie bowiem interferujące na osi przebiegają jednakowe drogi optyczne. Okazuje się jednak, że jest on, o ile można go w ogóle dostrzec, ciemny.

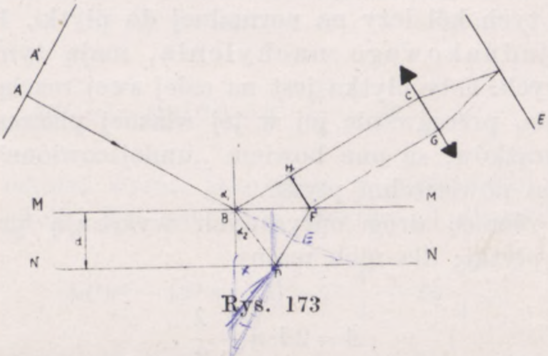
Meslin opierając się na doświadczeniach Gouy'a (p. rozdz. VIII, ust. 9) przypisał tę różnicę przejściu jednej z wiązek interferujących przed interferencją przez ognisko (punkt A_1), co powoduje dodatkową różnicę faz równą π.

4. PŁYTKI PŁASKIE O ŚCIANKACH RÓWNOLEGŁYCH. KRZYWE JEDNAKOWEGO NACHYLENIA

We wszystkich wyżej opisanych przypadkach mamy zazwyczaj do czynienia poza zjawiskami interferencji ze zjawiskami uginania się światła (p. rozdz. VIII), co nieraz bardzo utrudnia należytą obserwację. Można jednak otrzymać i „czystą" interferencję, wolną zupełnie od zakłócającego wpływu uginania, gdy promieniami interferującymi będą promienie odbite od przedniej i tylnej powierzchni przezroczystej płytki lub warstewki. Będziemy tu rozróżniali dwa przypadki: 1) płytek lub warstewek, ograniczonych powierzchniami płaskimi i doskonale równoległymi, a więc o grubości stałej i 2) płytek lub warstewek o grubości zmiennej.

Niech *MMNN* będzie płytką równoległościenną (rys. 173), oświetloną rozciągłym źródłem światła jednorodnego. Promień *AB*, wychodzący z dowolnego punktu *A* źródła, padając na przednią powierzchnię *MM* płytki częściowo się odbija w kierunku *BC*, częściowo zaś załamuje i wchodzi do wnętrza płytki, gdzie znów odbija się w punkcie *D* od tylnej powierzchni *NN* płytki i po powtórnym załamaniu na przedniej jej powierzchni wychodzi w kierunku *FG*, równoległym do *BC*. Równoległe promienie *BC* i *FG* przecinają się w nieskończoności lub, gdy na ich drodze umieścimy soczewkę zbierającą, w jednym z punktów ekranu *E*, umieszczonego w ognisku soczewki, lub wreszcie na siatkówce oka, nastawionego na nieskończoność. Drogi optyczne obu promieni

od punktów H i F ich przecięcia z płaszczyzną do nich prostopadłą aż do punktu przecięcia się ich czy to w nieskończoności czy też w jednym z punktów ekranu lub siatkówki oka obserwatora są wzajemnie równe; promienie te bowiem biegną tak, jak promienie wiązki, wychodzącej z nieskończenie odległego punktu świecącego, dla której powierzchnią falową byłaby właśnie płaszczyzna HF, z twierdzenia zaś Malusa wy-



Rys. 173

nika, że drogi optyczne od powierzchni falowej do punktu przecięcia się promieni mają dla wszystkich promieni wartości jednakowe. Wobec tego różnica dróg optycznych promieni BC i FG w punktach ich przecięcia jest ta sama, co w punktach H i F, a więc równa

$$n(BD+DF)-HB+\frac{\lambda}{2},$$

gdyż jeden z promieni interferujących odbija się w powietrzu od szkła, drugi zaś — w szkle od powietrza, to zaś, jak wiemy, powoduje dodatkową różnicę faz i zwiększa różnicę dróg optycznych o $\frac{\lambda}{2}$.

Oznaczając kąty padania i załamania przez α_1 i α_2, grubość zaś płytki przez d, znajdujemy, że

$$BD=DF=\frac{d}{\cos\alpha_2}=\frac{d}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_2}}=\frac{d\cdot n}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}$$

oraz

$$HB=2d\cdot\sin\alpha_1\cdot\operatorname{tg}\alpha_2=2\sin^2\alpha_1\cdot\frac{d}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}},$$

skąd różnica dróg optycznych

$$\Delta=\frac{2dn^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}-\frac{2d\cdot\sin^2\alpha_1}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}+\frac{\lambda}{2}=2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}+\frac{\lambda}{2}. \quad (11)$$

Różnica ta zależy jedynie od kąta padania a_1. Dla wszystkich zatem promieni, wychodzących z punktów $AA' \ldots$, i padających na płytkę pod tym samym kątem ma wartość tę samą. Źródłem światła może być przeto w tym przypadku dowolnie rozciągłe ciało świecące. Miejscem geometrycznym punktów przecięcia się promieni, których różnice dróg optycznych mają jednakową wartość, są koła, leżące albo w nieskończoności albo w płaszczyznie ogniskowej soczewki albo na siatkówce oka obserwatora. Środek tych kół leży na normalnej do płytki. Prążki, tworzące tzw. krzywe jednakowego nachylenia, mają tym razem kształt pierścieni kołowych. Gdy płytka jest na całej swej rozciągłości dokładnie płasko-równoległa, przesuwanie jej w jej własnej płaszczyznie nie zmienia położenia prążków, są one bowiem „umiejscowione" w nieskończoności, nie zaś na powierzchni płytki.

Największą różnicę dróg optycznych wykazują promienie, odbite prostopadle od płytki; dla nich mamy

$$\Delta = 2d \cdot n + \frac{\lambda}{2}.$$

Gdy

$$2d \cdot n + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

i

$$2d \cdot n = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda, \tag{12}$$

a więc, gdy różnica dróg optycznych wynosi całkowitą ilość fal, środek pierścienia jest jasny. Gdy

$$2d \cdot n + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

i

$$2d \cdot n = m\lambda, \tag{12a}$$

środek pierścienia jest ciemny. Liczbę m nazywamy w obu przypadkach rzędem interferencji środka obrazu interferencyjnego.

Przypuśćmy, że $2d \cdot n$ jest całkowitą wielokrotnością $\frac{\lambda}{2}$, że przeto

$$2d \cdot n = q \cdot \frac{\lambda}{2}. \tag{a}$$

Pierwszy pierścień (jasny, gdy środek jest ciemny, ciemny, gdy środek jest jasny) powstanie przy zmniejszeniu się różnicy faz o $\frac{\lambda}{2}$. Będziemy wtedy mieli

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1'}=(q-1)\frac{\lambda}{2},$$

skąd

$$4d^2(n^2-\sin^2\alpha_1')=q^2\cdot\frac{\lambda^2}{4}-2q\frac{\lambda^2}{4}+\frac{\lambda^2}{4}$$

lub, odrzucając ostatni wyraz, jako mały w porównaniu z dwoma pierwszymi (grubość płytki jest wielekroć większa od długości fali),

$$4d^2n^2-4d^2\sin^2\alpha_1'\approx q^2\frac{\lambda^2}{4}-2q\frac{\lambda^2}{4},$$

co, z uwagi na założenie (a), można przepisać w postaci

$$\sin^2\alpha_1'=\frac{2q}{4d^2}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2=\frac{4d\cdot n}{4d^2}\cdot\frac{\lambda}{2}=\frac{n\lambda}{2d}$$

i ostatecznie, kładąc $\sin\alpha_1'=\alpha_1'$ (kąt α'_1 jest bardzo mały),

$$\alpha_1'=\sqrt{\frac{n\lambda}{2d}}.$$

Analogicznie dla drugiego z kolei pierścienia (ciemnego przy środku ciemnym, jasnego przy środku jasnym)

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1^{(2)}}=(q-2)\frac{\lambda}{2}$$

$$\alpha_1^{(2)}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{n\lambda}{2d}}.$$

Wzór ten możemy stosować, dopóki kąt padania promieni interferujących będzie dostatecznie mały, aby można było zakładać $\sin\alpha_1^{(n)}=\alpha_1^{(n)}$. Przy zachowaniu tego warunku dla pierścienia i-tego znajdziemy

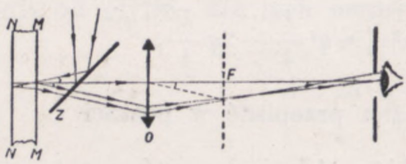
$$\alpha_1^{(i)}=\sqrt{i}\cdot\sqrt{\frac{n\lambda}{2d}}. \tag{13}$$

Taki właśnie przypadek zachodzi, gdy zjawisko obserwujemy przez lunetę, której oś optyczna jest prostopadła do płytki (lub też okiem nie-

uzbrojonym, nastawionym na nieskończoność i umieszczonym na normalnej do płytki). Wobec niewielkiego kąta widzenia lunety (niewielkiej średnicy źrenicy oka) w jej płaszczyznie ogniskowej (na siatkówce oka) skupią się jedynie te wiązki, które padają na płytkę pod niewielkimi kątami α_1. Oznaczając odległość ogniskową lunety przez $\mathcal{F}$, na wartość promieni kół jednakowego nachylenia otrzymamy

$$r_i = \alpha_1^{(i)} \cdot \mathcal{F} = \sqrt{\frac{n\lambda}{2d}} \cdot \sqrt{i} \cdot \mathcal{F}. \tag{13a}$$

Wtedy układ doświadczenia jest zazwyczaj taki, jak na rys. 174; promienie wychodzące ze źródła, odbijają się od płytki szklanej Z, ustawionej pod kątem 45° do osi lunety (na rys. oznaczony jest tylko obiektyw O lunety) i padają na płytkę $MMNN$; oko obserwuje obraz, utworzony w płaszczyznie F lunety.



Rys. 174



Rys. 174a

Gdy środek obrazu interferencyjnego jest jasny, kwadraty promieni pierścieni jasnych są do siebie w stosunku takim, jak kolejne liczby parzyste (2, 4, 6...), pierścieni ciemnych, jak kolejne liczby nieparzyste (1, 3, 5...). Ze wzrostem więc odległości od środka pierścienie te będą się stawały coraz bardziej zagęszczone. Rozkład ich będzie mniej więcej taki, jak na rys. 174a.

W płytkach grubszych pierścienie będą miały promienie mniejsze, w cieńszych — większe.

W płytce o grubości 12 mm ($n=1,5$), oświetlonej płomieniem sodu ($\lambda=0,589\ \mu$) promień pierścienia $2i$, a więc i-tego pierścienia, licząc oddzielnie pierścienie ciemne i jasne, będzie wynosił

$$r_{2i} = 0,019 \cdot \sqrt{2i} \cdot \mathcal{F}.$$

W płytce tysiąc razy cieńszej ($d=0,012$ mm)

$$r_{2i} = 0,6 \cdot \sqrt{2i} \cdot \mathcal{F}.$$

Płytki więc bardzo cienkie (o grubości rzędu długości fali światła) wydadzą się nam mniej więcej równomiernie oświetlone.

W płytce o grubości 1 μ ($n=1,5$), oświetlonej płomieniem sodowym, ($\lambda=0,589\ \mu$) różnica dróg promieni, odbitych prostopadle, wynosi około 5,5 długości fali, różnica zaś dróg promieni, odbitych pod kątem bliskim 90°, około 4,2 długości fali.

Przez pole widzenia przechodzi zatem przy obrocie lunety o 90^0 tylko jeden prążek ciemny. Natężenie światła, które i tym razem wyraża się wzorem (9), zmienia się ze zmianą kąta odbicia bardzo powoli.

Gdy oś lunety nie jest prostopadła do osi płytki, widzimy na ogół tylko części pierścieni, które przy bardzo znacznym nachyleniu (bliskim 90^0) niewiele się różnią od odcinków linii prostej.

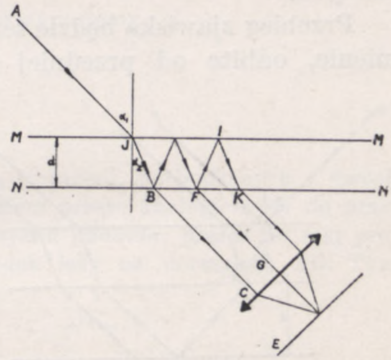
Podobnie przebiega zjawisko w świetle przechodzącym przez płytkę (rys. 175). Promieniami interferującymi są tym razem promień *BC*, przechodzący bez odbicia przez płytkę, i promień *FG*, wychodzący do powietrza po dwukrotnym odbiciu od przedniej i tylnej powierzchni płytki. Ponieważ za każdym odbiciem różnica faz wzrasta o $\frac{\lambda}{2}$, ogółem więc zmienia się o λ, różnica dróg optycznych promieni, przechodzących prawie prostopadle, wynosi

$$\Delta = 2d \cdot n + \lambda,$$

skąd warunek, aby środek obrazu interferencyjnego był jasny, wyraża się wzorem

$$2d \cdot n + \lambda = 2m \cdot \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

$$2d \cdot n = (m-1)\lambda, \qquad (14)$$



Rys. 175

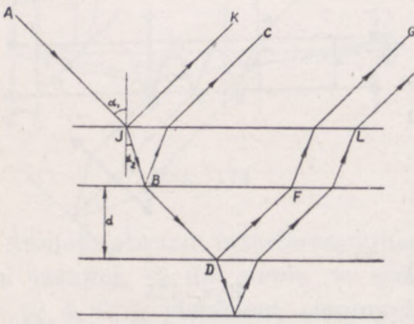
gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą.

Tam więc, gdzie w świetle odbitym powstaje prążek ciemny, w świetle przechodzącym — jasny. Oba zjawiska wzajemnie się dopełniają. Widzialność jednak prążków nie jest w obu przypadkach jednakowa. W świetle odbitym interferują promienie, z których każdy był raz odbity (promień *BC* w powietrzu od szkła, promień *FG* w szkle od powietrza p. rys. 173); zmniejszenie się amplitudy na skutek odbicia jest w obu przypadkach jednakowe; pomijając więc zmniejszenie się amplitudy na skutek dwukrotnego załamania się promienia *FG* w szkle, można uważać amplitudy promieni interferujących za prawie równe; amplituda wypadkowa zmienia się zatem od wartości $2a$ (w prążkach jasnych) do zera. Różnica więc oświetleń różnych punktów ekranu jest zupełnie wyraźna. Inaczej jest w świetle przechodzącym. Promień *BC* przechodzi przez płytkę z niewielkim jedynie zmniejszeniem amplitudy, promień zaś *FG* po dwukrotnym odbiciu ma amplitudę znacznie mniejszą. W żadnym punkcie ekranu *E* oświetlenie nie będzie równe zeru. Ani prążki jasne, ani ciemne nie będą się zbytnio od tła odcinały. Widzialność prążków będzie przeto gorsza.

Przy prostopadłym odbiciu w powietrzu od szkła amplituda zmniejsza się pięciokrotnie, dwukrotne zatem odbicie zmniejszy ją do $\frac{1}{25}$ wartości amplitudy światła padającego. Amplituda wypadkowa w świetle przechodzącym będzie się zmniejszała od wartości 1,04 a do 0,96 a.

Tym zmniejszeniem się amplitudy na skutek odbicia tłumaczy się, dlaczego w wywodach naszych nie uwzględniamy promieni takich jak *FIK* (rys. 175), odbitych trzy lub więcej razy; promienie te w niewielkim jedynie stopniu wpływają na rozkład oświetlenia, które, praktycznie rzecz biorąc, jest całkowicie wyznaczone przez interferencję promieni *BC* i *FG*. Natężenie światła w poszczególnych miejscach ekranu *E* wyraża się i tym razem wzorem (9), prążki przeto nie mają granic wyraźnych.

Przebieg zjawiska będzie ten sam, gdy interferencji będą podlegały promienie, odbite od przedniej i tylnej powierzchni warstwy powietrza, zawartej między dwiema znacznie od niej grubszymi płasko-równoległymi płytkami szklanymi. Promienie interferujące *JBC* i *JBDFG* (rys. 176) przechodzą w szkle drogi jednakowe, wobec czego różnica ich dróg optycznych powstaje na skutek niejednakowych warunków, w jakich się odbijają (*BC* w szkle od powietrza, DG — w powietrzu od szkła) oraz na skutek tego, że promień *JBDFG* przechodzi dodatkowo drogę *BDF* w powietrzu. Różnica więc dróg optycznych tych promieni wynosi



Rys. 176

$$\Delta = (BDF) + \frac{\lambda}{2} = 2d\cos\alpha_1 + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{1-\sin^2\alpha_1} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (14a)$$

Oprócz tego układu pierścieni interferencyjnych powstaje jeszcze drugi, wytworzony przez interferencję promieni *JK* i *LP*, odbitych od przedniej powierzchni górnej płytki szklanej i tylnej powierzchni dolnej. Jeżeli jednak grubości płytek są o wiele większe od grubości warstwy powietrza, pierścienie tego układu są tak zagęszczone, że w małym jedynie stopniu wpływają na widzialność układu pierwszego.

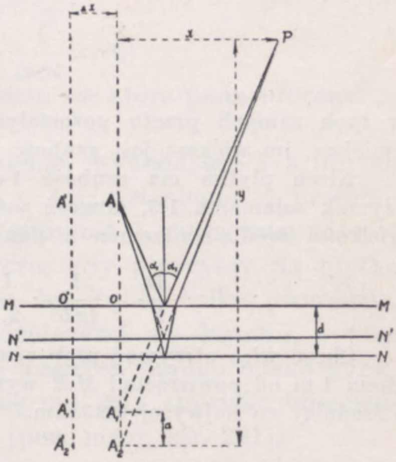
Opisana wyżej interferencja promieni, padających na płytkę pod tym samym kątem i wytwarzających prążki interferencyjne w nieskończoności, jest przypadkiem szczególnym zjawiska ogólniejszego interferencji promieni, padających na płytkę pod różnymi kątami i spotykającymi się w punkcie *P* (rys. 177), którego położenie zależy od kątów padania promieni interferujących.

W przypadku promieni, padających prawie normalnie na płytkę, a więc gdy płytkę można z wystarczającym przybliżeniem uważać za układ stygmatyczny, promienie interferujące biegną tak, jak gdyby wychodziły z obrazów A_1 i A_2 punktu świecącego A, otrzymanych: pierwszy przez odbicie od powierzchni MM płytki, drugi przez odbicie od powierzchni NN po uprzednim załamaniu na powierzchni MM.

Oznaczmy odległość punktu świecącego A od powierzchni MM przez h, obraz A_1 będzie leżał w tej samej odległości od tej powierzchni. Obraz A_2 powstaje, jak mówiliśmy, przez odbicie od obrazu $N'N'$ tylnej powierzchni NN, powstającego na skutek załamania tej powierzchni na powierzchni MM. Odległość $N'M$ jest, zgodnie ze wzorem 3 rozdz. III, n razy mniejsza od MN, a więc równa $\frac{d}{n}$, gdzie d — grubość płytki; A_2 leży zatem w odległości $h+\frac{d}{n}$ od $N'N'$, a ponieważ odległość A_1 od $N'N'$ równa jest $h-\frac{d}{n}$, na odległość A_1A_2 otrzymujemy

$$A_1A_2=a=2\frac{d}{n}.$$

Mamy tu więc do czynienia z interferencją promieni, pochodzących z dwóch źródeł (urojonych) optycznie spójnych, ze zjawiskiem przeto analogicznym do prążków Fresnela. Płaszczyzną symetrii jest płaszczyzna padania; prążki do niej prostopadłe tworzą pierścienie kołowe, których środek leży na normalnej AO. Tym razem jednak nie są one umiejscowione, lecz mogą zależnie od kątów padania promieni interferujących powstawać w całym obszarze interferencyjnym. Podobnie jak w doświadczeniu Fresnela, powstają one tylko wtedy, gdy rozmiary źródeł światła są odpowiednio dobrane.



Rys. 177

Rozmiary te możemy wyznaczyć w sposób następujący.

Różnica odległości punktów A_1, A_2 od punktu interferencji P o współrzędnych x, y wynosi

$$A_2P-A_1P=\delta=\sqrt{y^2+x^2}-\sqrt{(y-a)^2+x^2}\,. \qquad \text{(a)}$$

Umieśćmy bardzo blisko punktu A w tej samej, co i on, odległości od powierzchni MM, drugi punkt świecący A'. Obrazy tego punktu będą, oczywiście, leżały w tej samej odległości od płytki, co i obrazy punktu A, ta sama będzie i ich wzajemna odległość. Zmianę, zachodzącą w różnicy odległości źródeł od punktu P przy zastąpieniu A_1 i A_2 przez punkty A_1' i A_2', znajdziemy, różniczkując wzór (a), w którym jedyną zmienną jest x. Otrzymamy

$$\Delta\delta=\frac{x\cdot\Delta x}{\sqrt{y^2+x^2}}-\frac{x\cdot\Delta x}{\sqrt{(y-a)^2+x^2}},$$

skąd, przyjmując, że x jest małe w porównaniu z y (promienie padają prawie prostopadle, y jest zawsze większe od a),

$$\Delta\delta = x\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y-a}\right)\Delta x = -\frac{x}{y}\cdot\frac{a\cdot\Delta x}{y-a} = -\operatorname{tg}\alpha_1\cdot\frac{a}{y-a}\Delta x$$

i ostatecznie

$$-\Delta x = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_1}\cdot\frac{y-a}{a}\Delta\delta;$$

dopóki $\Delta\delta$ jest mniejsze od $\frac{\lambda}{2}$, dopóki zatem

$$|\Delta x| < \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_1}\cdot\frac{y-a}{a}\cdot\frac{\lambda}{2},$$

obrazy interferencyjne, wytworzone przez promienie, wychodzące z A i A', nie będą się wzajemnie niweczyły. Przy tym samym więc kącie padania promienia, wychodzącego pozornie z A_2 i tej samej odległości a, największa dopuszczalna odległość punktów A i A' jest tym większa, im większe jest y — odległość od płaszczyzny, równoległej do płytki i przechodzącej przez A_2, punktu P, w którym obserwujemy interferencję; jednocześnie tym mniejsza jest różnica kątów padania promieni interferujących. Przy $y=\infty$ kąty padania promieni interferujących są wzajemnie równe, odległość AA' może być nieograniczenie wielka, otrzymujemy krzywe jednakowego nachylenia.

Gdy obserwujemy prążki, tworzące się na powierzchni płytki (oko nastawione na tę powierzchnię), $y=h+a$, mamy zatem

$$|\Delta x| < \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_1}\cdot\frac{h}{a}\cdot\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_1}\cdot\frac{h\cdot n}{2d}\cdot\frac{\lambda}{2};$$

w tych samych przeto pozostałych warunkach rozmiary źródła muszą być tym mniejsze, im większa jest grubość płytki.

Niech płytka ma grubość 1 cm, kąt padania niech będzie równy 5^0, współczynnik załamania 1,5, długość zaś fali światła 0,6 μ. Największa wartość kątowej wielkości źródła (mierzona z punktu padania) nie może być wtedy większa od

$$\frac{\Delta x}{h} = \frac{1}{\operatorname{tg}5^0}\cdot\frac{1{,}5}{2.10}\cdot 0{,}0003 = 0{,}000\,252\,1 \approx 53''.$$

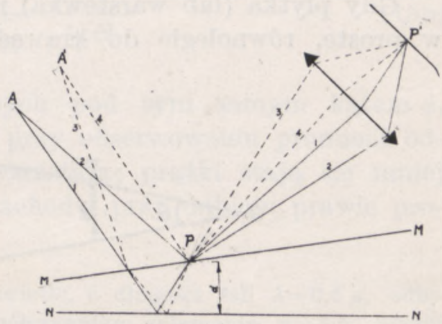
Chcąc więc otrzymać przy oświetleniu płytki źródłem umieszczonym w odległości 1 m od powierzchni MM wyraźny obraz interferencyjny, musimy użyć źródła o średnicy co najwyżej 0,25 mm.

5. PŁYTKI (LUB WARSTWY) O GRUBOŚCI ZMIENNEJ. KRZYWE JEDNAKOWEJ GRUBOŚCI. PIERŚCIENIE NEWTONA

Gdy mamy do czynienia z płytkami (lub warstwami) o grubości niejednakowej, np. ograniczonymi przez płaskie powierzchnie ku sobie nachylone, otrzymujemy obraz interferencyjny nie w nieskończoności, lecz na powierzchni danej płytki (lub warstewki), tak że przy przesuwaniu płytki przed okiem obserwatora obraz przesuwa się wraz z nią;

jest na niej umiejscowiony. Chcąc tym razem widzieć prążki interferencyjne, musimy oko (lub lunetę) nastawić na przednią powierzchnię płytki.

Niech A, A' będą dowolnymi punktami rozciągłego źródła światła (rys. 178). W punkcie P płytki interferują dwa promienie, wychodzące z punktu A, a mianowicie promień, odbity od przedniej powierzchni MM płytki, i promień, załamany na tej powierzchni i odbity od tylnej powierzchni NN płytki. Promienie te, padające na płytkę nie pod tymi samymi kątami i wychodzące z niej też pod różnymi kątami, są skupiane przez oko (lub obiektyw lunety) w punkcie P', obrazie punktu P płytki. Gdy, jak w rozpatrywanym przypadku, nachylenie powierzchni granicznych jest bardzo małe, można płytkę w pobliżu punktu P uważać za płasko-równoległą i różnicę dróg optycznych promieni 1 i 2 przyjąć za równą (p. wzór 11)



Rys. 178

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} + \frac{\lambda}{2}, \tag{a}$$

gdzie d oznacza grubość płytki w tym miejscu, na które pada promień 2, α_1 — kąt padania tegoż promienia.

W punkcie P interferują również promienie, wychodzące i z innych punktów rozciągłego ciała świecącego (np. z A'); promienie te przechodząc przez płytkę w innych miejscach, niż promień 2, mają inną różnicę dróg optycznych. Do oka wszakże, zwłaszcza, gdy patrzymy na płytkę z nieco większej odległości, wchodzą przez źrenicę te tylko promienie, które wychodzą z płytki pod niewiele różniącymi się kątami, a więc które przechodzą przez płytkę w punktach, leżących bardzo blisko punktu padania promienia 2. Podobnie rzecz się ma, gdy zjawisko obserwujemy przez lupę o niewielkiej rozwartości (por. niżej, str. 231).

W punktach zatem, którym odpowiada ta sama grubość płytki (przy niezmiennym położeniu oka oraz bardzo małych różnicach wartości kąta padania) różnice długości dróg optycznych mają dla wszystkich par promieni wartości mniej więcej jednakowe. Prążki jasne powstają w miejscach, w których (por. wz. (12))

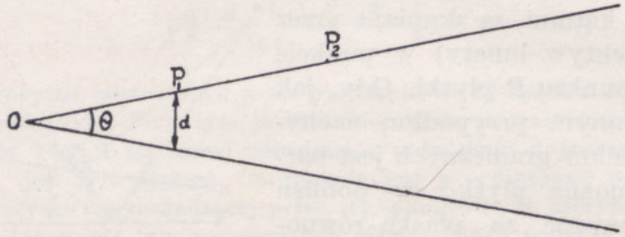
$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} + \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2} = m\lambda, \tag{15}$$

prążki ciemne w miejscach, w których (por. wz. 12a)

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda. \qquad (15a)$$

Prążki te tworzą krzywe jednakowej grubości.

Gdy płytka (lub warstewka) ma kształt klina, krzywe te przechodzą w proste, równoległe do krawędzi klina (lub, ujmując rzecz bardziej



Rys. 179

ogólnie, prostopadłe do kierunku największego spadku). Na samej krawędzi leży wtedy prążek ciemny, tam bowiem

$$d = 0 \quad \text{i} \quad \Delta = \frac{\lambda}{2}.$$

Następny prążek ciemny powstaje w punktach P_1 (rys. 179), w których grubość klina jest równa

$$d = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1}}.$$

Punkty te leżą, oczywiście, na prostej (prostopadłej do płaszczyzny rysunku), której odległość od krawędzi O wynosi

$$OP_1 = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\Theta},$$

gdzie Θ oznacza kąt łamiący klina.

Drugi prążek ciemny powstaje w odległości

$$OP_2 = \frac{2\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\Theta}.$$

Odległość więc wzajemna prążków P_2 i P_1 równa jest

$$OP_2 - OP_1 = \frac{2\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\Theta} - \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\Theta} =$$

$$= \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1}}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\Theta}. \qquad (15b)$$

Odstępy zatem prążków, obserwowanych pod tym samym kątem α_1 są wzajemnie równe. Ze wzrostem α_1, przy obserwowaniu promieni odbitych bardziej ukośnie, odstępy te wzrastają; prążki stają się mniej zagęszczone. Największe zagęszczenie zachodzi przy odbiciu prawie prostopadłym ($\alpha_1 \approx 0$).

Przypuśćmy, że chcemy otrzymać w świetle, o długości fali $\lambda = 0{,}6\,\mu$, odbitym prostopadle od szklanego klina, o współczynniku załamania $n = 1{,}5$, prążki w odstępach 0,5 mm kąt Θ musi być wtedy równy

$$\operatorname{tg}\Theta \approx \Theta = \frac{0{,}000\,6}{3\cdot 0{,}5} = 0{,}000\,4 = 1'24''.$$

W układzie, utworzonym przez odbicie pod kątem bliskim 90°, odstęp ten wzrasta do wartości

$$OP_n - OP_{n-1} \approx \frac{0{,}000\,6}{2\cdot 1{,}1}\cdot\frac{1}{0{,}000\,4} \approx 0{,}68 \text{ mm}.$$

Wtedy jednak można oko przybliżyć do płytki (lub też użyć układu optycznego o większej rozwartości), w miarę bowiem zmniejszania się kąta α_1 wzrasta największa wartość kąta, jaką mogą bez szkody dla widzialności obrazu interferencyjnego tworzyć skrajne promienie wiązki, wchodzącej do oka (lub danego układu optycznego).

Przepiszmy wzór (a) w postaci

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha_1} + \frac{\lambda}{2} = 2d\cdot n\cdot\cos\alpha_2 + \frac{\lambda}{2}.$$

Dla małych wartości kąta α_2 możemy przyjąć

$$\cos\alpha_2 = 1 - \frac{\alpha_2^2}{2}$$

i

$$\Delta = 2d\cdot n\left(1 - \frac{\alpha_2^2}{2}\right) + \frac{\lambda}{2}.$$

Układy interferencyjne, wytworzone przez promienie, załamane pod różnymi kątami α_2 pozostaną widzialne, dopóki różnice ich dróg optycznych będą różniły się o wartość mniejszą od $\frac{\lambda}{2}$, a więc dopóki

$$\Delta' - \Delta'' = 2dn\left(1 - \frac{\alpha_2'^2}{2}\right) - 2dn\left(1 - \frac{\alpha_2''^2}{2}\right) = 2dn\left(\frac{\alpha_2''^2}{2} - \frac{\alpha_2'^2}{2}\right) < \frac{\lambda}{2},$$

skąd

$$\frac{\alpha_2''^2}{2} - \frac{\alpha_2'^2}{2} < \frac{\lambda}{4dn}.$$

Licząc kąty od kierunku promienia, odbitego prostopadle od płytki $(\alpha_1' = 0)$ będziemy mieli

$$\alpha_2''^2 < \frac{\lambda}{2dn} \quad \text{i} \quad \alpha_2'' < \sqrt{\frac{\lambda}{2dn}}.$$

Dopuszczalna zatem rozwartość stożka promieni będzie tym mniejsza, im grubość płytki w miejscu obserwacji będzie większa, a więc im wyższemu rzędowi interferencji będzie odpowiadał dany prążek.

Oznaczmy przez ϱ — promień źrenicy oka, przez d_d — odległość dokładnego widzenia; największa wartość kąta, jaki z normalną do płytki tworzyć mogą promienie, wchodzące do oka obserwatora, patrzącego na płytkę w kierunku do niej prostopadłym, wynosi

$$\operatorname{tg}\beta \approx \beta = \frac{\varrho}{d_d} = \frac{2}{200} = 0{,}01.$$

Temu kątowi odpowiada kąt α_2'' równy

$$\alpha_2'' = \frac{\beta}{n} = \frac{0{,}01}{1{,}5} \approx 0{,}007.$$

Wobec tego dopuszczalna grubość płytki w miejscu obserwacji

$$d < \frac{\lambda}{2 \cdot \alpha_2''^2 \cdot n} = \frac{\lambda \cdot n}{2\beta^2} = \frac{\lambda \cdot 1{,}5}{2 \cdot 0{,}000\,1} = 7\,500\,\lambda.$$

Przy obserwacji więc okiem nieuzbrojonym możemy widzieć prążki o stosunkowo wysokim rzędzie interferencji. W rzeczywistości jednak obraz interferencyjny staje się niewyraźny już przy

$$\Delta' - \Delta'' = 0{,}3\,\lambda,$$

tak że mamy

$$d < 0{,}3 \cdot \frac{\lambda . n}{\beta^2} = 4\,500\,\lambda.$$

Obserwowany rząd interferencji można wszakże znacznie powiększyć, gdy przed okiem umieścimy przesłonę z otworem o średnicy mniejszej od 2ϱ.

Obraz interferencyjny nie ulegnie żadnej zasadniczej zmianie, gdy promienie odbijać się będą od granicznych powierzchni warstewki powietrza, zawartej między dwiema płytkami szklanymi, nachylonymi ku

sobie pod bardzo małym kątem. Wszystkie poprzednio wyprowadzone wzory pozostaną bez zmiany, płytki bowiem nie zmienią w niczym różnicy dróg optycznych promieni interferujących.

Wtedy w tych samych pozostałych warunkach odstępy między prążkami będą większe. Tak np. w przykładzie, podanym na str. 231 ($\Theta=0{,}0004$, $\lambda=0{,}6\mu$) odstęp między prążkami przy odbiciu prostopadłym będzie wynosił

$$p=OP_n-OP_{n-1}=\frac{0{,}0006}{2\cdot 0{,}0004}=0{,}75 \text{ mm},$$

przy odbiciu zaś pod kątem bliskim 90° będzie nieograniczenie wielki.

Do badania krzywych jednakowej grubości służyć może układ optyczny, użyty po raz pierwszy przez Newtona (1675 r.). W układzie tym środowiskiem o zmiennej grubości jest warstewka powietrza, zawarta między płaską płytką NN (rys. 180) i wypukłą powierzchnią płasko-wypukłej soczewki S, dotykającej płytki w punkcie O. Grubość warstewki powietrza wzrasta ze wzrostem odległości od punktu zetknięcia O. Opuśćmy z punktu M, w którym chcemy wyznaczyć grubość warstewki, prostopadłą HM do średnicy kuli OO'. Będziemy mieli

$$HM^2=OH\cdot HO'$$

lub, oznaczając przez R promień kuli (i tym samym promień wypukłej powierzchni soczewki), przez r długość prostopadłej HM,

$$r^2=d(2R-d),$$



Rys. 180

skąd, z uwagi, że d jest, jak o tym później się przekonamy, znacznie mniejsze od $2R$, otrzymujemy

$$r^2=2Rd$$

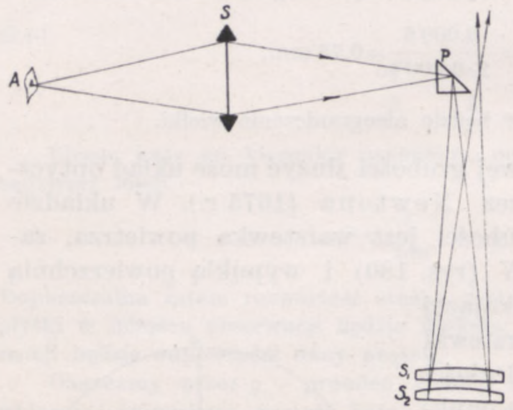
i ostatecznie

$$d=\frac{r^2}{2R}, \tag{16}$$

krzywe więc jednakowej grubości są tym razem kołami współśrodkowymi.

Najdogodniej jest badać interferencję promieni odbitych normalnie, do czego się nadaje układ optyczny, obmyślony przez Fizeau (rys. 181). Promienie źródła A, skupione przez soczewkę pomocniczą S, doznają całkowitego wewnętrznego odbicia w małym pryzmacie P, umieszczo-

nym w ognisku soczewki S_1, stanowiącej górną część przyrządu interferencyjnego. Dolną część przyrządu stanowi tu nie płytka, lecz soczewka S_2, o bardzo zresztą małej krzywiznie. Promienie światła padają na warstewkę powietrza, zawartą między soczewkami, prawie prostopadle; chcąc zatem obserwować prążki interferencyjne, należy oko, nastawione na powierzchnię soczewki S_1, umieścić w pobliżu pryzmatu.



Rys. 181

W tym przypadku grubość warstewki wynosi

$$d=\frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right), \quad (16a)$$

gdzie R_1 i R_2 są promieniami krzywizny soczewek.

W tego rodzaju układzie, w którym współczynnik załamania światła warstewki jest mniejszy od współczynnika załamania ograniczających warstewkę soczewek (lub soczewki i płytki), środek kół interferencyjnych jest ciemny, odbicia bowiem od przedniej i tylnej powierzchni warstewki zachodzą w warunkach odmiennych (przy odbiciu od przedniej powierzchni promień, wychodzący ze środowiska optycznie gęstszego, odbija się od środowiska optycznie rzadszego, przy odbiciu od tylnej powierzchni promień, wychodzący ze środowiska optycznie rzadszego, odbija się od środowiska optycznie gęstszego); przy grubości więc równej zeru różnica dróg optycznych promieni interferujących wynosi $\frac{\lambda}{2}$. Pierwsze koło ciemne powstaje w tym miejscu, gdzie warstewka ma grubość $\frac{\lambda}{2}$, promień zatem koła jest równy

$$r_1=\sqrt{2\cdot\frac{\lambda}{2}\cdot\sqrt{R}}=\sqrt{R}\cdot\sqrt{\lambda},$$

drugiego koła powstaje tam, gdzie $d=\lambda$; promień przeto drugiego koła wynosi

$$r_2=\sqrt{R}\cdot\sqrt{2\lambda},$$

podobnie promień m-tego koła

$$r_m=\sqrt{R}\cdot\sqrt{m\lambda}. \quad (17)$$

Promienie krzywych jednakowej grubości tzw. pierścieni Newtona są do siebie w stosunku takim, jak pierwiastki kwadratowe kolejnych liczb całkowitych

$$r_1 : \ldots : r_m = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \ldots : \sqrt{m}. \tag{17a}$$

Pierścienie te w miarę wzrastania rzędu interferencji stają się coraz bardziej zagęszczone.

Stosunek promieni pozostaje bez zmiany, gdy powietrze zastąpimy innym środowiskiem, np. wodą, wtedy bowiem promienie wszystkich kół zmienią się proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego ze stosunku długości fali w nowym środowisku do długości fali w powietrzu, a więc, zgodnie z założeniem Fresnela, odwrotnie proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego ze współczynnika załamania danego środowiska. Istotnie, pomiar pierścieni Newtona, otrzymanych przy użyciu różnych środowisk, założenie to całkowicie potwierdza.

Pomiar ten z samej natury rzeczy nie może być bardzo dokładny. I w tym bowiem przypadku mamy do czynienia z interferencją jedynie dwóch promieni — odbitego od powierzchni przedniej i odbitego od powierzchni tylnej; promienie odbite wielokrotnie mają tak małe natężenie, że w niczym nie wpływają na bieg zjawiska. Wobec tego natężenie na przedniej powierzchni układu jest proporcjonalne (p. wzór 9) do $\cos^2 \pi \frac{d}{\lambda}$, przy niewielkiej więc w stosunku do długości fali grubości warstewki zmienia się bardzo powoli, pierwsze prążki nie odcinają się wyraźnie od tła. W dokładniejszych pomiarach należy przeto posługiwać się pierścieniami o znacznym rzędzie interferencji. Przypuśćmy, że chcemy otrzymać przy użyciu światła o $\lambda = 0{,}6\ \mu$ pierścienie tak rozmieszczone, aby odległość między 49 i 50 pierścieniem była rzędu 0,3 mm. W powietrzu mamy wtedy

$$r_{50} - r_{49} = 0{,}3 = \sqrt{R} \cdot \sqrt{50 \cdot 0{,}0006} - \sqrt{R} \cdot \sqrt{49 \cdot 0{,}0006} = \sqrt{R}(0{,}173 - 0{,}171) = \sqrt{R} \cdot 0{,}002,$$

skąd

$$R \approx 225 \text{ cm}.$$

Krzywizna więc górnej soczewki musi być bardzo mała.
Grubość warstewki w tym miejscu wyniesie

$$d = \frac{r^2}{2R} = \frac{R \cdot 50 \cdot 0{,}0006}{2R} = 0{,}015 = 15\ \mu,$$

co ex post uzasadnia uproszczenie, użyte przy wyprowadzeniu wzoru (16).

W wodzie promienie pierścieni będą

$$\sqrt{n} = \sqrt{1{,}33} \approx 1{,}15$$

razy mniejsze.

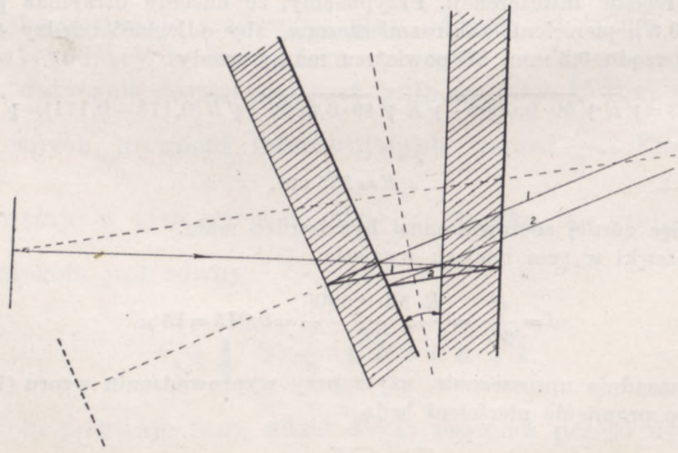
Środek pierścieni będzie również ciemny, gdy współczynnik załamania warstewki będzie większy od współczynników załamania soczewki i płytki (lub obu soczewek) i wtedy bowiem warunki odbicia będą dla obu pro-

mieni interferujących różne. Jeżeli jednak, jak to pierwszy stwierdził Th. Young (1802 r.) współczynnik warstewki ma wartość pośrednią (np. większą od współczynnika załamania górnej soczewki, mniejszą od współczynnika załamania dolnej), środek pierścieni jest jasny. Wtedy, oczywiście, każda z soczewek (lub też soczewka i płytka) musi mieć inny współczynnik załamania (np. jedna z soczewek jest ze szkła lekkiego, druga — z ciężkiego). Doświadczenie Younga, wcześniejsze od omawianego w ust. 3 doświadczenia Fresnela, stanowi jeszcze jedno potwierdzenie analogii (powtarzamy, wyłącznie formalnej) między zjawiskami świetlnymi i akustycznymi.

W świetle przechodzącym prążki ciemne będą powstawały w tych miejscach, w których światło odbite wytwarza prążki jasne (por. ust. 4). Podobnie, jak w przypadku krzywych jednakowego nachylenia, widzialność prążków jest w świetle przechodzącym mniejsza, niż w świetle odbitym.

6. PRĄŻKI BREWSTERA. REFRAKTOMETR INTERFERENCYJNY JAMIN'A

Patrząc poprzez dwie dość grube, mniej więcej o tej samej grubości płytki, nachylone ku sobie pod niewielkim kątem (rzędu 1^0), na otwór oświetlony światłem słonecznym, widzimy poza obrazem otworu, utworzonym przez promienie, przechodzące wprost przez płytki, obrazy boczne, utworzone przez promienie odbite dwa lub więcej razy od powierzchni płytek, jak to schematycznie wyjaśnia rys. 182. Jasność tych obrazów

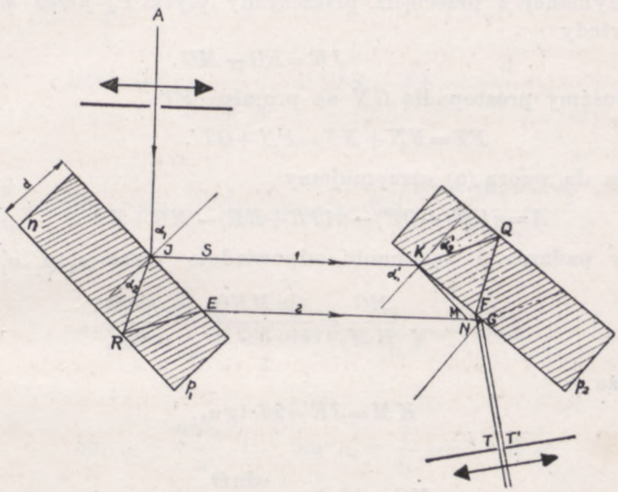


Rys. 182

bocznych bardzo szybko maleje, tak że zazwyczaj wyraźnie widać tylko obraz pierwszy. Brewster stwierdził (1815 r.), że obraz ten jest poprzecinany prążkami interferencyjnymi, mniej więcej równoległymi do kra-

wędzi, wzdłuż której przecinają się płaszczyzny płytek. Nie wchodząc w szczegółowy rozbiór tego zjawiska, którego teorię dał J. Herschel (1831 r.), poprzestaniemy na rozpatrzeniu warunków powstawania tych prążków (tzw. prążków Brewstera) w nieco odmiennym układzie, obmyślonym przez Jamin'a (1856 r.).

Jedną z dwóch płytek P_1, P_2 (rys. 183) o tej samej grubości, możliwie dokładnie płasko-równoległych, nachylonych ku sobie pod niewielkim kątem Θ, oświetlamy jakimś rozciągłym źródłem światła jedno-



Rys. 183

rodnego, umieszczonym na ogół dość daleko od oświetlonej płytki. Prążki interferencyjne przecinają obraz źródła, powstający przez odbicie w płytce P_2. Prążki te można obserwować albo okiem nieuzbrojonym, albo przez lupę. Promień AJ, wychodzący z punktu A, leżącego w płaszczyznie rysunku i padający na przednią powierzchnię płytki P_1, częściowo się od niej odbija w kierunku JK, częściowo załamuje w kierunku JR i po odbiciu od tylnej powierzchni płytki P_1 w punkcie R i powtórnym załamaniu na jej powierzchni w punkcie E idzie w kierunku EG i odbija się od przedniej powierzchni płytki P_2 w kierunku GT'. Promień JK po załamaniu się w płytce P_2 i odbiciu w punkcie Q wychodzi z niej w kierunku FT, równoległym do GT'.

W rzeczywistości mamy do czynienia jeszcze z dwoma promieniami: promieniem odbitym od płytki P_2 w punkcie K i z promieniem załamanym w punkcie G, a następnie odbitym od tylnej powierzchni P_2 i wychodzącym po powtórnym załamaniu na przedniej powierzchni P_2 też w kierunku równoległym do GT. Promienie te o znacznej różnicy dróg optycznych tymczasem w rozważaniu naszym pomijamy.

Droga optyczna promienia JK, który oznaczać będziemy cyfrą 1, wynosi od J do$T$

$$(1) = JK + n(KQ + QF) + FT,$$

promienia zaś 2, załamanego na przedniej powierzchni P_1,

$$(2) = n(JR + RE) + EG + GT'.$$

Różnica przeto ich dróg optycznych

$$\Delta = n[(KQ + QF) - (JR + RE)] + JK + FT - EG - GT'. \tag{a}$$

Przeprowadźmy z punktu K do przecięcia z promieniem EG równoległą KM do prostej JE, otrzymanej z przecięcia płaszczyzny płytki P_2 przez płaszczyznę padania. Mamy wtedy

$$JK = EG - MG.$$

Z punktu G opuśćmy prostopadłą GN na promień FT

$$FT = FN + NT = FN + GT'.$$

Po podstawieniu do wzoru (a) otrzymujemy

$$\Delta = n(KQ + QF) - n(JR + RE) - MG + FN. \tag{b}$$

Oznaczmy kąty padania i załamania odpowiednio przez $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1', \alpha_2'$; z $\Delta\, MKG$ otrzymamy

$$\frac{MG}{KM} = \frac{\sin MKG}{\sin KGM} = \frac{\sin\Theta}{\cos\alpha_1'},$$

skąd z uwagi, że

$$KM = JE = 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2,$$

mamy

$$MG = 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \frac{\sin\Theta}{\cos\alpha_1'}.$$

Z $\Delta\, NFG$ znajdujemy

$$FN = FG \cdot \sin\alpha_1',$$

gdzie $FG = KG - KF = KG - 2d \operatorname{tg}\alpha_2'$.
KG wyznaczamy z $\Delta\, MKG$

$$\frac{KG}{KM} = \frac{\sin KMG}{\sin KGM} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_1'},$$

wobec czego

$$FG = 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_1'} - 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2'$$

i

$$FN = 2d \left(\operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_1'} - \operatorname{tg}\alpha_2'\right) \cdot \sin\alpha_1'.$$

Mamy więc

$$FN - MG = 2d \left(\operatorname{tg}\alpha_2 \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_1'} - \operatorname{tg}\alpha_2'\right) \sin\alpha_1' - 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \frac{\sin\Theta}{\cos\alpha_1'} =$$

$$= 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \left(\operatorname{tg}\alpha_1' \cos\alpha_1 - \frac{\sin\Theta}{\cos\alpha_1'}\right) - 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2' \cdot \sin\alpha_1'. \tag{c}$$

Gdy, jak to dotychczas przyjmowaliśmy, promienie 1 i 2 biegną w płaszczyźnie przesuniętej przez normalne do płytek (w płaszczyźnie rysunku),

$$\alpha_1' = \alpha_1 + \Theta$$

i pierwszy wyraz wzoru (c) przybiera postać

$$2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \left(\operatorname{tg}\alpha_1' \cdot \cos\alpha_1 - \frac{\sin\Theta}{\cos\alpha_1'}\right) = 2d \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \sin\alpha_1,$$

wobec czego

$$FN - MG = 2d(\operatorname{tg}\alpha_2 \sin\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2' \cdot \sin\alpha_1').$$

Ale

$$KQ = QF = \frac{d}{\cos\alpha_2'} \quad \text{i} \quad JR = RE = \frac{d}{\cos\alpha_2},$$

przeto

$$\Delta = \frac{2nd}{\cos\alpha_2'} - \frac{2n \cdot d}{\cos\alpha_2} + 2d(\operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \sin\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2' \cdot \sin\alpha_1') = 2d\left(\frac{n - \sin\alpha_1' \cdot \sin\alpha_2'}{\cos\alpha_2'} - \frac{n - \sin\alpha_1 \sin\alpha_2}{\cos\alpha_2}\right).$$

Podstawiając

$$\sin\alpha_2' = \frac{\sin\alpha_1'}{n} \quad \text{i} \quad \cos\alpha_2' = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1'}$$

oraz

$$\sin\alpha_2 = \frac{\sin\alpha_1}{n} \quad \text{i} \quad \cos\alpha_2 = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin\alpha_1^2}$$

znajdujemy ostatecznie

$$\Delta = 2d(\sqrt{(n^2 - \sin^2\alpha_1'} - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1}). \tag{18}$$

Jeżeli promień, padający w punkcie J na płytkę P_1, wychodzi z punktu, leżącego za płaszczyzną rysunku, punkt K padania tego promienia na płytkę P_2 leży przed płaszczyzną rysunku; jeszcze bardziej przed tę płaszczyznę wysunięty jest punkt G padania promienia 2 na płytkę P_2, punkt bowiem E wyjścia jego z płytki P_1 leży również przed tą płaszczyzną. Proste KF i KG, skierowane ku przodowi tworzą ze sobą pewien kąt. Ale i w tym przypadku, czego tu dowodzić nie będziemy, obowiązuje wzór (18).

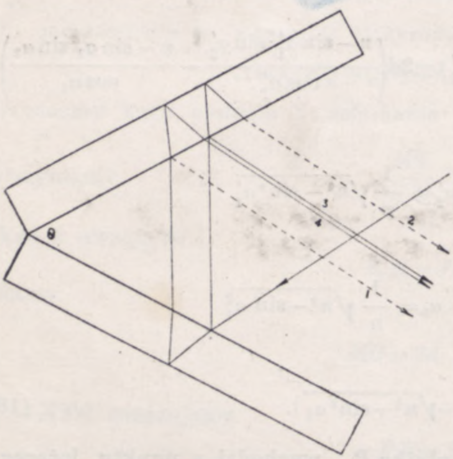
Różnica dróg optycznych zależy nie tylko od grubości płytek, lecz również i od kątów padania na płytkę. Gdy kąty te są równe ($\alpha_1 = \alpha_1'$), a więc gdy promienie, biegnące między płytkami, są prostopadłe do dwusiecznej kąta Θ (promienie główne lub symetryczne), Δ staje się równe zeru. A zatem prążek środkowy obrazu interferencyjnego (w danym przypadku jasny), tworzący się w nieskończoności, jest linią prostą, równoległą do prostej, wzdłuż której przecinają się płaszczyzny płytek. Prążki interferencyjne wyższych rzędów, rozłożone symetrycznie względem prążka środkowego $\Delta = 0$, tworzą krzywe na ogół bardzo złożone (Ketteler, 1865 r.), jeżeli jednak, jak to bywa zazwyczaj, poprze-

staniemy na rozpatrywaniu tej tylko części obrazu, która powstaje na skutek interferencji promieni, tworzących niewielki kąt z promieniami głównymi, krzywe interferencji mało różnić się będą od odcinków prostoliniowych, równoległych do prążka środkowego.

Taki właśnie obraz widzimy, gdy oko umieszczamy w płaszczyźnie, przesuniętej przez normalne do płytek, lub też gdy zjawisko obserwujemy przez lupę, w której ognisku znajduje się przesłona z niewielkim otworem, lub wreszcie, gdy układ oświetlamy promieniami prawie równoległymi.

Krzywe te odpowiadają niewielkim różnicom dróg optycznych; prążki otrzymane są niskiego rzędu interferencji.

Lummer wykazał (1885 r.), że nachylając płytki pod kątami większymi można otrzymać prążki wyższego rzędu interferencji. Tym razem jednak, jak to wynika bezpośrednio z rys. 184, interferują promienie, pominięte przez nas w uprzednich wywodach, a mianowicie, promienie 3, 4, z których promień 3 nie załamuje się w żadnej z płytek, lecz jedynie się od nich odbija, promień zaś 4 załamuje się w obydwu, nie odbija się od żadnej. Promienie te, które przy małych kątach Θ wychodzą z płytek w tak wielkiej w stosunku do promieni 1, 2 wzajemnej odległości, że mogą być przez umieszczenie odpowiedniej przesłony nie dopuszczone do oka obserwatora, zbliżają się do siebie w miarę zwiększania się kąta Θ, promienie zaś 1, 2 jednocześnie się oddalają. Różnica dróg optycznych promieni 3, 4 równa jest drodze optycznej promienia 4 w obu płytkach, a więc równa



Rys. 184

$$\Delta = 2d\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1'}\right) \tag{18a}$$

(por. wz. 18).

Kształt krzywych interferencji zależy w tym przypadku od wartości kąta Θ.

Tego rodzaju układ zastosował Jamin do budowy przyrządu, przedstawionego na rys. 185. Promienie prawie równoległe padają na płytkę P_1 pod kątem bliskim 45^0 i pod prawie tym samym kątem wychodzą z płytki P_2, której płaszczyzna przecina się z płaszczyzną P_1 pod bardzo małym kątem. W tych warunkach prążki interferencyjne są liniami prostymi, rozmieszczonymi w równych odstępach. Odstępy te, czego tu dowodzić nie będziemy, są równe

$$p = \frac{\lambda}{4d \cdot \Theta} \cdot \sqrt{n^2 - 1}, \tag{18b}$$

wzrastają więc w miarę zmniejszania się kąta Θ.

Przy tym sposobie obserwacji zjawiska interferencji zachodzą tak, jak przy interferencji promieni, wychodzących z jednego punktu świetlnego (por. ust. 4), prążki nie są więc umiejscowione; są one widzialne i wtedy, gdy płytki nie mają dokładnie tej samej grubości i nie są całkowicie płasko-równoległe.

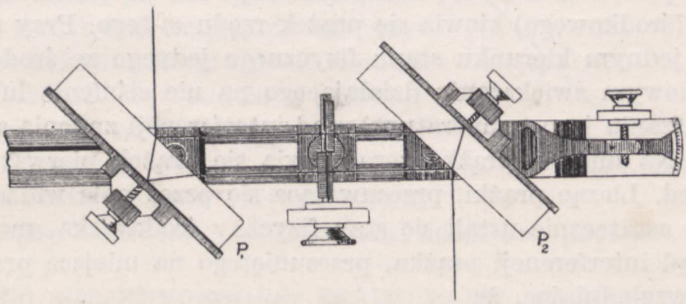
Odległość wzajemna promieni interferujących JK i EG (p. rys. 183) wynosi

$$ES = 2d \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \cos \alpha_1,$$

przy płytkach więc o grubości 4 cm i kącie padania $\alpha_1 = 45^0$

$$ES \approx 3 \text{ cm}.$$

Jest to odległość zupełnie wystarczająca, aby móc każdy z tych promieni przepuszczać przez inne środowisko i tym sposobem zmieniać różnicę ich dróg optycznych. Umieśćmy na drodze promienia JK rurkę (o średnicy



Rys. 185

np. 1 cm), wypełnioną badaną cieczą lub gazem pod stałym ciśnieniem i w stałej temperaturze i zamkniętą z obu końców płasko-równoległymi płytkami, na drodze zaś promienia EG takąż rurkę, wypełnioną tą samą cieczą lub gazem, w której ciśnienie i temperaturę możemy dowolnie zmieniać. Oznaczmy przez l — długość rurki, przez n i n' współczynniki załamania obu środowisk. Dopóki współczynniki te będą miały wartości jednakowe, rozkład prążków interferencyjnych pozostanie bez zmiany, z chwilą jednak, gdy współczynniki te przybierać będą różne wartości, prążki zaczną się przesuwać. W miejscu, w którym powstawał początkowo prążek $\Delta = 0$, powstanie prążek, odpowiadający

$$\Delta = \frac{l}{\lambda'} - \frac{l}{\lambda}.$$

Chcąc otrzymać tę samą różnicę dróg w próżni, musielibyśmy odpowiednio zmienić długość geometryczną dróg, przebieganych przez promienie.

Drogi w próżni optycznie równoważne danym drogom, byłyby równe

$$l_0' = \frac{l}{\lambda'} \cdot \lambda_0 \quad \text{i} \quad l_0 = \frac{l}{\lambda} \cdot \lambda_0, \tag{a}$$

gdzie λ_0 oznacza długość fali światła w próżni. Różnica zatem dróg optycznych, odniesiona do próżni, wynosi

$$\Delta = l_0' - l_0,$$

gdyż współczynnik załamania równy jest w tym przypadku jedności. Po podstawieniu wartości l_0 i l_0' ze wzorów (a) otrzymujemy

$$\Delta_0 = l\left(\frac{\lambda_0}{\lambda'} - \frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = m\lambda_0, \tag{b}$$

gdzie m jest pewną liczbą dodatnią. Gdy m jest liczbą całkowitą, Δ_0 odpowiada prążkowi m-tego rzędu interferencji. Na miejscu zatem prążka rzędu zero (środkowego) zjawia się prążek rzędu m-tego. Przy stopniowej zmianie w jednym kierunku stanu fizycznego jednego ze środowisk (np. przy stopniowym zwiększaniu działającego na nie ciśnienia lub stopniowym zwiększaniu jego temperatury) rząd interferencji zmienia się również stopniowo. Na miejsce prążka zero zjawia się prążek pierwszy, następnie drugi itd. Licząc prążki, przesuwające się przez pole widzenia aż do chwili, gdy ostatecznie ustali się stan fizyczny środowiska, możemy wyznaczyć rząd interferencji prążka, przesuniętego na miejsce prążka środkowego. Uwzględniając, że

$$\frac{\lambda_0}{\lambda'} = n' \quad \text{i} \quad \frac{\lambda_0}{\lambda} = n,$$

otrzymujemy

$$n' - n = m \cdot \frac{\lambda_0}{l} \cdot$$

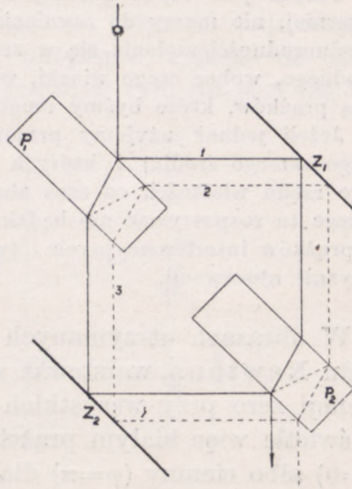
Przy dużej staranności można wyznaczyć przesunięcie o 0,05 odstępu między prążkami. Używając światła płomienia sodu ($\lambda = 0{,}589\ \mu$) i biorąc rurę długości 40 cm, możemy wyznaczyć różnicę współczynników załamania rzędu

$$n' - n = 0{,}05 \cdot \frac{589 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^2} \approx 7 \cdot 10^{-8}.$$

Przyrząd Jamina — tzw. refraktometr interferencyjny — jest często używany do wyznaczania współczynnika załamania gazów, ich dyspersji (różnicy współczynników załamania różnych długości fal), zależności własności optycznych od ciśnienia i temperatury itp.

Nie wchodząc w szczegóły późniejszych ulepszeń tego przyrządu, wspomnimy jedynie o zmianach, jakie wprowadził do niego L. Mach (1891 r.). Promienie odbity i załamany w płytce P_1 po odbiciu od zwierciadeł Z_1 i Z_2. (rys. 186) padają na płytkę P_2. Promienie 2 i 3, wychodzące z układu po doznaniu wielokrotnych odbić od powierzchni płytek mają natężenie mniejsze, niż promienie 1; odpowiednio umieszczona przesłona nie dopuszcza ich do oka obserwatora.

Jest rzeczą oczywistą, że do takich pomiarów nadają się wszystkie układy optyczne, w których wiązki interferujące biegną, przed spotkaniem się, w pewnej odległości jedna od drugiej. Tak jest, jak wiemy, w dwupryzmacie Fresnela, podwójnej soczewce Billeta, przy dwóch wąskich szczelinach itp. Tego rodzaju przyrządy, użyte po raz pierwszy przez Arago i Fresnela, następnie zaś używane przez Fizeau, Rayleigha, Wooda i innych, okazały się wszakże w praktyce mniej dogodne od refraktometru Jamina.



Rys. 186

Ale i od tego przyrządu dogodniejszy okazał się interferometr Michelsona, którego opis i niektóre zastosowania miernicze podamy w ust. 9.

7. ŚWIATŁO NIEJEDNORODNE. SKALA BARW INTERFERENCYJNYCH

Wnioski, do których nas doprowadziły rozważania ustępów poprzednich, pozostaną na ogół w mocy i w tym przypadku, gdy źródło oświetlające wysyłać będzie promienie niejednorodne. Różnym długościom fali promieni interferujących odpowiadać będą niezależne wzajemnie układy prążków, których odstępy zależeć będą od tych właśnie długości fali. Układy te będą się nakładały jeden na drugi, nie interferując ze sobą.

Fakt, że promienie różnych długości fal ze sobą nie interferują, przeczy jak gdyby analogii między zjawiskami świetlnymi i drganiami sprężystymi, które, jak wiemy, (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 53) interferują nawet wtedy, gdy okres ich drgań, a co za tym idzie i długości fal, bardzo znacznie się różnią. Ta pozorna sprzeczność wynika stąd, że okres „drgania" świetlnego jest w przeciwieństwie do drgania sprężystego (zwłaszcza w dziedzinie akustycznej) bardzo mały w porównaniu z czasem koniecznym do obserwacji natężenia światła. Ilość „dudnień świetlnych", zachodzących w ciągu tego czasu, jest tak wielka, że cechujące je okresowo osłabienia i wzmocnienia natężenia światła stają się niedostrzegalne. Tak np. linii C Frauenhofera, leżącej na pograniczu czerwonej i pomarańczowej części widma, odpowiada fala o długości 656,283 $m\mu$ o częstości przeto zmian około $45{,}7 \cdot 10^{12}$ na sekundę, linii D — długość fali 589,5 $m\mu$ o częstości zmian $51 \cdot 10^{12}$ na

sekundę. Częstość więc „dudnień", spowodowanych przez interferencję tych dwóch długości fali, (a tym samym i częstość osłabień i wzmocnień natężenia światła), przekracza wartość 6 000 miliardów na sekundę.

Temu, być może, należy przypisać nieinterferowanie promieni, na pozór o tej samej długości fali, wychodzących z różnych źródeł (Lake, 1911 r.). Nigdy bowiem, jak o tym już wspominaliśmy i jak o tym niżej (ust. 8) będziemy mówili nieco obszerniej, nie mamy do czynienia ze światłem zupełnie jednorodnym. Stopień tej niejednorodności zmienia się w zależności od użytego źródła światła, pozornie jednorodnego, wobec czego wiązki, wychodzące z dwóch różnych źródeł, nie wytwarzają prążków, które byśmy mogli obserwować.

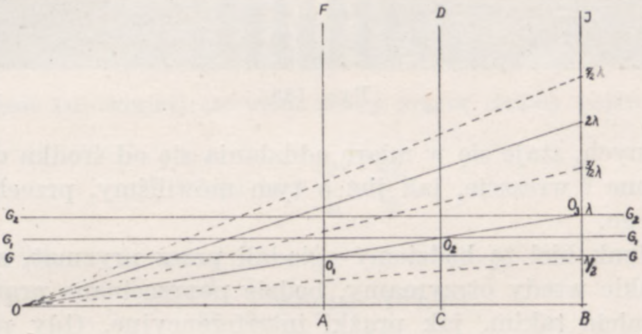
Jeżeli jednak użyjemy promieni optycznie spójnych (a zatem wychodzących z tego samego źródła) i których okresy „drgań" różnią się o wartość tego samego rzędu wielkości, co czas obserwacji, wtedy, jak to wykazał Righi (1883 r.), a czego tu rozpatrywać nie będziemy, można wykazać wahanie się natężenia światła prążków interferencyjnych i tym samym jak gdyby przesuwanie się ich w płaszczyźnie obserwacji.

W obrazach otrzymanych przy użyciu zwierciadeł Fresnela, przyrządu Newtona, warstewki w kształcie klina itd. prążek o rzędzie interferencji zero przy wszystkich długościach fali zajmuje miejsce to samo. W świetle więc białym prążek ten (lub plama) będzie zawsze albo biały ($\varphi=0$) albo ciemny ($\varphi=\pi$) dla wszystkich długości fali. Jest to tzw. prążek achromatyczny (bezbarwny). Odległość jednak następnego prążka ciemnego czy jasnego będzie już dla każdej długości fali inna. Tak np. gdy prążek zerowy jest biały, pierwszy prążek, w którym światło fioletowe ma natężenie największe ($\Delta=\lambda_f$) będzie leżał bliżej prążka zerowego, niż prążek czerwony ($\Delta=\lambda_c$), jak to wynika ze wzorów (8), (15b), (17). Maksima i minima poszczególnych długości fali nie będą na ogół przypadały w tym samym miejscu obrazu interferencyjnego; w punkcie obrazu, gdzie powstaje pierwszy jasny prążek fioletowy, promienie żółte będą miały natężenie mniejsze, niż to, jakie posiadają we własnym prążku jasnym, promienie czerwone jeszcze mniejsze, gdyż maksimum ich natężenia leży dalej, niż maksimum natężenia promieni żółtych. Prążek zatem nie będzie już biały, barwy składowe będą w innym stosunku, niż w świetle białym; prążki będą zabarwione.

Newton w swej „Optyce" dał prosty sposób wyznaczenia tych tzw. barw interferencyjnych; jakie w tych warunkach powstają.

Odłóżmy na osi odciętych (rys. 187) odcinki proporcjonalne do długości fal danych barw pryzmatycznych, tak, aby OA było proporcjonalne do długości fali światła fioletowego, OB — czerwonego, na prostopadłych zaś $AF, CD \ldots BJ$ odcinki proporcjonalne do jednej, dwóch, trzech... długości fali danego światła. Końce odpowiednich odcinków $AO_1, CO_2 \ldots BO_3$ będą, rzecz prosta, leżały na tej samej prostej OO_3. Punkty tej prostej (i analogicznych innych) będą wyznaczały różnice dróg optycznych, odpowiadające w przypadku ciemnego prążka zero-

wego (środek pierścieni Newtona, krawędź warstewki klinowatej w świetle odbitym) minimum natężenia, punkty zaś prostych (kreskowanych), odległych o $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$ itd. od ACB — maksimum natężenia danej długości fali. Przesuwajmy prostą GG od AB w górę. W punkcie obrazu, zgodnie z konstrukcją, natężenie światła fioletowego ma wartość najmniejszą, wszystkie inne długości fali światła mają natężenie większe od zera. Barwa zatem prążka jest sumą wszystkich barw, w tym miejscu nie wy-



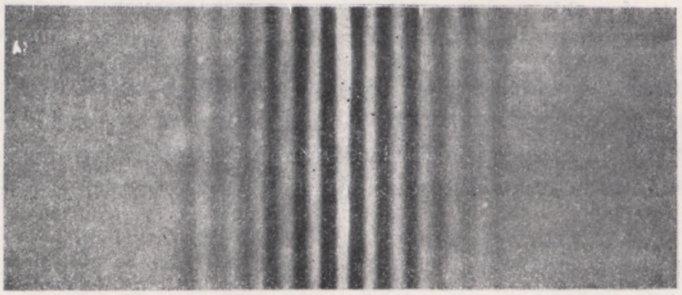
Rys. 187

gaszonych. Miarą natężenia poszczególnych barw są długości odpowiednich odcinków, liczonych od prostej G_1G_1. Gdy prostą przesuniemy do położenia G_2G_2, wygasaniu ulegną promienie fioletowe i czerwone; zabarwienie prążka w tym miejscu będzie zatem zupełnie inne. W miarę przesuwania linii do góry coraz więcej barw będzie jednocześnie wygaszanych, jednocześnie wszakże coraz więcej barw będzie miało w danym miejscu obrazu interferencyjnego maksimum natężenia. Im większy zatem będzie rząd interferencji prążków, tym mniejszy będzie kontrast między prążkami sąsiednimi, ostatecznie otrzymamy oświetlenie prawie jednostajne, niewiele różniące się od oświetlenia światłem białym, tzw. biel rzędu wyższego.

Zjawisko zatem przebiega mniej więcej, jak to przedstawia rys. 188, odtwarzający schematycznie obraz prążków Fresnela w świetle białym (rysunek wzięty z książki Bouasse'a i Carrière'a „Interférences"). Środkowy prążek jasny leży między dwoma prawie zupełnie niezabarwionymi ciemnymi prążkami, prążki następne mają ze strony, zwróconej ku prążkowi zerowemu, obwódkę fioletową, z odwrotnej zaś — czerwoną. Im dalej od środka, tym bardziej zmniejsza się różnica oświetlenia prążków ciemnych i jasnych.

Oko najlepiej rozróżnia maksima i minima natężenia tych barw, na które jest najwrażliwsze (λ około 560 mμ); na kliszy fotograficznej najwyraźniej występują maksima i minima promieni, najczynniejszych chemicznie.

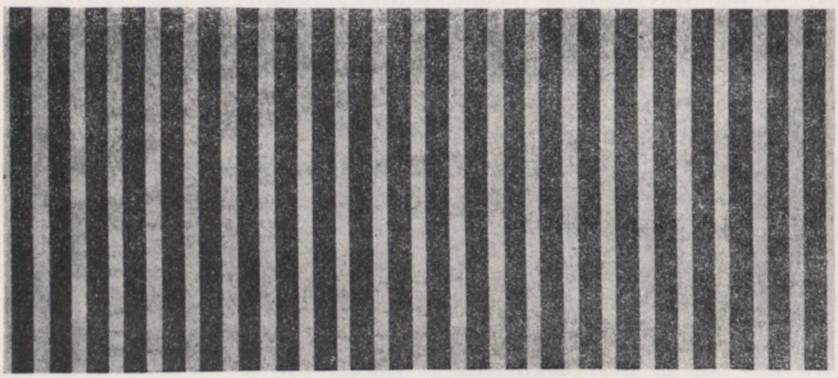
Na ogół, czego rysunek nie odtwarza, całe pole między prążkami jest zabarwione. Zabarwienie to, przechodząc przez szereg odcieni barw



Rys. 188

interferencyjnych, staje się w miarę oddalania się od środka obrazu coraz mniej nasycone i wreszcie, jak już o tym mówiliśmy, przechodzi w biel rzędu wyższego.

Jeżeli jednak biel tę będziemy oglądali przez pryzmat, stwierdzimy, że widmo, jakie wtedy otrzymamy, będzie poprzecinane prążkami ciemnymi o kształcie takim, jak prążki interferencyjne. Gdy prążki te są prostoliniowe, widmo, wytworzone przez pryzmat, wygląda mniej więcej tak, jak na schematycznym rysunku 189. Tego rodzaju widmo nazy-



Rys. 189

wamy prążkowanym (spectre cannelé). Liczba prążków odpowiada liczbie długości fal, wygaszonych w tym miejscu obrazu, a zatem liczbie punktów przecięcia się prostej *GG* z prostymi 00_n w konstrukcji Newtona.

Przypuśćmy, częściowo powtarzając wywód Bouasse'a, że pryzmat o krawędzi równoległej do prążków zaopatrzyliśmy w szczelinę, też do krawędzi równoległą i że początkowo nastawiliśmy tę szczelinę na środkowy prążek jasny. Widmo będzie miało wtedy wygląd normalny, gdyż w tym miejscu obrazu natężenia wszystkich barw widma pryzmatycznego są w tym samym mniej więcej stosunku, co w widmie, otrzymanym przy bezpośrednim oświetleniu szczeliny przez źródło. Je-

żeli jednak będziemy przesuwali szczelinę w kierunku wzrastającego rzędu interferencji, w widmie ukaże się przede wszystkim prążek w części fioletowej. Gdy prążkami są prążki Fresnela, ciemny ten prążek powstanie przy przesunięciu szczeliny, znajdującej się w odległości d od zwierciadeł, o

$$x_f' = \varepsilon_f = \frac{d}{2l} \cdot \frac{\lambda_f}{2}$$

w bok od jasnego prążka środkowego. Przy dalszym przesuwaniu szczeliny prążek ciemny zbliżać się będzie do czerwonego końca widma i wreszcie wyjdzie poza widmo, gdy przesunięcie wyniesie

$$x_c' = \varepsilon_c = \frac{d}{2l} \cdot \frac{\lambda_c}{2},$$

gdzie λ_c — długość fali skrajnej czerwieni. Nowy prążek ciemny pojawi się w części fioletowej, gdy

$$x_f'' = 2\varepsilon_f = \frac{d}{2l} \cdot \frac{3\lambda_f}{2}$$

lub, kładąc $\lambda_f = 0{,}4\ \mu$,

$$x_f'' = \frac{d}{2l} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0{,}4\ \mu = C \cdot 1{,}2\ \mu.$$

Podobnie następne prążki zaczną się ukazywać przy

$$x_f''' = C \cdot 5.0{,}4\ \mu = C \cdot 2\ \mu,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_f^{(m)} = C \cdot (2m-1) \cdot 0{,}4\ \mu.$$

Tak więc podczas przesunięcia szczeliny o

$$x^{(10)} = C(2 \cdot 10 - 1) \cdot 0{,}4\ \mu = C \cdot 7{,}6\ \mu$$

wejdzie do widma od strony fioletowej 10 prążków ciemnych.

Jednocześnie ze strony czerwonej prążki będą wychodziły poza widmo. Pierwszy wyjdzie, jak to wyżej wykazaliśmy, przy

$$x_c' = C \cdot \lambda_c = C \cdot 0{,}7\ \mu,$$

drugi przy przesunięciu o

$$x_c'' = C \cdot 3 \cdot 0{,}7\ \mu = C \cdot 2{,}1\ \mu$$

i p-ty przy

$$x_c^{(p)} = C(2p-1) \cdot 0{,}7\ \mu.$$

Wobec tego przy przesunięciu szczeliny o

$$x^{(p)} = x^{(10)} = C \cdot 7{,}6\ \mu$$

wyjdzie poza widmo prążków

$$p \approx 6.$$

W widmie pozostaną przeto 4 prążki ciemne. W warunkach doświadczenia opisanego na str. 208, gdzie $d = 2000$ mm, $2l = 2{,}36$ mm, taki stan rzeczy nastąpi przy przesunięciu szczeliny o

$$x \approx 3{,}36\ \text{mm}.$$

Ze wzrostem m wzrasta liczba ciemnych prążków w widmie, mamy bowiem

$$N = m - p = (2m - 1)\cdot\frac{\lambda_c - \lambda_f}{2\lambda_c}.$$

Wzrostem ilości prążków ciemnych, towarzyszącym wzrostowi rzędu interferencji, tłumaczy się niemożność obserwowania krzywych jednakowego nachylenia w świetle białym lub nawet niedostatecznie jednorodnym (p. ust. 8), chyba że płytka ma grubość tego samego rzędu wielkości, co długość fali, a zatem, gdy najwyższy rząd interferencji jest stosunkowo niewielki.

Niech grubość płytki wynosi np. 2 mm. Rząd interferencji promieni skrajnej czerwieni ($\lambda = 0{,}750\ \mu$), dających przy prostopadłym oświetleniu płytki ciemną plamę środkową, będzie równy (p. wzór 12a)

$$m_c = \frac{4.1{,}5.10^6}{750} = 8\,000, \tag{a}$$

rząd interferencji promieni fioletowych ($\lambda_f = 0{,}400\ \mu$), dających też ciemną plamę w środku obrazu, wyniesie, gdy pominiemy niewielką zmianę współczynnika załamania, (p. niżej)

$$m_f = \frac{4\cdot 1{,}5.10^6}{400} = 15\,000. \tag{b}$$

Podobne minimum natężenia będą miały również promienie o długości fali

$$\lambda_c' = \frac{6.10^6}{8\,001};\ \lambda_c'' = \frac{6.10^6}{8\,002} \tag{c}$$

oraz o długości fali

$$\lambda_f' = \frac{6.10^6}{14\,999};\ \lambda_f'' = \frac{6.10^6}{14\,998}. \tag{d}$$

Ogółem więc 7000 promieni o długościach fal, wyrażonych wzorami (a), (b), (c), (d) będzie w środku wygaszone. Jednocześnie jednak tyleż promieni o długościach fal, wyznaczonych ze wzoru (p. wzór 12)

$$\lambda = \frac{2d\cdot n}{m - \frac{1}{2}}, \tag{e}$$

gdzie m jest liczbą całkowitą, zawartą między 8000 i 15000 będzie miało w środku maksimum natężenia. Promienie o pośrednich długościach fali będą miały natężenie mniejsze od największego, lecz większe od zera. Wobec tak wielkiej ilości w tym miejscu prążków ciemnych i jasnych oraz prążków o natężeniu pośrednim, rozmieszczonych mniej więcej równomiernie we wszystkich częściach widma, będziemy mieli wrażenie, że środek obrazu jest biały. Podobnie rzecz się będzie miała również z częściami obrazu, leżącymi dalej od środka; jakkolwiek rząd interferencji będzie się w miarę oddalania się od środka zmniejszał, zawsze jednak będzie dość znaczny, aby uniemożliwić nam widzenie prążków.

W tym ostatnim przypadku płytka płasko-równoległa wyda się nam jednostajnie zabarwioną. Odcień zabarwienia zależeć będzie od kąta padania promieni, oświetlających płytkę (lub innymi słowy od kąta, pod którym płytkę obserwujemy), oraz od grubości płytki. Natomiast nie będzie prawie zupełnie zależny od własności rozszczepiających materiału płytki, to znaczy, od zmiany współczynnika załamania ze zmianą długości fali światła padającego. Zmiany te bowiem są tak małe w porównaniu ze zmianami długości fali, że w niczym prawie nie wpływają na przebieg zjawiska. Tak np. w szkle ciężkim, bardzo silnie rozszczepiającym, przy zmniejszeniu długości fali od 700 $m\mu$ do 400$m\mu$, a więc, w stosunku 1,75:1 współczynnik załamania zmienia się od 1,62 do 1,67 a więc mniej więcej o 3%.

Przypuśćmy, że badana przez nas warstewka płasko-równoległa o współczynniku załamania 1,5 ma grubość 0,5 μ. Rząd interferencji promieni skrajnie czerwonych wynosi wtedy

$$m = \frac{1,5}{0,75} = 2;$$

jedynie zatem promienie o tej długości fali i o długości dwa razy mniejszej, należące już do niewidzialnej części widma, są w danym miejscu obrazu interferencyjnego wygaszone. Barwa plamy środkowej jest sumą wszystkich pozostałych barw pryzmatycznych, o innym, oczywiście, natężeniu, niż w widmie pryzmatycznym.

Z zabarwienia takiej płytki można wnioskować o jej grubości. Do tego jednak konieczna jest znajomość odcieni barw interferencyjnych, odpowiadających danej grubości. Stąd znaczenie tzw. skali barw Newtona lub inaczej skali barw interferencyjnych płytek cienkich. Skalę tę, obliczoną dla warstewki powietrza (lub próżni) podaje poniższa tablica, oparta na badaniach Krafta (1902 r.) i wzięta z „Zasad fizyki" Witkowskiego (tom 2, wyd. 2, str. 465) z drobną jedynie zmianą oznaczeń.

Środek biały różnica dróg optycznych		Środek ciemny różnica dróg optycznych	
d w μ	barwa	*d* w μ	barwa
0,00	biała	0,00	czarna
0,055	żółto-biała	0,024	błękitno-szara
0,08	cisawa	0,055	sino-czarna
0,113	czerwono-pomarańczowa	0,11	biała z odcieniem zielonawo-niebieskim
0,118	czerwona	0,118	biała z odcieniem niebiesko-zielonym
0,124	ciemno-różowa	0,1265	zielonawo-biała

0,1265	ciemno-purpurowa	0,132	biała z odcieniem żółto-zielonym
0,135	ciemno-fiołkowa	0,140	biała z odcieniem zielono-żółtym
		0,169	jasno-żółta
0,140	błękitna	0,1815	cisawa
0,173	niebieska	0,217	pomarańczowa
0,2035	zielono-niebieska	0,2365	czerwono-pomarańczowa
0,245	niebiesko-zielona	0,245	jasno-czerwona
0,258	zielona	0,250	różowa
0,267	żółto-zielona	0,256	purpurowa
0,278	zielono-żółta	0,272	fiołkowa
0,341	pomarańczowa	0,280	błękitna
0,360	czerwono-pomarańczowa	0,300	niebieska
0,3685	jasno-czerwona	0,341	zielono-niebieska
		0,3685	niebiesko-zielona
0,3795	różowa	0,404	zielona
0,385	purpurowa	0,418	zielono-żółta
0,410	fiołkowa	0,443	żółta
0,4235	błękitna	0,4675	pomarańczowa
0,440	niebieska	0,4725	czerwono-pomarańczowa
0,462	zielono-niebieska	0,498	jasno-czerwona
0,498	niebiesko-zielona	0,512	różowa
0,520	zielona	0,520	purpurowa
0,539	żółto-zielona	0,547	fioletowa

Gdy różnica dróg optycznych promieni środkowej części widma staje się równa nieparzystej długości fal, skrajne części widma dają barwę purpurową. Wtedy stosunkowo drobna zmiana składników, zachodząca na skutek pojawienia się na nowo jednej z barw wygaszonych, zmienia purpurę w fiolet lub czerwień, dlatego też barwę tę często nazywa się czułą. Według Krafta pojawia się ona przy wygaszeniu fal o długościach mniej więcej równych 0,5 μ (przy $2d$ równych w układzie o środku białym 0,253, 0,770..., w układzie o środku czarnym 0,512, 1,040). Barwa czuła rozdziela rzędy barw.

Gdy warstewka nie ma grubości jednakowej, różne jej części są w różny sposób zabarwione (iryzacja). Z takim zmiennym zabarwieniem spotykamy się bardzo często w życiu codziennym, wykazują ją cienkie warstewki tłuszczu, rozlane na powierzchni kałuż, stare szyby, których powierzchnie pod wpływem wilgoci utleniły się (szczególnie łatwo utlenia się w tych warunkach szkło ciężkie — flint), bańki mydlane itp.

Barwy interferencyjne powstają na stali przy jej wyżarzaniu. Z barwy warstewki tworzącej się na jej powierzchni, można w przybliżeniu ocenić jej temperaturę. Według Bouasse'a zazwyczaj przyjmuje się skalę następującą

barwa	jasno-żółta	220° do 230°	ciemno-błękitna	290° do 300°
	żółta	230° do 240°	błękitna	300° do 330°
	niebieskawa (gorge de pigeon)	240°—270°	jasno-zielona	330° do 400°
	fioletowa	270° do 290°		

W miarę zwiększania się grubości warstewki rząd interferencji wzrasta, na płytce powstają barwy interferencyjne wyższych rzędów.

Ściśle biorąc, krzywe jednakowego nachylenia powstają w nieskończoności (p. ust. 4), w płytkach jednak bardzo cienkich promień, odbity od przedniej powierzchni prawie się zbiega z promieniem, odbitym od powierzchni tylnej, tak że obraz interferencyjny tworzy się na przedniej powierzchni płytki.

Przy znacznej wprawie i w szczególnie dogodnych warunkach można zaobserwować barwy rzędu piątego; barwy rzędów wyższych są już zbyt blade, aby można je było rozróżnić.

8. ŚWIATŁO POZORNIE JEDNORODNE. INTERFEROMETR PÉROTA I FABRY'EGO. SPEKTROSKOPIA INTERFERENCYJNA

Zastosujmy wywody ustępu poprzedniego do przypadku interferencji dwóch rodzajów promieni o niewiele różniących się długościach fali λ_1 i λ_2 i przyjmijmy dla uproszczenia, że przyrządem interferencyjnym jest płytka szklana (lub warstewka powietrza) w kształcie klina, tak że prążki interferencyjne są odcinkami linij prostych, równoległych do krawędzi klina. Zgodnie z naszymi poprzednimi wywodami powinniśmy otrzymać dwa zupełnie niezależne układy interferencyjne o wspólnym prążku ciemnym na samej krawędzi klina. Odstępy prążków w każdym z układów poszczególnych będą (przy oświetleniu prostopadłym) odpowiednio równe (p. wzór 15b)

$$p_1 = \frac{\lambda_1}{2n} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\Theta} \quad \text{i} \quad p_2 = \frac{\lambda_2}{2n} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\Theta}$$

lub z uwagi, że kąt Θ jest bardzo mały,

$$p_1 = \frac{\lambda_1}{2n \cdot \Theta} \quad \text{i} \quad p_2 = \frac{\lambda_2}{2n \cdot \Theta}.$$

Prążki będą tym bardziej względem siebie przesunięte, im wyższy będzie ich rząd interferencji. Gdy

$$mp_1 = m \cdot \frac{\lambda_1}{2n \cdot \Theta} = \left(m + \frac{1}{2}\right) p_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda_2}{2n \cdot \Theta}, \tag{a}$$

prążek ciemny jednego układu przypada na prążek jasny drugiego; w tym miejscu prążek interferencji znika. Gdy zaś

$$mp_1=(m+1)p_2, \tag{b}$$

prążek ciemny jednego układu przypada na prążek ciemny drugiego; w tym miejscu prążki są szczególnie wyraźne.

Gdyby prążki jasne i ciemne były ostro od tła odgraniczone, w obu przypadkach widzielibyśmy dwa układy prążków; w przypadku pierwszym znikałby jedynie prążek, którego rząd interferencji czyniłby zadość równaniu (a), sąsiednie jednak prążki, odległe wzajemnie o

$$p_1-p_2=\frac{1}{2n\Theta}(\lambda_1-\lambda_2),$$

mogłyby być widziane. W rzeczywistości jednak natężenie światła między prążkami zmienia się, jak zawsze wtedy, gdy interferują dwa promienie, zgodnie ze wzorem

$$I=4a^2\cos^2\pi\cdot\frac{\Delta}{\lambda}. \tag{c}$$

Wiemy jednak, że (p. wzór a, ust. 5, gdzie $a_1=0$)

$$\Delta=2d\cdot n+\frac{\lambda}{2},$$

tak że

$$\frac{\Delta}{\lambda}=\frac{2d\cdot n}{\lambda}+\frac{1}{2} \quad \text{i} \quad I=4a^2\sin^2\pi\cdot\frac{2d\cdot n}{\lambda}.$$

Oznaczmy przez x odległość danego prążka od krawędzi (od zerowego prążka układu interferencyjnego) i przez d — grubość płytki w tym miejscu; kładąc

$$\Theta=\frac{d}{x},$$

znajdujemy

$$p_1=\frac{\lambda}{2n}\cdot\frac{x}{d},$$

skąd

$$I=4a^3\cdot\sin^2\pi\frac{x}{p_1}.$$

Niech odległość x równa będzie $k \cdot p_1$, gdzie k jest dowolną liczbą dodatnią; natężenie w tym punkcie płytki, równe sumie natężeń światła obu fal, wyniesie

$$I = I_1 + I_2 = 4a^2 \left[\sin^2 \pi k + \sin^2 \pi \frac{kp_1}{p_2} \right] =$$

$$= 4a^2 \left[\sin^2 \pi k + \sin^2 \left(\pi \frac{kp_1}{p_2} + \pi k - \pi k \right) \right] =$$

$$= 4a^2 \left[\sin^2 \pi k + \sin^2 \left(\pi k + \pi k \frac{p_1 - p_2}{p_2} \right) \right];$$

kładąc

$$\delta = p_1 - p_2,$$

otrzymujemy

$$I = 4a^2 \left[\sin^2 \pi k + \sin^2 \left(\pi k + \pi \frac{k\delta}{p_2} \right) \right].$$

W przypadku przez nas rozpatrywanym

$$\frac{\delta}{p_2} = \frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2}$$

jest wielkością małą w porównaniu z jednością, wobec czego $\pi \frac{k\delta}{p_2}$ zmienia się znacznie wolniej, niż πk tak, że w pewnym obszarze możemy ją uważać za stałą. Gdy w jednym z miejsc tego obszaru k równe jest takiej liczbie całkowitej m, która spełnia warunek (a)

$$mp_1 = \left(m + \frac{1}{2} \right) p_2,$$

skąd

$$m(p_1 - p_2) = \frac{1}{2} p_2$$

i

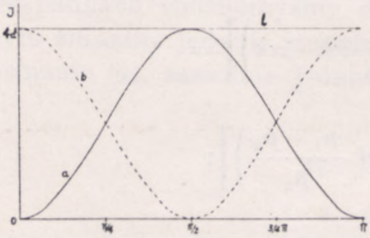
$$\frac{m(p_1 - p_2)}{p_2} = \frac{k\delta}{p_2} = \frac{1}{2};$$

natężenie światła w danym obszarze wynosi

$$I = I_1 + I_2 = 4a^2 (\sin^2 \pi k + \cos^2 \pi k) = 4a^2, \tag{d}$$

ma przeto niezależnie od k w całym tym obszarze wartość jednakową; obszar ten wydaje się nam oświetlony równomiernie, prążki stają się w nim niedostrzegalne.

Do tego samego wniosku możemy dojść i na nieco odmiennej drodze. Odkładajmy na osi odciętych odległości prążków obu układów od pewnego prążka mp_1, w którym ciemny prążek jednego układu (krzywa a, rys. 190) zbiega się z prążkiem jasnym drugiego układu (krzywa b); przyjmijmy, że przesunięcia wzajemne prążków obu układów są w sąsiedztwie prążka $k=0$ dostatecznie małe, aby mogły być pominięte. Natężenie wypadkowe w dowolnym punkcie rozpatrywanego obszaru otrzymamy, sumując odpowiednie rzędne, wyrażające natężenie promieni interferujących w danym miejscu. Jak bezpośrednio wynika z rysunku, natężenie wypadkowe wyrazi prosta l, równoległa do osi odciętych. W całym przeto badanym obszarze natężenie będzie miało wartość stałą. Gdy w jednym z prążków obszaru spełniony będzie warunek (b) i



Rys. 190

$$mp_1=(m+1)p_2$$

oraz

$$m(p_1-p_2)=p_2,$$

skąd

$$\frac{m(p_1-p_2)}{p_2} \doteq \frac{k\delta}{p_2}=1,$$

natężenie wypadkowe będzie równe

$$I=4a^2[\sin^2\pi k+\sin^2\pi(k+1)]=2\cdot 4a^2\sin^2\pi k=2\cdot 4a^2\sin^2\pi\frac{x}{p_1}, \qquad \text{(e)}$$

a więc będzie się zmieniało tak, jak przy interferencji promieni całkowicie jednorodnych o dwukrotnie większym natężeniu.

Oznaczmy przez m_0 najmniejszą wartość m, spełniającą warunek, wyrażony równaniem (a). Wartości tej odpowiada grubość warstewki, równa

$$d_0=\frac{m_0}{2n}\lambda_1$$

lub, gdy dla uproszczenia przyjmiemy $n=1$ (warstewka powietrza),

$$d_0=\frac{1}{2}m_0\lambda_1=\frac{1}{2}\left(m_0+\frac{1}{2}\right)\lambda_2. \tag{f}$$

Gdy grubość wzrośnie dwukrotnie, gdy zatem

$$d_1=2d_0=\frac{1}{2}\cdot 2m_0\cdot\lambda_1=\frac{1}{2}(2m_0+1)\lambda_2, \tag{g}$$

prążek ciemny układu pierwszego zbiegnie się z prążkiem ciemnym układu drugiego. Przy

$$d_2=3d_0=\frac{1}{2}3m_0\cdot\lambda_1=\frac{1}{2}\left(3m_0-\frac{3}{2}\right)\lambda_2$$

znów prążek jasny nałoży się na ciemny. Zgodność prążków otrzymamy zatem przy

$$m=2m_0,\ 4m_0,\ 6m_0,\ldots \tag{h}$$

niezgodność przy

$$m=m_0,\ 3m_0,\ 5m_0,\ldots \tag{i}$$

Zmianie więc rzędu interferencji o m_0 towarzyszyć będzie przejście od wyraźnego układu prążków do zanikającego i odwrotnie. Tę okresowość pierwszy zauważył Fizeau (1862 r.), oświetlając przyrząd Newtona światłem płomienia sodowego i stopniowo rozsuwając soczewki, co, jak wiemy, zwiększa rząd interferencji obszaru, leżącego koło plamy środkowej. Przy rozsuwaniu soczewek pierścienie, jak gdyby ściągały się do środka, gdyż przy każdorazowym wzroście różnicy dróg optycznych o $\frac{\lambda}{2}$ na miejsce pierścienia jasnego zjawiał się ciemny, na miejsce ciemnego — jasny. Stopniowo jednak widzialność pierścieni się pogarszała: pierścienie rzędu mniej więcej 500-ego prawie całkowicie zanikały, pojawiając się z powrotem przy dalszym rozsuwaniu soczewek; mniej więcej tysiączny rząd interferencji dawał szczególnie wyraźny układ prążków. To kolejne zanikanie i ukazywanie się prążków powtarzało się w doświadczeniu Fizeau okresowo, prążki jednak stawały się za każdym nawrotem coraz mniej wyraźne i wreszcie po 52-krotnym pojawieniu stawały się zupełnie niedostrzegalne.

Fizeau słusznie przypisał to zjawisko niejednorodności światła sodu, uważanego przedtem za całkowicie jednorodne, i co więcej, wyznaczył długości fal promieni tworzących układy interferencyjne.

Ze wzorów (f) i (i) wynika, że kolejnym zanikaniom prążków odpowiada wzrost grubości warstewki (wzrost rozsunięcia soczewek) o

$$d_2 - d_0 = \frac{1}{2} \cdot 3m_0 \cdot \lambda_1 - \frac{1}{2} m_0 \lambda_1 = 2m_0 \frac{\lambda_1}{2}. \qquad \text{(k)}$$

Na wartość $d_2 - d_0$ Fizeau otrzymał 0,28945 mm, na $2m_0$ około 980, tyle bowiem podczas rozsuwania soczewek ściągnęło się pierścieni do środka.

Podstawiając te dane do wzoru (k), otrzymujemy

$$0{,}289\,45 = 980 \cdot \frac{\lambda_1}{2},$$

skąd

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot 0{,}28945}{980} = 0{,}000\,589\,1 \text{ mm},$$

stosunek długości fali λ_2 do długości λ_1 wynosi (wzór f)

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{980}{981} \approx 0{,}999,$$

wobec czego

$$\lambda_2 \approx 0{,}000\,5885 \text{ mm}.$$

Liczby te niewiele odbiegają od otrzymanych później liczb, wyrażających długości fal linij D_1 i D_2 płomienia sodowego, na które Fizeau rozszczepił linię D Frauenhofera; mamy bowiem

$$\lambda_{D_1} = 589{,}59\ m\mu \quad ; \quad \lambda_{D_2} = 589{,}00\ m\mu.$$

Liczba m_0, którą możemy uważać za charakteryzującą dane zjawisko, za miarę jego okresowości, jest tym większa, im mniejsza jest różnica $\lambda_1 - \lambda_2$. Istotnie ze wzorów

$$m_0 p_1 = \left(m_0 + \frac{1}{2}\right) p_2$$

i

$$\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2}$$

otrzymujemy

$$m_0 = \frac{\lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Tym samym otrzymanie pierwszego zanikania prążków wymaga przy małych różnicach długości fal wysokiego rzędu interferencji. Gdy np. światłem użytym jest zielona linia widma rtęci (λ=546,07 $m\mu$), gdzie różnice długości fal składowych, a raczej towarzyszących (p. niżej) linii głównej są mniej więcej 1000 razy mniejsze od różnicy długości fal linij D_1 i D_2, m_0 ma mniej więcej tysiąc razy większą wartość, niż w doświadczeniu Fizeau. Pierwsze zanikanie prążków możnaby było otrzymać dopiero po rozsunięciu soczewek o mniej więcej 14,5 cm, czemu odpowiada różnica dróg optycznych równa mniej więcej 500 000 długości fali.

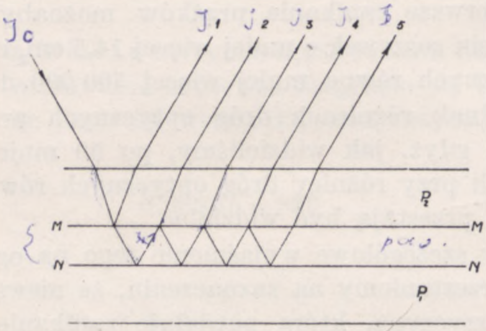
Przy takich jednak różnicach dróg optycznych przyrząd Newtona całkowicie zawodzi, gdyż, jak widzieliśmy, po 50 mniej więcej zanikaniach prążków, czyli przy różnicy dróg optycznych równej około 50 000 długości fali prążki przestają być widzialne.

Nie wchodząc w szczegółowe wyjaśnienie tego na ogół bardzo złożonego zjawiska, poprzestaniemy na zaznaczeniu, że niewątpliwie odgrywa tu rolę ta sama przyczyna, która powoduje zanikanie prążków interferencyjnych wyższego rzędu, wytworzonych przez promienie całkowicie jednorodne (p. ust. 5). Gdy grubość warstewki wzrasta, różnice dróg optycznych par promieni, wychodzących w tym samym punkcie warstewki, a wysyłanych przez różne punkty źródła i wobec tego padających na warstewkę pod różnymi kątami, przestają być wzajemnie równe; obrazy interferencyjne, wytwarzane przez każdą z tych par, nakładają się na siebie, przez co obraz ostateczny się zaciera.

Tego zacierania się obrazu przy wyższych rzędach interferencji można uniknąć, zastępując warstewkę o grubości niejednakowej warstewką (lub płytką) płasko-równoległą, innymi słowy zastępując krzywe jednakowej grubości krzywymi jednakowego nachylenia. Ale i to nie wystarcza do usunięcia drugiej przyczyny zacierania się obrazów interferencyjnych, wynikającej z rozkładu natężenia światła między prążkami. Dopóki bowiem mamy do czynienia z interferencją dwóch tylko promieni, rozkład natężenia wyraża się wzorem (9); ze wzrostem Δ szybkość zmian natężenia maleje, oświetlenie między prążkami staje się coraz bardziej jednostajne. Jedyną na to radą jest spowodować interferencję nie dwóch, lecz większej ilości promieni i doprowadzić do interferencji nie tylko promienie raz odbite od tylnej czy przedniej powierzchni płytki, lecz również i odbite wielokrotnie. Aby to osiągnąć, należy zwiększyć zdolność odbijającą powierzchni, ograniczających płytkę, inaczej natężenie promieni wielokrotnie odbitych będzie, jak wiemy, zbyt małe, aby wpłynąć na kształtowanie się obrazu interferencyjnego (por. ust. 4).

Niech $MMNN$ będzie płasko-równoległą warstewką powietrza (rys. 191), zawartą między dwiema płasko-równoległymi płytkami P_1P_2. Oznaczmy przez t^2 stosunek natężenia światła, wychodzącego po jednorazowym za-

łamaniu się na powierzchniach ograniczających warstewkę, do światła padającego na powierzchnię MM, przez r^2 stosunek natężenia światła raz odbitego od powierzchni MM czy NN do natężenia światła padającego; t^2 i r^2 są, oczywiście, zawsze ułamkami.



Rys. 191

Natężenia promieni 1, 2, 3,..., wychodzących z płytki, będą równe

$$I_1 = t^4 I_0; \quad I_2 = t^4 r^4 I_0; \quad I_3 = t^4 r^8 I_0 \quad \ldots\ldots\ldots$$

Odpowiednie zaburzenia świetlne będzie można wyrazić wzorami

$$y_1 = a_0 t^2 \sin 2\pi \frac{t}{T} = a \sin 2\pi \frac{t}{T}; \quad y_2 = ar^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right);$$

$$y_3 = ar^4 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\delta\right).$$

A zatem zaburzenie wypadkowe

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots = a \sin 2\pi \frac{t}{T} + ar^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right) +$$

$$+ ar^4 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\delta\right) + \ldots + ar^{2n} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - n\delta\right) + \ldots$$

będzie sumą nieskończenie wielu (teoretycznie) wyrazów.

Natężenie światła, wychodzącego z płytki (interferencja w świetle przechodzącym), jest równe

$$I_p = \frac{a^2}{1 - 2r^2 \cos\delta + r^4}. \tag{19}$$

Załóżmy, że

$$y = b \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta_0\right). \tag{l}$$

Wtedy suma szeregu

$$y' = ar^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right) + ar^4 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\delta\right) + \ldots + ar^{2n} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - n\delta\right) + \ldots$$

będzie równa

$$y' = br^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta - \delta_0\right),$$

gdyż drugi szereg otrzymujemy z pierwszego, mnożąc wszystkie jego wyrazy przez r^2 i zwiększając każdą różnicę faz o δ.
Stąd mamy

$$y - y' = a \sin 2\pi \frac{t}{T} = b \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta_0\right) - br^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta - \delta_0\right).$$

Przyrównując współczynniki stałe przy $\sin \frac{2\pi t}{T}$ i $\cos \frac{2\pi t}{T}$ otrzymujemy

$$a = b \cos \delta_0 - br^2 \cos(\delta + \delta_0) = b\,[\cos \delta_0 - r^2 \cos(\delta + \delta_0)],$$

$$0 = b\,[\sin \delta_0 - r^2 \sin(\delta + \delta_0)].$$

Z drugiego równania znajdujemy odrazu

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{r^2 \sin \delta}{1 - r^2 \cos \delta}. \tag{m}$$

Podnosząc oba równania do kwadratu i dodając stronami, otrzymujemy

$$a^2 = b^2 + b^2 r^4 \cos^2 \delta_0 + b^2 r^4 \sin^2 \delta_0 - 2b^2 r^2 \cos \delta$$

i

$$b^2 = \frac{a^2}{1 - 2r^2 \cos \delta + r^4}; \tag{n}$$

a wobec tego, że b^2 jest miarą natężenia światła przechodzącego,

$$I_p = \frac{a^2}{1 - 2r^2 \cos \delta + r^4}$$

zgodnie ze wzorem (19).

Jeżeli, jak to będziemy dla uproszczenia zakładali, warstewki i ograniczające je płytki są doskonale przezroczyste, suma natężeń światła przechodzącego i odbitego musi być równa natężeniu światła padającego, a przeto

$$t^2 I_0 + r^2 I_0 = I_0$$

i

$$t^2 + r^2 = 1,$$

a zatem

$$a^2 = a_0{}^2 t^4 = a_0{}^2 (1-r^2)^2.$$

Wzór (19) przybierze postać następującą

$$I_p = \frac{a_0^2 (1-r^2)^2}{1-2r^2 \cos\delta + r^4}$$

lub po przekształceniu mianownika przez dodanie i odjęcie $2r^2$ i odpowiednie uporządkowanie wyrazów

$$I_p = \frac{a_0^2 (1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \tag{20}$$

gdzie δ stała różnica faz dwóch kolejnych promieni równa jest

$$\delta = \frac{2\pi \cdot 2d \cdot n \cdot \cos a_2}{\lambda}$$

(por. wzór 11, w którym zamiast $\frac{\lambda}{2}$ należy podstawić λ lub, co na jedno wychodzi, zero, gdyż mamy tu do czynienia z promieniami, nie odbitymi od płytki, lecz przez nią przechodzącymi).

Natężenie ma wartość największą, gdy

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = 0,$$

gdy zatem

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi \cdot 2d \cdot n \cdot \cos a_2}{\lambda} = m\pi$$

lub

$$2d \cdot n \cdot \cos a_2 = m\lambda$$

zgodnie ze wzorem (14), w którym $a_2 = 0$
Mamy wtedy

$$I_{p(\max)} = \frac{a_0^2 (1-r^2)^2}{(1-r^2)^2} = a_0^2. \tag{o}$$

Najmniejszą wartość natężenia mamy, gdy

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = 1$$

i

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi \cdot 2d \cdot n \cdot \cos \alpha_2}{\lambda} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi$$

lub

$$2d \cdot n \cdot \cos \alpha_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda.$$

A zatem

$$I_{p(\min)} = \frac{a_0^2(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2} = a_0^2 \frac{(1-r^2)^2}{(1+r^2)^2}. \qquad \text{(p)}$$

Ponieważ r^2 jest zawsze większe od zera, minima w świetle przechodzącym nigdy nie są całkowicie ciemne.

W świetle odbitym, dającym dopełniający obraz interferencyjny, (oczywiście, przy doskonałej przezroczystości warstewki), natężenie wyraża się wzorem, który, bez szczegółowego uzasadnienia, wyprowadzimy z równania

$$I_r + I_p = I_0,$$

otrzymując

$$I_r = \frac{a_0^2 \cdot 4r^2 \cdot \sin^2 \dfrac{\delta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \dfrac{\delta}{2}}. \qquad (21)$$

Ścisłe udowodnienie wzorów (20) i (21) dał Airy (1833 r.).

Maksimum natężenia w świetle odbitym wynosi

$$I_{r(\max)} = \frac{a_0 \cdot 4r^2}{(1+r^2)^2}, \qquad \text{(r)}$$

minimum zaś

$$I_{r(\min)} = 0. \qquad \text{(s)}$$

Im większe jest r^2, tym szybciej, zarówno w świetle odbitym, jak i przechodzącym, zmienia się rozkład natężenia między prążkami.

Niech r^2 ma np. wartość 0,8 (taka jest wartość tego współczynnika, gdy promienie padają na półprzezroczystą warstewkę srebra pod kątem mniejszym od 90° i większym od 85°). Natężenie w świetle przechodzącym spada do połowy tej wartości, jaką ma w prążku jasnym przy

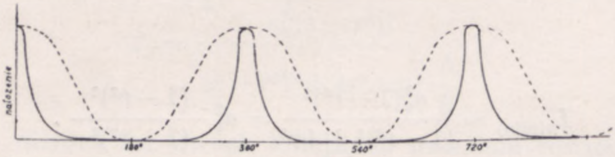
$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{1-r^2}{2r} = \frac{1-0{,}8}{1{,}76} \approx 0{,}113$$

a więc przy

$$\delta=12^{0}38',$$

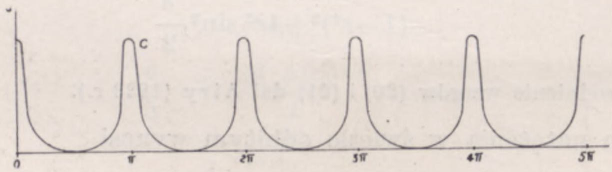
gdy przy interferencji dwóch promieni natężenie zmniejsza się do połowy przy $\delta=90^{0}$.

Na ogół rozkład natężeń wyraża się nie sinusoidą (na rys. 192 oznaczoną linią przerywaną), lecz krzywą innego kształtu (na rysunku oznaczoną linią ciągłą), opadającą tym bardziej stromo, im większe jest r^2.



Rys. 192

Gdy r^2 jest dostatecznie wielkie, otrzymujemy przy oświetleniu warstewki światłem, zawierającym dwie różne długości fali o tym samym natężeniu, rozkłady natężeń zgoła odmienne od przedstawionych na rys. 190. W przypadku, przedstawionym na rys. 193, gdzie układy prążków mają ostro zarysowane maksima i minima równe zeru (interferencja w świetle odbitym), natężenie wypadkowe w obszarze, sąsiadującym z miejscem, w którym ciemny prążek jednego układu zbiega się z prążkiem jasnym drugiego, wyraża się nie prostą C, równoległą do osi od-



Rys. 193

ciętych, lecz krzywą C, wykazującą dwa razy więcej maksimów i minimów, niż każdy z układów oddzielnie.

Zwiększając więc r^2, osiąga się korzyść podwójną: po pierwsze zwiększa się widzialność prążków wysokiego rzędu interferencji, po drugie otrzymuje się prążki cieńsze, których odległość wzajemną można wyznaczyć z większą dokładnością.

To udoskonalenie metody F i z e a u pierwsi wprowadzili F a b r y i P é r o t (1897 r.). Zasadniczą część ich s p e k t r o s k o p u i n t e r f e r e n c y j n e g o, którego złożonej budowy opisywać nie będziemy, stanowią dwie pionowe płaskie płytki, ograniczające znajdującą się między nimi warstewkę

powietrza. Płytki te ustawia się przy pomocy precyzyjnego mechanizmu dokładnie równolegle tak, żeby były zwrócone ku sobie powierzchniami, pokrytymi półprzezroczystą warstewką srebra (przy grubości warstewki srebra 20 $m\mu$, $r^2=0{,}85$). Inny mechanizm pozwala zmieniać odległość między płytkami i tym samym grubość zawartej między nimi warstewki powietrza.

Tytułem przykładu podajemy za Chwolsonem wyniki pomiaru, wykonanego przy oświetlaniu warstewki zieloną linią talu ($\lambda=0{,}5493\ \mu$). Przy grubości warstewki $d=1{,}5$ mm obraz interferencyjny składał się z dwóch układów prążków kołowych o niejednakowym natężeniu, przy $d=0{,}75$ mm prążki słabsze leżały dokładnie pośrodku odstępów między prążkami wyraźniejszymi. Różnica dróg optycznych wynosiła wtedy mniej więcej 24 000 λ. Oznaczając, jak poprzednio, przez λ_1 i λ_2 długości fal, mamy

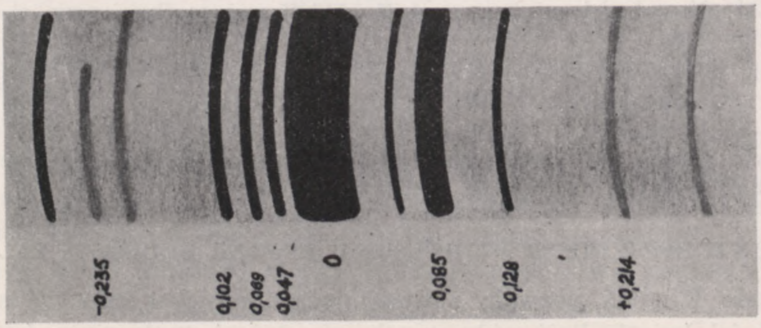
$$24\,000\ \lambda_1=24\,000{,}5\ \lambda_2,$$

skąd

$$\lambda_1-\lambda_2=2.10^{-5}\ \lambda_2.$$

Przy $d=18$ mm zachodziło nowe całkowite rozdwojenie pierścieni o natężeniu większym. Światło zielonej linii talu jest zatem tylko pozornie jednorodne, w rzeczywistości oprócz linii głównej (o natężeniu największym) zawiera jeszcze dwie linie o natężeniu mniejszym (tzw. satelici linii głównej).

Do podobnych wyników doprowadzają badania innych linij widma. O złożoności zjawiska świadczy otrzymana przez Laue'go fotografia



Rys. 194

układu prążków, powstających przy oświetleniu warstewki światłem zielonej linii rtęci (rys. 194 wzięty z „Fisica generale" Eligiusza Perucca). Zero oznacza położenie linii głównej, przy satelitach podane są w angstromach różnice długości fali danego satelity i linii głównej. W skali

rysunku odległość wzajemna linii D_1 i D_2 płomienia sodu wynosiłaby 100 cm. Godny uwagi wyjątek stanowi czerwona linia kadmu, nie mająca satelitów.

Nie należy jednak przypuszczać, aby używając światła jednej z linij, w podobny sposób rozszczepionych, można było otrzymać prążki dowolnie wysokiego rzędu interferencji. Żadna bowiem z tych linij widma nigdy nie jest nieskończenie cienka i zawiera wszystkie możliwe długości fal w granicach λ i $\lambda+\Delta\lambda$ tym bliższych, im dalej posunięte jest jej rozszczepienie. Światło więc jej nigdy nie jest doskonale jednorodne. Możnaby nawet powiedzieć, że światło jednorodne w ogóle nie jest możliwe, natężenie bowiem jego równałoby się zeru.

Jeżeli grubość prążka pierwszego rzędu interferencji jest $\Delta\lambda$, to drugiego już $2\Delta\lambda, \dots$ m-tego $m\Delta\lambda$. Gdy rząd interferencji jest dostatecznie wielki, aby $(m+1)$ prążek jasny fali długości λ zbiegał się z m-tym prążkiem fali długości $\lambda+\Delta\lambda$, gdy przeto

$$(m+1)\lambda = m(\lambda+\Delta\lambda), \tag{t}$$

oświetlenie pola widzenia staje się równomierne, prążki znikają. Ze wzoru (t) można wyznaczyć wartość $\Delta\lambda$, będącą miarą niejednorodości światła danej linii,

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \tag{u}$$

Wobec tego nawet i w tym przypadku, światła na pozór jednorodnego, otrzymujemy ze wzrostem rzędu intereferencji prążki coraz słabsze i wreszcie zupełnie zanikające.

Michelson pierwszy zwrócił uwagę (1891 r.) na to zjawisko i stwierdził, że prążki czerwonej linii kadmu ($\lambda = 643{,}88$ mμ) zanikają przy m mniej więcej równym 450 000, skąd na $\Delta\lambda$ wypada

$$\Delta\lambda \approx \frac{643{,}88}{450\,000} = 0{,}001\,4 \text{ m}\mu.$$

Prążki głównej zielonej linii rtęci ($\lambda = 546{,}07$ mμ) zanikają przy $m = 770\,000$, czemu odpowiada

$$\Delta\lambda \approx \frac{546{,}07}{770\,000} \approx 0{,}000\,7 \text{ m}\mu.$$

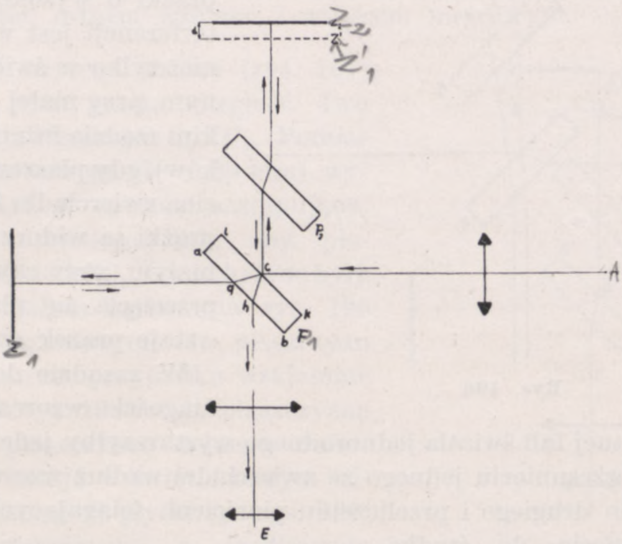
Jeszcze wyższy rząd interferencji ($m = 950\,000$) można otrzymać przy użyciu zielonej linii kryptonu; $\Delta\lambda$ wynosi wtedy 0,000 6 mμ.

9. INTERFEROMETR MICHELSONA. POMIAR DŁUGOŚCI FAL

Metoda Fizeau pozwala z dużą dokładnością wyznaczyć stosunek długości fal światła linij widmowych, nie daje jednak możności wyznaczenia z równą dokładnością ich wartości bezwzględnych, a raczej, mówiąc ściśle, ich stosunku do długości metra. Do tego celu służy interferometr, zbudowany w r. 1882 przez Michelsona. Przyrząd ten, który okazał się znakomitym narzędziem mierniczym o różnorodnych zastosowaniach, jest w zasadniczej swej budowie bardzo prosty.

Promienie, wychodzące ze źródła A, padają na płytkę płasko-równoległą P_1, której przednia, zwrócona ku źródłu strona jest pokryta pół-

przezroczystą warstewką srebra (rys. 195). Promienie częściowo odbijają się od płytki, tworzącej z osią wiązki kąt 45°, częściowo zaś przez nią przechodzą. Promienie odbite padają prostopadle na zwierciadło Z_2 i po odbiciu od niego przechodzą w drodze powrotnej przez P_1 i idą wzdłuż hE do oka obserwatora. Promienie, które przeszły bez odbicia przez płytkę P_1, padają prostopadle na zwierciadło Z_1 i po odbiciu od niego i od przedniej lk powierzchni płytki P_1 idą tą samą drogą hE do oka obserwatora, gdzie interferują z promieniami odbitymi od Z_2. Zja-

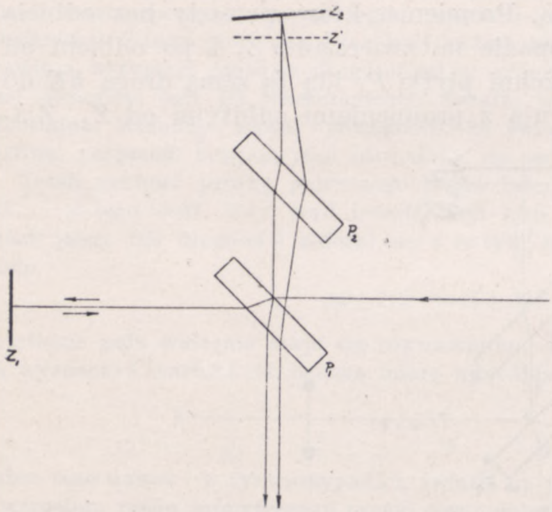


Rys. 195

wisko zatem zachodzi tak, jak gdyby jedna z dwóch interferujących wiązek odbijała się od Z_2, druga zaś od obrazu Z'_1 zwierciadła Z_1, wytworzonego przez powierzchnię lk płytki P_1. Jedyna różnica polega na tym, że w rzeczywistości promień cZ_2chE przechodzi przez płytkę tylko raz, drugi zaś cgZ_1gchE — dwa razy. Dla usunięcia tej różnicy umieszcza się na drodze promienia pierwszego płytkę płasko-równoległą P_2 tej samej grubości, co P_1 (kompensator, łac. compensare — wynagrodzić, wyrównać).

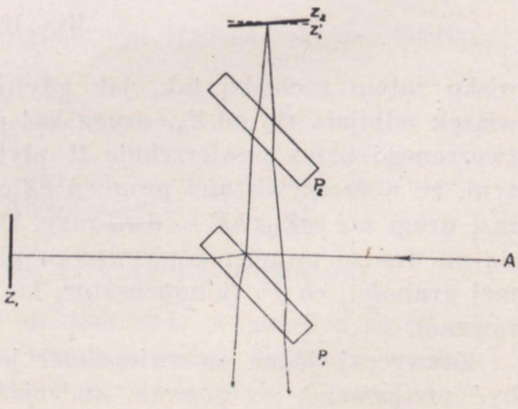
Zazwyczaj jedno ze zwierciadeł jest nieruchome, drugie zaś może być przesuwane, co pozwala zmieniać odległość $Z_2Z'_1 = d$. Gdy płaszczyzna Z_2 jest równoległa do płaszczyzny Z'_1, prążki interferencyjne są krzywymi jednakowego nachylenia, widzialnymi jedynie w świetle jednorodnym, przy czym dla $d = O$, gdy zatem zwierciadło Z_2 leży w płaszczyźnie Z'_1 (tzw. zetknięcie optyczne zwierciadeł Z_1 i Z_2), pole widzenia jest całkowicie ciemne, promień bowiem idący od zwierciadła Z_2 odbija się w powietrzu od szkła, promień zaś, idący od Z_1, — w szkle

od powietrza, co, jak wiemy, powoduje dodatkową różnicę dróg optycznych równą $\frac{\lambda}{2}$. Gdy płaszczyzna Z_2 jest lekko nachylona do płaszczyzny Z'_1, warstewka powietrza zawarta między nimi ma kształt klina, prążki interferencyjne są krzywymi jednakowej grubości. Przy znacznej grubości warstewki, gdy zatem płaszczyzna Z'_1 nie przecina zwierciadła Z_2 (rys. 196), obraz interferencyjny utworzony przez prążki o wysokim rzędzie interferencji jest widzialny również tylko w świetle jednorodnym, przy małej grubości (niskim rzędzie interferencji prążków), gdy płaszczyzna Z'_1 przecina zwierciadło Z_2 (rys. 196a), prążki są widoczne i w świetle białym, przy czym w punkcie przecięcia się płaszczyzn powstaje prążek czarny.



Rys. 196

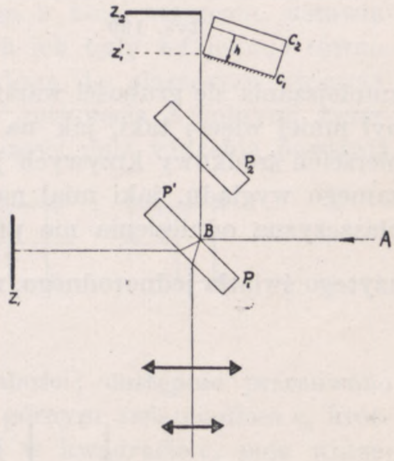
W zasadzie do porównania długości wzorca metrowego z długością danej fali światła jednorodnego wystarczyłby jeden pomiar, polegający na przesunięciu jednego ze zwierciadeł wzdłuż wzorca od jednego jego końca do drugiego i przeliczeniu pierścieni, ściągających się podczas tego przesunięcia do środka. W praktyce jednak pomiar taki byłby niemożliwy. Przede wszystkim czerwona linia kadmu, której jako nie posiadającej satelitów, użył Michelson do pomiarów ostatecznych, nie daje wyraźnego obrazu interferencyjnego przy różnicy dróg, przekraczającej 450 000 długości fali, przesunięcie zaś zwierciadła o 1 m zwiększa różnicę dróg o 2 m czyli przeszło o 3 000 000 λ; największa zatem długość wzorca porównywanego nie może przekraczać jakichś 14 cm. Ale i wtedy przeliczenie 450 000 pierścieni wymagałoby około 225 000 sekund (licząc dwa pierścienie na sekundę) czyli mniej więcej 62,5 godzin.



Rys. 196a

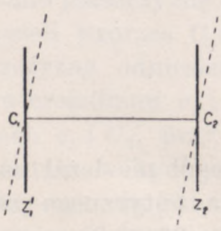
Z tego też względu Michelson rozbił pomiar na 10 pomiarów poszczególnych, mierząc bezpośrednio wzorzec stosunkowo bardzo krótki, o długości mniej więcej równej $\frac{100}{2^8}$ mm $\approx 0{,}39$ mm, a następnie z wzorcem tym porównując długości wzorca dwa razy dłuższego $\frac{100}{2^7}$ mm $\approx$ $\approx 0{,}78$ mm, z tym zaś wzorzec znów dwa razy od poprzedniego dłuższy itd., dochodząc wreszcie do wzorca $\frac{100}{2^0}$ mm $= 10$ cm i ostatecznie porównując ten ostatni wzorzec z wzorcem metrowym.

Długość h użytego wzorca (rys. 197) wyznaczona była przez odległość dwu równoległych zwierciadeł C_1 i C_2. Pomiar wzorca podstawowego ($h = 0{,}39$ mm) wykonywany był w sposób następujący.



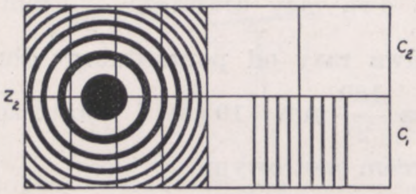
Rys. 197

Wzorzec ustawiono tak, aby płaszczyzny zwierciadeł C_1, C_2 nachylone były pod bardzo małym kątem (na rys. 198 znacznie powiększonym) do płaszczyzn Z_1' i Z_2 (w danym przypadku wzajemnie równoległych, rys. 198). Gdy płaszczyzna Z_1' przecina płaszczyznę dolnego zwierciadła C_1, powstają w świetle białym odbitym od części $P'B$ płytki (p. rys. 197) prążki interferencyjne o środkowym prążku ciemnym. Kratka nakreślona na zwierciadle Z_1, pozwala dokładnie wyznaczyć położenie tego prążka, leżącego, jak wiemy, na powierzchni warstewki, powodującej interferencję. Jednocześnie warstewka płasko-równoległa, ograniczona powierzchniami odbijającymi Z_1' i Z_2, wytwarzała w świetle jednorodnym, odbitym od części P_1B płytki, pierścienie jednakowego nachylenia, tak że w polu widzenia otrzymano obraz mniej więcej taki, jak na rys. 199, wziętym z przytoczonej już wyżej książki Eligiusza Perucca. Następnie przesuwano zwierciadło Z_1 do położenia, w którym płaszczyzna jego obrazu Z_1' (nazwana przez Michelsona płaszczyzną odniesienia — plan de référence) przecięła górne zwierciadło wzorca C_2. Podczas tego przesuwania prążki jednakowej grubości w świetle białym stopniowo w miarę zwiększania się grubości warstewki klinowatej zanikały, pojawiać się one zaczęły

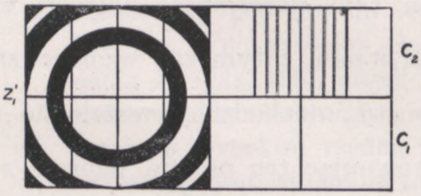


Rys. 198

dopiero wtedy, gdy płaszczyzna odniesienia zaczęła się zbliżać do zetknięcia optycznego ze zwierciadłem C_2; jednocześnie pierścienie jednakowego nachylenia ściągały się do środka, ich zaś średnice na skutek

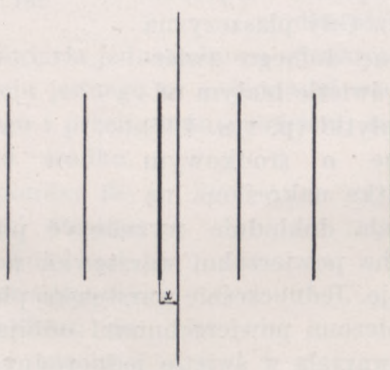


Rys. 199



Rys. 200

zmniejszania się grubości warstewki $Z_1'Z_2$ wzrastały; obraz interferencyjny był mniej więcej taki, jak na rys. 200. Zwierciadło przesuwano, dopóki pierścień środkowy krzywych jednakowego nachylenia nie przybrał tego samego wyglądu, jaki miał na początku doświadczenia, a więc dopóki płaszczyzna odniesienia nie przesunęła się o całkowitą ilość połówek fali użytego światła jednorodnego, np. o $m\frac{\lambda}{2}$. Wtedy jednak środkowy prążek



Rys. 201

ciemny w układzie krzywych jednakowej grubości na ogół nie leżał na tej samej podziałce kratki, co w przypadku zetknięcia optycznego ze zwierciadłem C_1, lecz w pewnej od niej odległości x (rys. 201).

Długość więc

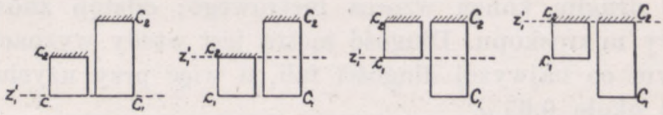
$$C_1C_2 = h = (m + x)\frac{\lambda}{2}.$$

Wartość x, tzw. nadwyżkę ułamkową wyznaczano albo na oko albo też obracając o pewien kąt kompensator P_2 tak, aby przez tę zmianę

długości drogi optycznej sprowadzić środkowy prążek ciemny na poprzednie miejsce. Liczbę m znajdowano licząc pierścienie, przechodzące przez środek obrazu, co tym razem nie nastręczało dużych trudności, gdyż liczba ta niewiele przekraczała 1200. W tych warunkach dokładność pomiaru była bardzo duża, błąd nie przewyższał odstępu między prążkami.

Ściśle biorąc, jest rzeczą niemożliwą widzieć jednocześnie oba układy prążków. Jeden z nich bowiem powstaje w nieskończoności, (krzywe jednakowego nachylenia), drugi w płaszczyźnie obrazu Z_1. Wobec wszakże niezbyt wielkiej rozciągłości źródła światła oraz ograniczoności pola widzenia, mamy tu w istocie do czynienia z prążkami nigdzie nie umiejscowionymi (por. ust. 4, str. 220), które można widzieć dokładnie, nastawiając lunetę na płaszczyznę Z'_1.

Po wykonaniu tego podstawowego pomiaru porównywano długość wzorca bezpośrednio zmierzonego z drugim z kolei wzorcem, ustawiając wzorce obok siebie tak, aby zwierciadła ich były wzajemnie równoległe. Płaszczyznę odniesienia lekko nachyloną do płaszczyzn zwierciadeł wzorców doprowadzano do optycznego zetknięcia z dolnymi zwierciadłami c_1, C_1 (rys. 202), wtedy w dolnej części pola widzenia powstają



Rys. 202

w świetle białym krzywe jednakowej grubości; następnie przesuwano płaszczyznę Z'_1 do zetknięcia optycznego z górnym zwierciadłem c_2 krótszego wzorca; otrzymuje się wtedy prążki w kwadracie c_2 pola widzenia. Nie zmieniając położenia płaszczyzny odniesienia, przesuwano wzorzec krótszy tak, aby z tą płaszczyzną zetknęło się dolne jego zwierciadło; gdy w kwadracie c_2 pola widzenia powstaną prążki, można być pewnym, że wzorzec przesunięto o całkowitą jego długość. Wreszcie przesuwano płaszczyznę odniesienia do zetknięcia optycznego ze zwierciadłem C_2. Jeżeli wzorzec C_1C_2 jest istotnie dwa razy dłuższy od wzorca c_1c_2, płaszczyzna odniesienia powinna się stykać optycznie jednocześnie z obu zwierciadłami c_2 i C_2; prążki powinny powstać jednocześnie w kwadratach c_2 i C_2, przy czym środkowe prążki ciemne powinny przypaść dokładnie w tych samych miejscach kratki, co w pomiarze pierwszym. Gdy tak nie jest, wyznacza się różnicę w ten sam sposób, co w pomiarze wzorca 0,39 mm. Podobnie porównuje się kolejno następne wzorce aż do 10-cio centymetrowego.

Mogłoby się zdawać, że taki stopniowy pomiar zmniejsza dokładność ostatecznego wyniku. Tak jednak nie jest; po porównaniu wzorca dłuższego ze wzorcem krótszym można dłuższy wzorzec bezpośrednio porównać z długością fali, gdyż odpada

wtedy najuciążliwsza część pomiaru — liczenie zanikających pierścieni, poprzednie bowiem pomiary ustaliły długość wzorca z dokładnością co najmniej $\frac{1}{2}$ odstępu między prążkami; wystarczy zatem doprowadzić krzywe jednakowego nachylenia do takiego samego wyglądu, jaki miały na początku i wyznaczyć nadwyżkę ułamkową w układzie prążków jednakowej grubości.

Dla porównania wzorca dziesięciocentymetrowego z wzorcem metrowym ustawiano oba wzorce równolegle jeden koło drugiego; wskazówka, umieszczona z boku wzorca dziecięciocentymetrowego, równoległa do płaszczyzny zwierciadeł, leżała możliwie blisko kreski, wyrytej na jednym z końców wzorca metrowego (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom I, str. 16). Odstęp między wskazówką (a raczej kreską na niej) i kreską na wzorcu metrowym mierzono przy pomocy mikroskopu o okularze mikrometrycznym (z wycechowaną podziałką). Następnie przesuwano wzorzec dziesięciocentymetrowy o całą jego długość, co sprawdzano w ten sam sposób, jak przy pomiarach poprzednich. Zabieg ten powtarzano tyle razy, aby ostatecznie wskazówka przesunęła się do kreski, wyrytej na drugim końcu wzorca metrowego; odstęp znów mierzono przy pomocy mikroskopu. Długość metra jest wtedy wyznaczona z błędem, równym co najwyżej długości fali, a więc przy użyciu czerwonej linii kadmu około 0,65 μ.

Na wynik pomiarów dość duży wpływ wywiera temperatura i ciśnienie powietrza, w którym światło się rozchodzi. Zgodnie ze wzorem (t) ust. 6, rozdz. III

$$n-1=(n_0-1)\frac{p}{760}\cdot\frac{1}{1+at},$$

gdzie n_0 oznacza współczynnik załamania powietrza o temperaturze 0°, pod ciśnieniem 760 mm rtęci.

Pod ciśnieniem stałym, równym 1 at, wzrost temperatury od 0° do $\Delta t°$ powoduje zmianę współczynnika załamania o

$$-\Delta n_p=(n_0-1)\,a\cdot\Delta t\approx 0{,}000\,29\cdot 0{,}003\,66\cdot\Delta t=1{,}06\cdot 10^{-6}\Delta t.$$

Przy pomiarze zatem wzorca dziesięciocentymetrowego zmiana temperatury o 1° powoduje zmianę drogi optycznej o

$$\Delta l=\Delta n\cdot l=2.1{,}06\cdot 10^{-6}\cdot 10\text{ cm}=0{,}212\ \mu,$$

czemu w świetle czerwonej linii kadmu odpowiada przesunięcie obrazu interferencyjnego mniej więcej o 0,31 odstępu między prążkami.

W stałej temperaturze zmiana ciśnienia o 1 mm przesuwa układ prążków o

$$\Delta l\approx\Delta n_l\cdot 300\,000\ \lambda,$$

gdzie

$$\Delta n_l=0{,}000\,29\cdot 0{,}001\,32=3{,}83\cdot 10^{-7},$$

wobec czego

$$\Delta l\approx 3{,}83\cdot 3\cdot 10^{-2}\lambda=0{,}1149\cdot\lambda\approx 0{,}115\ \lambda,$$

obraz interferencyjny przesunąłby się o 0,115 odstępu między prążkami.

Pomiary tą metodą, opracowaną przez Michelsona i Morley'a (1881 i 1884 r.), wykonali Michelson i Benoît (1892 r.), a następnie Benoît, Fabry i Pérot (1913 r.). W ostatecznym wyniku otrzymano na długość fali czerwonej linii kadmu w powietrzu o temperaturze 14,93°C pod ciśnieniem 760 mm rtęci (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom I, str. 18)

$$\lambda_c = 0{,}643\,847\,22\ \mu = 6\,438{,}4722\ \text{Å}.$$

Wartość ta została uznana za nie podlegającą zmianie, bez względu na wyniki dalszych, choćby nawet dokładniejszych pomiarów. Tym samym zostało przyjęte nowe określenie metra, jako długości równej

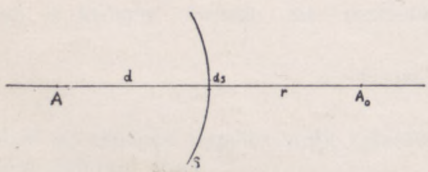
$$1\,553\,164{,}13\ \lambda_c.$$

Rozdział VIII

UGINANIE SIĘ ŚWIATŁA

1. ZASTOSOWANIE ZASADY HUYGENSA-FRESNELA DO ZJAWISK ŚWIETLNYCH

Omawiając rozchodzenie się odkształceń w środowiskach sprężystych, opieraliśmy się na założeniu, sformułowanym przez Huygensa, że każdy element środowiska, do którego dochodzi dane odkształcenie, może być w pewnym stopniu uważany za samodzielne źródło zaburzeń (M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. I, ust. 10). Podobieństwo formalne zjawisk świetlnych i akustycznych, na jakie zdają się wskazywać opisane w rozdziale poprzednim zjawiska interferencji, daje pewne uzasadnienie próbie oparcia wyjaśnienia rozchodzenia się światła na założeniu analogicznym. Próbę tę podjął Fresnel, uzupełniając odpowiednio zasadę Huygensa.



Rys. 203

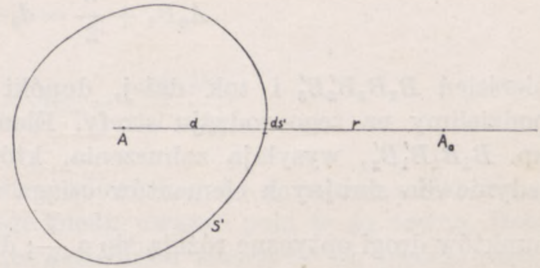
Niech A będzie punktem świecącym, S — powierzchnią falową wychodzących z niego zaburzeń świetlnych (rys. 203). Fresnel zakłada, że zaburzenie, wzbudzone w punkcie A_0 przez punkt świecący A, można uważać za sumę zaburzeń, wysyłanych w kierunku A_0 przez poszczególne elementy dS powierzchni falowej.

Przyjmując dla uproszczenia fazę początkową zaburzeń, wysyłanych przez A, za równą zeru, znajdziemy, że zaburzenie elementarne, wzbudzone w punkcie A_0 przez poszczególne elementy dS wyraża się wzorem

$$dy = k \cdot \frac{a}{d \cdot r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d+r}{\lambda} \right) dS, \tag{1}$$

amplituda bowiem zaburzenia, zmieniając się odwrotnie proporcjonal-

nie do odległości, ma w punktach powierzchni fali wartość $\frac{a}{d}$, w punkcie zaś A_0 wartość r razy mniejszą. Współczynnik k jest, jak to później wykażemy, funkcją długości fali λ oraz kąta Θ, jaki kierunek r tworzy z kierunkiem rozchodzenia się zaburzeń w danym punkcie powierzchni falowej. Współczynnik ten ze wzrostem kąta maleje i gdy r staje się styczne do S, dochodzi do wartości zero, z konstrukcji bowiem Huygensa wynika, że powierzchnia falowa nie wysyła żadnych zaburzeń w kierunku odwrotnym (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 70).

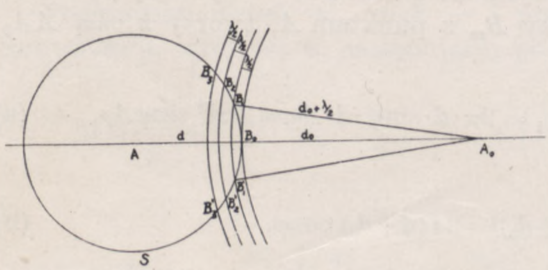


Rys. 204

Założenie Fresnela sprowadza się zatem do zastąpienia rzeczywistego źródła zaburzeń A nieskończoną ilością źródeł świetlnych, rozmieszczonych na powierzchni S i wysyłających zaburzenia, wyznaczone wzorem (1).

Te zaburzenia elementarne różnią się wszakże od zaburzeń wysyłanych przez punktowe źródła rzeczywiste tym, że są optycznie spójne (koherentne) i że wartości ich amplitud zależą od kierunku, w którym są wysyłane. Cecha pierwsza upodabnia je do zaburzeń, wysyłanych przez źródła urojone takie, z jakimi mieliśmy do czynienia w doświadczeniu ze zwierciadłami Fresnela, druga jednak cecha zasadniczo je od nich odróżnia. Dlatego też bardziej by im odpowiadała nazwa źródeł pochodnych.

Oczywiście, źródła te możnaby równie dobrze rozmieścić nie na powierzchni falowej S, lecz na dowolnej zamkniętej powierzchni S' (rys. 204), wtedy jednak zaburzenia nie miałyby w punktach tej powierzchni amplitud jednakowych.



Rys. 205

W równaniu (1) nie tylko wartości r, lecz również i wartości d byłyby dla każdego elementu dS' różne.

Przyjmijmy dla uproszczenia wywodów, że powierzchnia S — miejsce geometryczne źródeł pochodnych — jest powierzchnią falową zaburzeń, wysyłanych z punktu A. Punkt B_0, w którym prosta AA_0 przecina powierzchnię S (rys. 205) nazwiemy biegunem fali i oznaczymy

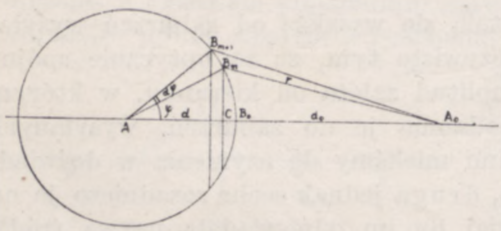
jego odległość od A przez d, odległość zaś od A_0 przez d_0. Promieniem A_0B_1 równym $d_0 + \frac{\lambda}{2}$ wytnijmy na powierzchni fali krążek B_1B_1', następnie promieniem A_0B_2, równym

$$A_0B_1 + \frac{\lambda}{2} = d_0 + 2\,\frac{\lambda}{2},$$

pierścień $B_1B_2B'_1B'_2$, promieniem A_0B_3, równym

$$A_0B_2 + \frac{\lambda}{2} = d_0 + 3\,\frac{\lambda}{2},$$

pierścień $B_2B_3B_2'B_3'$ i tak dalej, dopóki całej powierzchni falowej nie podzielimy na tego rodzaju strefy. Elementy każdej strefy oddzielnie, np. $B_1B_2B_1'B_2'$, wysyłają zaburzenia, których różnica faz w punkcie A_0 jedynie dla skrajnych elementów osiąga wartość π, gdyż tylko dla tych punktów drogi optyczne różnią się o $\frac{\lambda}{2}$; dla wszystkich innych elementów różnica ta jest mniejsza, wobec czego wypadkowa amplituda zaburzeń, wysyłanych przez daną strefę, nigdy nie jest w punkcie A_0 równa zeru. Inaczej jest z zaburzeniami wysyłanymi przez dwie strefy sąsiednie: gdyby pola stref miały wartości jednakowe, moglibyśmy zawsze dobrać takie pary elementów tych stref, których zaburzenia spotykałyby się w punkcie A_0 w fazach przeciwnych.



Rys. 206

Niech B_m i B_{m+1} będą skrajnymi elementami m — tej strefy (rys. 206), φ kątem jaki promień d, łączący B_m z punktem A, tworzy z osią AA_0. Pole tej strefy jest równe

$$\Delta S_m = 2\pi \cdot B_mC \cdot B_mB_{m+1} = 2\pi \cdot d \cdot \sin\varphi \cdot d \cdot \Delta\varphi = 2\pi d^2 \sin\varphi \Delta\varphi. \qquad \text{(a)}$$

Z $\Delta\, AB_mA_0$ znajdujemy

$$r^2 = d^2 + (d+d_0)^2 - 2d(d+d_0)\cos\varphi, \qquad \text{(b)}$$

skąd

$$r\Delta r = d(d+d_0)\sin\varphi \cdot \Delta\varphi$$

oraz

$$\Delta S_m = \frac{2\pi \cdot d}{d+d_0} \cdot r \cdot \Delta r$$

i wreszcie kładąc, zgodnie z konstrukcją, $\Delta r = \frac{\lambda}{2}$,

$$\Delta S_m = \frac{\pi \cdot d \cdot \lambda}{d + d_0} \cdot r. \tag{2}$$

Podobnie pole strefy $m+1$

$$\Delta S_{m+1} = \frac{\pi \cdot d \cdot \lambda}{d + d_0}\left(r + \frac{\lambda}{2}\right),$$

a zatem

$$\Delta S_{m+1} - \Delta S_m = \frac{\pi d \cdot \lambda^2}{2(d+d_0)}.$$

Długość fali λ jest w porównaniu z odległością $d+d_0$ bardzo mała, wobec czego możemy bez znaczniejszego błędu uważać pola te za równe. Działania zatem świetlne dwóch stref sąsiednich znosiłyby się prawie całkowicie, gdyby współczynnik k miał dla wszystkich stref wartość jednakową, tak jednakże, jak wiemy, nie jest: współczynnik ten, w miarę oddalania się od bieguna B_0 maleje. Wobec tego amplitudy zaburzeń, wysyłanych przez kolejne strefy, mają w punkcie A_0 coraz to mniejsze wartości. Zaburzenie więc, jakie na skutek działania całej fali przechodzić będzie przez punkt A_0, będzie miało w tym punkcie amplitudę

$$U = u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \ldots \pm u_m \mp \ldots \pm u_n, \tag{c}$$

gdzie $u_1, u_2, \ldots$ oznaczają amplitudy zaburzeń, wychodzących z poszczególnych stref i gdzie ostatnim wyrazem szeregu jest amplituda strefy, obejmującej ten element fali, w którym r jest styczne do S.

Podstawmy przed u_n znak $+$ i przepiszmy, powtarzając wywód Schuster'a, wzór (c) w następującej postaci

$$U = \frac{u_1}{2} + \left(\frac{u_1}{2} - u_2 + \frac{u_3}{2}\right) + \ldots + \left(\frac{u_{n-2}}{2} - u_{n-1} + \frac{u_n}{2}\right) + \frac{u_n}{2}, \tag{d}$$

i

$$U = u_1 - \frac{u_2}{2} - \left[\left(\frac{u_2}{2} - u_3 + \frac{u_4}{2}\right) + \left(\frac{u_4}{2} - u_5 + \frac{u_6}{2}\right) + \ldots + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{n_{n-3}}{2} - u_{n-2} + \frac{u_{n-1}}{2}\right)\right] - \frac{u_{n-1}}{2} + u_n. \tag{e}$$

Gdyby każdy z wyrazów szeregu (c) był większy od średniej arytmetycznej dwóch wyrazów bezpośrednio z nim sąsiadujących, a więc, gdyby

$$u_m > \frac{u_{m-1}}{2} + \frac{u_{m+1}}{2},$$

wtedy, jak to wynika ze wzoru (d), U byłoby mniejsze od

$$\frac{u_1}{2} + \frac{u_n}{2}$$

i, jak to wynika ze wzoru (e), większe od

$$u_1 - \frac{u_2}{2} - \frac{u_{n-1}}{2} + u_n,$$

innymi słowy mielibyśmy

$$u_1 - \frac{u_2}{2} - \frac{u_{n-1}}{2} + u_n < U < \frac{u_1}{2} + \frac{u_n}{2}.$$

Wiemy jednak, że działania dwóch stref sąsiednich są w punkcie A_0 prawie równe co do wielkości bezwzględnej, że przeto

$$\frac{u_2}{2} \approx \frac{u_1}{2} \quad \text{i} \quad \frac{u_{n-1}}{2} \approx \frac{u_n}{2}.$$

W strefie n-tej wszakże k równe jest, w myśl założenia, zeru, tak że

$$u_n = 0$$

a zatem (3)

$$U \approx \frac{u_1}{2}.$$

Gdyby zaś każdy z wyrazów szeregu (c) był mniejszy od średniej arytmetycznej dwóch wyrazów bezpośrednio z nim sąsiadujących a więc gdyby

$$u_m < \frac{u_{m-1}}{2} + \frac{u_{m+1}}{2},$$

wtedy U byłoby większe od

$$\frac{u_1}{2} + \frac{u_n}{2}$$

i mniejsze od

$$\frac{u_1}{2}-\frac{u_2}{2}-\frac{u_{n-1}}{2}+u_n,$$

mielibyśmy zatem

$$\frac{u_1}{2}+\frac{u_n}{2}<U<\frac{u_1}{2}-\frac{u_2}{2}-\frac{u_{n-1}}{2}+u_n,$$

skąd znów

$$U\approx\frac{u_1}{2}.$$

W wywodach naszych stawialiśmy przed ostatnim wyrazem znak +. Otrzymalibyśmy, rzecz prosta, ten sam wynik, biorąc u_n ze znakiem ujemnym. Wzór (d) napisalibyśmy wtedy w postaci

$$U=\frac{n_1}{2}+\left(\frac{n_1}{2}-n_2+\frac{n_3}{2}\right)+\ldots+\left(\frac{u_{n-3}}{2}-u_{n-2}+\frac{u_{n-1}}{2}\right)+\frac{u_{n-1}}{2}-u_n,$$

wzór (e) zaś

$$U=u_1-\frac{n_2}{2}-\left[\left(\frac{u_2}{2}-u_3+\frac{u_4}{2}\right)+\ldots+\left(\frac{u_{n-2}}{2}-u_{n-1}+\frac{u_n}{2}\right)\right]-\frac{u_n}{2};$$

mielibyśmy zatem

$$u_1-\frac{u_2}{2}-\frac{u_n}{2}<U<\frac{u_1}{2}+\frac{u_{n-1}}{2}-u_n$$

lub też

$$\frac{u_1}{2}+\frac{u_{n-1}}{2}-u_n<U<u_1-\frac{u_1}{2}-\frac{u_n}{2},$$

co w obu przypadkach dałoby nam ostatecznie wzór (3).

Działanie zatem wszystkich stref w punkcie A_0 jest równe działaniu, jakie w tym punkcie wywiera połowa strefy biegunowej. Dla wszystkich elementów tej strefy k ma wartość mniej więcej stałą, i, oczywiście, możliwie największą, kąt Θ bowiem nawet w krańcowych jej elementach znikomo mało różni się od zera.

Ze wzoru (1) znajdujemy, wyprowadzając $k=k_1$, przed znak całki,

$$y_1=\frac{a\cdot k_1}{d}\int_{d_0}^{d_0+\frac{\lambda}{2}}\frac{1}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{\lambda}-\frac{r}{\lambda}\right)\cdot dS,$$

gdzie górną granicą całki jest $r=d_0+\dfrac{\lambda}{2}$.

Poprzednio znaleźliśmy (p. wzór a)

$$dS = 2\pi d^2 \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi$$

i (p. wzór b)

$$r \cdot dr = d(d+d_0)\sin \cdot \varphi \cdot d\varphi,$$

wobec czego

$$dS = \frac{2\pi d}{d+d_0} r \cdot dr,$$

a zatem

$$y_1 = \frac{2\pi a}{d+d_0} \cdot k_1 \int_{d_0}^{d_0+\frac{\lambda}{2}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} - \frac{r}{\lambda}\right) dr =$$

$$= -\frac{2\pi a}{d+d_0} \cdot k_1 \cdot \frac{\lambda}{2\pi}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda} - \frac{1}{2}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda}\right)\right] =$$

$$= \frac{2a \cdot \lambda}{d+d_0} \cdot k_1 \cdot \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda}\right) = u_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda}\right). \qquad \text{(f)}$$

Ostatecznie otrzymujemy

$$\frac{u_1}{2} = \frac{a\lambda}{d+d_0} \cdot k_1.$$

Amplituda obliczonej w ten sposób sumy zaburzeń powinna być, rzecz prosta, równa amplitudzie w punkcie A_0 swobodnie rozchodzącego się z punktu A zaburzenia, a więc równa

$$\frac{a}{d+d_0},$$

natężenie bowiem światła, proporcjonalne do kwadratu tej amplitudy, zmniejsza się odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości punktu obserwacji A_0 od źródła światła A. Powinniśmy zatem mieć

$$\frac{a\lambda \cdot k_1}{d+d_0} = \frac{a}{d+d_0},$$

skąd wynika, że

$$k_1 = \frac{1}{\lambda}. \qquad (4)$$

Godne jest uwagi, że faza zaburzenia, wyznaczonego na podstawie założeń Fresnela różni się o $\frac{\pi}{2}$ od fazy, jaką znaleźlibyśmy stosując do swobodnie rozchodzącego się zaburzenia wzór (1a) rozdz. VII). Istotnie, znaleźliśmy, że (p. wzór f)

$$y = \frac{a}{d+d_0}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda}\right),$$

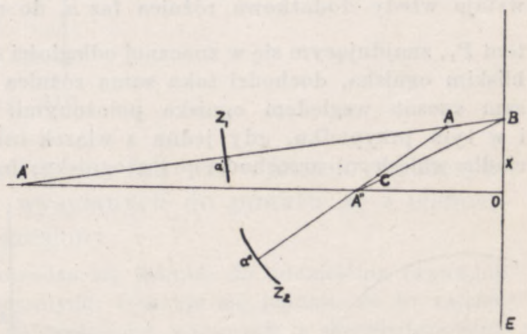
gdy tymczasem z tamtego wzoru otrzymujemy po podstawieniu

$$a_x = \frac{a}{d+d_0} \quad \text{i} \quad x = d + d_0$$

$$y = \frac{a}{d+d_0}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d+d_0}{\lambda}\right).$$

Dla usunięcia tej sprzeczności musimy przyjąć, że rozchodzenie się fal świetlnych podlega tym samym prawom, co rozchodzenie się fal sprężystych i że przeto w falach kulistych, a takimi właśnie są fale cząstkowe, wysyłane przez elementy czoła fali, faza zaburzeń w punkcie odległym o r od źródła różni się od fazy w punkcie bliskim źródła nie o $2\pi\frac{r}{\lambda}$, lecz o $2\pi\frac{r}{\lambda} - \frac{\pi}{2}$. Bezpośrednie potwierdzenie słuszności tego założenia dały doświadczenia Gouy'a (1890 r.) i wspomniane w rozdz. VII ust. 3 doświadczenie Meslin'a.

Gouy zastąpił jedno z płaskich zwierciadeł Fresnela zwierciadłem wklęsłym (rys. 207). Źródłami, wysyłającymi promienie interferujące, są obrazy A' i A'', z których jeden jest urojony (A'), drugi zaś (A'') rzeczywisty. Źródła te nie są synchroniczne, fazy bowiem zaburzeń, wychodzących z A', różnią się o π (na skutek odbicia) od faz zaburzeń z punktu A, fazy zaś zaburzeń, wychodzących z A'', różnią się od faz zaburzeń, wysyłanych przez A, o $\pi + (Aa'' + a''A'')\frac{2\pi}{\lambda}$. W punkcie B ekranu E, odległym o x od O, punktu przecięcia prostej $A'A''$ z prostopadłym do niej ekranem, mamy



Rys. 207

$$A'B = \sqrt{A'O^2 + x^2} \approx A'O + \frac{x^2}{2A'O} = A'O + \frac{x^2}{2(A'A'' + A''O)}$$

i

$$A''B = \sqrt{A''O^2 + x^2} \approx A''O + \frac{x^2}{2A''O},$$

tak że

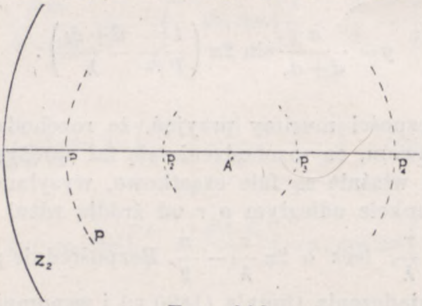
$$A'B - A''B = A'A'' - \frac{x^2 \cdot A'A''}{2(A'A'' + A''O)A''O}.$$

Różnica więc dróg optycznych promieni interferujących w B jest równa

$$\Delta = A'A'' - (Aa'' + a''A'') - \frac{x^2 \cdot A'A''}{2(A'A'' + A''O)A''O}.$$

$A'A''$ bardzo mało się różni od $(Aa''+a''A'')$, dla Δ zatem równego zeru, $x=x_0$ też bardzo mało różni się od zera; prążek środkowy przypadnie w pobliżu punktu O. Używając światła białego powinno się w tym punkcie otrzymać prążek biały, symetrycznie zabarwiony po obu brzegach. W rzeczywistości jednak otrzymuje się prążek czarny.

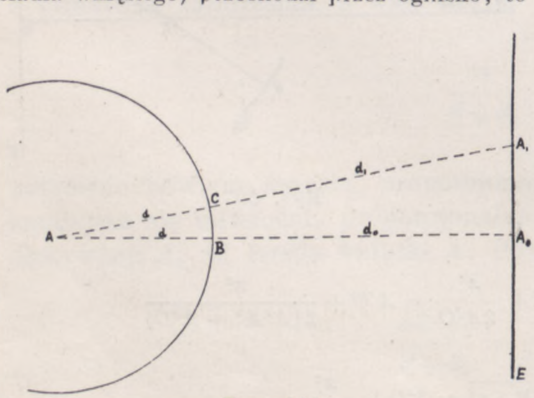
Gouy wynik ten objaśnia w sposób następujący. Niech P będzie powierzchnią fali, odbitej od zwierciadła Z_2 (rys. 208) i po przejściu przez ognisko A'' rozchodzą-



Rys. 208

cej się dalej np. do P_4. W przypadku fal sprężystych między punktami P_1 i P_4 powstaje wtedy dodatkowa różnica faz π, do różnicy bowiem faz $\frac{\pi}{2}$ między punktem P_1, znajdującym się w znacznej odległości od ogniska (źródła) fali, i punktem P_2, bliskim ogniska, dochodzi taka sama różnica faz między punktami P_3 i P_4, w ten sam sposób względem ogniska położonymi. To samo, według Gouy'a, zachodzi i w tym przypadku, gdy jedna z wiązek interferujących (wiązka odbita od zwierciadła wklęsłego) przechodzi przez ognisko; to właśnie powoduje dodatkową zmianę różnicy faz o π, czym się tłumaczy powstanie prążka ciemnego zamiast jasnego.

Późniejsze doświadczenia, między innymi Fabry'ego (1892 r.) i Sagnac'a (1913 r.), potwierdziły na ogół objaśnienia Gouy'a.



Rys. 209

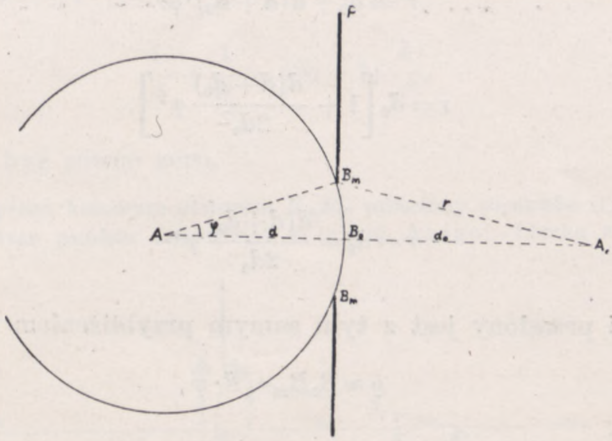
Wyznaczając w ten sam sposób natężenie światła w innym punkcie A_1 płaszczyzny E, przechodzącej przez punkt A_0 i prostopadłej do osi AA_0 (rys. 209), znajdziemy, że i tym razem wypadkowa amplituda zaburzeń, wysyłanych przez całą falę, będzie równa połowie wypadkowej amplitudy zaburzeń, wysyłanej przez elementy strefy biegunowej. Bie-

gunem jest wtedy nie punkt B_0, lecz punkt C przecięcia powierzchni falowej przez prostą AA_1, amplituda zaś

$$\frac{u_1'}{2} = \frac{a}{d+d_1}.$$

Oświetlenie zatem punktów A_1 płaszczyzny E będzie stopniowo malało w miarę wzrastania odległości AA_1 i tym samym A_0A_1. Codzienne doświadczenie wniosek ten, jak wiemy, całkowicie potwierdza.

Przypuśćmy teraz, że fala, wychodząca z A, ograniczona jest przesłoną P o otworze kołowym, tak że do punktu A_0 dochodzą jedynie zaburzenia, wysyłane przez część B_mB_m' powierzchni falowej (rys. 210).



Rys. 210

Fresnel zakłada, że takie ograniczenie fali nie zmienia w niczym ani amplitudy, ani fazy zaburzeń, wysyłanych do punktu A_0 z elementów stref, zawartych w otworze przesłony.

Rola zatem krawędzi przepony sprowadza się jedynie do oddzielenia czynnych w punkcie A_0 części fali od części nieczynnych. Okazuje się jednak, że to założenie Fresnela wtedy tylko prowadzi do wniosków, zgodnych z doświadczeniem, gdy możemy pominąć zjawiska, zachodzące w bezpośrednim sąsiedztwie krawędzi (Gouy, por. ust. 3, str. 299). Na to pierwszy zwrócił uwagę H. Poincaré (1892 r.). Jak dotychczas jednak wszelkie próby stworzenia teorii ściślejszej od teorii Fresnela nie dały zadowalających wyników.

Podzielmy, tak, jak poprzednio, promieniami, wychodzącymi z A_0, powierzchnię B_mB_m' na strefy. Liczbę m tych stref, mniejszą, oczywiście, od n, znajdziemy ze wzoru

$$\frac{A_0B_m - A_0B_0}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{r-d_0}{\frac{\lambda}{2}} = m, \tag{g}$$

gdzie

$$r^2 = d^2 + (d+d_0)^2 - 2d(d+d_0)\cos\varphi.$$

W tych przypadkach, w jakich występują cechy charakterystyczne zjawisk uginania się światła, otwór $B_m B'_m$ jest niewielki, tym samym jest niewielki i kąt φ, wobec czego możemy przyjąć

$$\cos\varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2},$$

oraz

$$r^2 = d_0^2 + d(d+d_0)\cdot\varphi^2$$

i

$$r = d_0\left[1 + \frac{d(d+d_0)}{2d_0^2}\varphi^2\right],$$

tak że

$$r - d_0 = \frac{d(d+d_0)}{2d_0}\varphi^2 \cdot$$

Promień zaś przesłony jest z tym samym przybliżeniem równy

$$\varrho \approx B_0 B_m = d\cdot\varphi,$$

wobec czego

$$r - d_0 = \frac{d+d_0}{2dd_0}\varrho^2 \tag{h}$$

i ostatecznie

$$m = \frac{d+d_0}{dd_0}\cdot\frac{\varrho^2}{\lambda}\cdot \tag{i}$$

Gdy m jest liczbą całkowitą parzystą, a więc gdy powierzchnię $B_m B'_m$ można z punktu A_0 podzielić na parzystą liczbę stref, amplituda wypadkowa

$$U = (u_1 - u_2) + (u_3 - u_4) + \ldots + (u_{m-1} - u_m)$$

jest prawie równa zeru; gdy zaś m jest liczbą całkowitą nieparzystą, amplituda

$$U = u_1 - (u_2 - u_3) - (u_4 - u_5) - \ldots - (u_{m-1} - u_m)$$

jest prawie dwa razy większa od wypadkowej amplitudy zaburzeń, wysyłanych przez falę, rozchodzącą się swobodnie.

Zmieniając zatem stopniowo odległość punktu A_0 od przesłony, otrzymujemy na osi AA_0 punkty, w których natężenie światła, wychodzącego z otworu $B_m B'_m$, spada do zera, i punkty, w których natężenie ma wartość 4 razy większą od tej, jaką by miała w danym punkcie po usunięciu przesłony. Położenie punktów o natężeniu najmniejszym wyznacza wzór

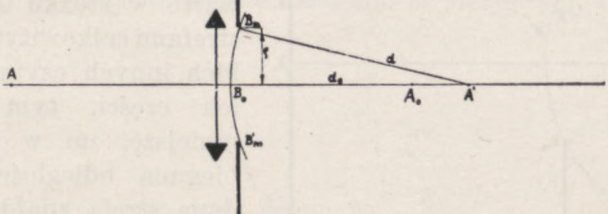
$$\frac{d+d_0}{d\cdot d_0}=\frac{\lambda\cdot 2q}{\varrho^2} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{d}+\frac{1}{d_0}=2q\cdot\frac{\lambda}{\varrho^2}, \tag{5}$$

gdzie q jest dowolną liczbą całkowitą, większą od zera; położenie punktów o natężeniu największym

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d_0}=(2q+1)\,\frac{\lambda}{\varrho^2}, \tag{5a}$$

gdzie q może być równe zeru.

Umieśćmy przed kołowym otworem $B_m B'_m$ przesłony soczewkę (rys. 211) dającą w punkcie A' obraz punktu świecącego A (układ Arago). Liczba stref, na które



Rys. 211

z punktu A_0, odległego o d_0 od przesłony, można podzielić powierzchnię fali $B_m B'_m$ (zwróconą tym razem wklęsłością do A_0), równa jest

$$m=\frac{d-d_0}{d\cdot d_0}\cdot\frac{\varrho^2}{\lambda},$$

gdyż obecnie

$$r^2=d_0^2+d(d-d_0)\cdot\varphi^2,$$

gdzie d oznacza odległość obrazu A' (środka geometrycznego fali załamanej) od bieguna B_0.

Położenie punktów o natężeniu najmniejszym wyznacza równanie

$$\frac{1}{d_0}-\frac{1}{d}=2q\cdot\frac{\lambda}{\varrho^2}.$$

Niech otwór $B_m B'_m$ stanowi obiektyw lunety, promień ϱ będzie wtedy równy promieniowi obiektywu. Nastawmy okular lunety na obraz A' punktu, leżącego w nieskończoności i przyjmijmy $\varrho = 2$ cm, $d = \mathcal{F} = 2$ m. Najbliższy A' punkt na osi o natężeniu najmniejszym będzie odległy od obiektywu o

$$\frac{1}{d_0} = 2\frac{\lambda}{\varrho^2} + \frac{1}{d} = \frac{2d\lambda + \varrho^2}{\varrho^2 d}$$

a więc o

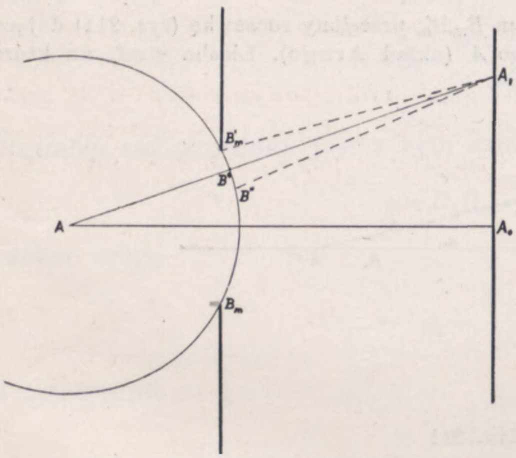
$$d_0 = \frac{\varrho^2 \cdot d}{2d\lambda + \varrho^2},$$

skąd po podstawieniu wartości ϱ i d otrzymujemy dla fali o długości $\lambda = 0{,}5\ \mu$

$$d_0 = 199 \text{ cm}.$$

Punkt A_0 zatem leżeć będzie w odległości 1 cm na lewo od punktu A'. Przesuwając odpowiednio okular lunety możemy punkt ten wyznaczyć.

Podobnie można wyznaczyć natężenie światła w innym punkcie A_1 płaszczyzny prostopadłej do osi i przechodzącej przez punkt A_0. Biegunem będzie wtedy punkt B' (rys. 212), przecięcia prostej $A_1 A$ z powierzchnią falową $B_m B'_m$, ze stref czynnych w punkcie A_1 jedynie strefy, zawarte w stożku $B'_m A_1 B''$ będą strefami całkowitymi, ze wszystkich innych czynne będą tylko ich części, tym stosunkowo mniejsze, im w większej od bieguna odległości będzie się dana strefa znajdowała. Drogi optyczne zaburzeń, wysyłanych przez skrajne punkty stref całkowicie czynnych, będą się różniły od dróg zaburzeń, wysyłanych przez elementy powierzchni, leżące w bezpośrednim sąsiedztwie bieguna B', o



Rys. 212

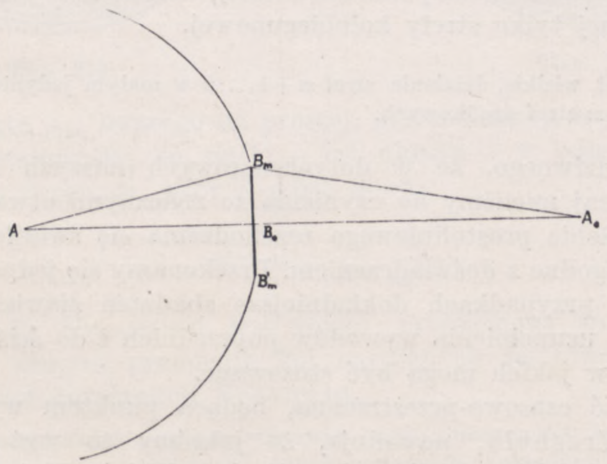
$$A_1B'' - A_1B' = A_1B'_m - A_1B' = m\frac{\lambda}{2}.$$

Gdy m będzie liczbą całkowitą parzystą, działanie tych stref w punkcie A_1 będzie prawie równe zeru; oświetlenie zatem w tym punkcie będzie wywołane jedynie przez strefy, leżące poza podstawą stożka $B'' A_1 B'_m$, a więc czynne tylko częściowo, skąd wynika, że oświetlenie to będzie

na ogół niewielkie. Jeżeli jednak m jest liczbą całkowitą nieparzystą, wtedy działanie stref całkowitych jest prawie cztery razy większe (amplituda dwa razy większa) od działania strefy kołobiegunowej B' a ponieważ działanie stref częściowo czynnych pozostanie mniej więcej takie jak poprzednio, oświetlenie punktu A' staje się stosunkowo silne.

Przypuśćmy, że punkt A_1 płaszczyzny E jest początkowo punktem A_0 osi o natężeniu najmniejszym a więc takim, z którego widać w otworze $B_m B'_m$ parzystą liczbę stref. Gdy punkt ten będziemy stopniowo odsuwali od osi (przesuwając go np. w górę) strefa ostatnia będzie stopniowo (w górnej swej części) zakrywana przez przesłonę, działanie jej będzie się stopniowo zmniejszało, oświetlenie zatem w punkcie A_1 będzie stopniowo wzrastało, aż wreszcie w pewnym położeniu tego punktu dojdzie do maksimum; przy dalszym przesuwaniu liczba stref całkowicie czynnych będzie dalej malała, przy czym każdej ich liczbie parzystej odpowiadać będzie oświetlenie słabsze, nieparzystej — silniejsze. Otrzymujemy więc na płaszczyźnie E układ kolejno zmieniających się miejsc ciemnych i jasnych tworzących koła współśrodkowe o środku w punkcie A_0. Oś AA_0 będzie osią symetrii tego obrazu dyfrakcyjnego (łac. diffringere — rozłamać).

Obraz o takiej samej symetrii otrzymamy również wtedy, gdy zakryjemy kołobiegunową część powierzchni falowej małą przesłoną kołową $B_m B'_m$. Przesłona ta usunie działanie m pierwszych stref (rys. 213),



Rys. 213

tak że działanie w punkcie A_0 będzie sumą działań $n-m$ stref pozostałych, wobec czego wypadkowa amplituda w punkcie A_0 będzie równa

$$U = u_{m+1} - u_{m+2} + \cdots \pm u_n.$$

Powtarzając to samo rozumowanie, które nas doprowadziło do wzoru (3) znajdziemy, że

$$U=\frac{u_{m+1}}{2}.$$

Oświetlenie zatem punktu A_0 nigdy nie będzie równe zeru; obraz dyfrakcyjny, powstający w jego bezpośrednim sąsiedztwie, jest zawsze obrazem o środku jasnym. Co więcej, gdy m jest niewielkie, (a więc gdy kąt, pod jakim z punktu A_0 widać przesłonę, jest mały), u_{m+1} niewiele różni się od u_1, umieszczenie przeto na drodze promienia AA_0 nieprzezroczystej przesłony kołowej nie zmienia oświetlenia punktu A_0. Ten paradoksalny wniosek z postulatu Huygensa-Fresnela, na który zwrócił uwagę Poisson, potwierdził doświadczalnie Arago.

Założenie zatem prostoliniowego rozchodzenia się światła w tym przypadku całkowicie zawodzi. Tak jednak jest tylko wtedy, gdy przesłona jest dostatecznie mała (i przy tym kołowa); zwiększając jej rozmiary tak, aby przykrywała znaczniejszą część powierzchni falowej, otrzymujemy w punkcie A_0 ciemność i zupełny prawie zanik obrazu dyfrakcyjnego w bezpośrednio sąsiadujących z nim elementach powierzchni ekranu. Podobnie zanika obraz dyfrakcyjny przy użyciu przesłon o znacznym otworze środkowym, wtedy bowiem działanie czynnej części fali jest równoważne działaniu całej fali swobodnej, które znów jest równoważne działaniu samej tylko strefy kołobiegunowej.

Gdy m jest wielkie, działania stref $m+1,\dots n$ w małym jedynie stopniu zmieniają działania m stref środkowych.

Nic też dziwnego, że w dotychczasowych naszych rozważaniach, gdzie zazwyczaj mieliśmy do czynienia ze znacznymi otworami w przesłonach, założenie prostoliniowego rozchodzenia się światła dawało wyniki na ogół zgodne z doświadczeniem. Przekonamy się jednak (p. ust. 8), że i w tych przypadkach dokładniejsze zbadanie zjawisk optycznych zmusi nas do uzupełnienia wywodów poprzednich i do ściślejszego ustalenia granic, w jakich mogą być stosowane.

Okresowość czasowo-przestrzenna, będąca punktem wyjścia zasady Huygensa-Fresnela, powoduje, że jakeśmy to wyżej stwierdzili, działania sąsiednich stref fali wzajemnie się osłabiają. Możnaby się przeto spodziewać, że, usuwając działania wszystkich stref nieparzystych lub wszystkich stref parzystych, otrzymamy w punkcie A_0 oświetlenie większe, niż przy działaniu całkowitej fali swobodnej. Taki właśnie przypadek zachodzi przy użyciu tzw. siatki ogniskowej (réseau zone, réseau circulaire), zbudowanej przez Soreta.

Na białym papierze kreśli się cienko tuszem koło o promieniach ϱ, proporcjonalnych do pierwiastków kwadratowych z kolejnych liczb całkowitych (p. wzór i), równych przeto

$$\varrho_0, \varrho_0\sqrt{2}, \varrho_0\sqrt{3}\ldots,$$

gdzie ϱ_0 jest promieniem koła pierwszego; następnie zaś zaczernia się tuszem odstępy między pierwszym kołem i drugim, trzecim i czwartym, piątym i szóstym itd. Fotografując ten rysunek, otrzymujemy na kliszy szereg pierścieni, kolejno przezroczystych i nieprzezroczystych. Klisze o środkowym kole przezroczystym stanowią siatkę dodatnią (rys. 214), o środkowym kole nieprzezroczystym — ujemną (rys. 215).



Rys. 214



Rys. 215

Dla punktu A_0, leżącego na prostej, przechodzącej przez punkt świecący A i prostopadłej do siatki — osi układu — w odległości d_0, wyznaczonej ze wzoru (p. wzór *i*, gdzie $m=1$),

$$\varrho^2 = \varrho_0^2 = \frac{\lambda \cdot d \cdot d_0}{d + d_0},$$

promień strefy biegunowej jest równy promieniowi środkowego koła siatki; tym samym promienie kół następnych są równe promieniom kolejnych stref konstrukcji Fresnela.

Ściśle biorąc, siatka powinna stanowić część powierzchni kulistej o środku w punkcie świecącym A. W tych jednak granicach dokładności, w jakich obowiązuje wzór (h), użycie siatki płaskiej nie wpływa w niczym na bieg zjawiska, błąd bowiem nie przekracza $\frac{\varrho^4}{d^3}$, podczas gdy różnica dróg jest rzędu $\frac{\varrho^2}{d}$ (por. wzór *h*) a ponieważ ϱ jest małe w porównaniu z d, $\frac{\varrho^4}{d^3} = \Delta \cdot \frac{\varrho^2}{d^2}$ jest bardzo małe w porównaniu z Δ.

Do punktu A_0 nie będą przeto dochodziły działania stref parzystych (w przypadku siatki dodatniej) lub nieparzystych (w przypadku siatki ujemnej), natężenie zatem światła będzie w danym punkcie możliwie największe. Amplituda wypadkowa będzie miała wartość

$$U = u_1 + u_3 + u_5 + \ldots \quad \text{lub} \quad U = u_2 + u_4 + u_6 + \ldots \tag{j}$$

Siatka działać będzie jak soczewka o ogniskowej

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_0} = \frac{\lambda}{\varrho_0^2}.$$

Punkt F_0, leżący w odległości

$$\mathcal{F}_0 = \frac{\varrho_0^2}{\lambda} \tag{5b}$$

od siatki, będzie jej ogniskiem głównym. Światło skupiać się będzie również i w punktach $A', A''\ldots$ osi, dla których promień środkowego koła siatki będzie równy 3, 5, 7...$(2q+1)$ promieniom strefy środkowej. Istotnie, niech ϱ_0' będzie równe $3\varrho_0$, wtedy środkowe koło przezroczyste (w siatce dodatniej) zawierać będzie trzy strefy Fresnela, działania dwóch z nich (np. drugiej i trzeciej) o fazach przeciwnych będą się w punkcie A' wzajemnie znosiły, działanie zaś wypadkowe równe będzie działaniu jednej tylko strefy (np. pierwszej); podobnie z następnego pierścienia przezroczystego, zawierającego strefy siódmą, ósmą i dziewiątą, działać będzie tylko jedna strefa (np. siódma) itd. Amplituda wypadkowa będzie równa

$$U = u_1 + u_7 + u_{13} + u_{19} + \ldots \tag{k}$$

Położenie punktów $A', A''\ldots$ wyznaczać będzie równanie

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_{2q}} = \frac{(2q+1)}{\varrho_0^2}\lambda; \tag{5c}$$

punkty te leżeć będą bliżej siatki, niż punkt A_0. Dla $d = \infty$ będziemy mieli wzór

$$d_{2q} = \mathcal{F}_{2q} = \frac{\varrho_0^2}{(2q+1)\lambda}, \tag{5d}$$

wyznaczający odległości od siatki ognisk drugorzędnych, w których, jak to bezpośrednio wynika z porównania wzorów (j) i (k), natężenie światła zmniejsza się ze wzrostem q. Wszystkie te ogniska leżą między siatką i ogniskiem głównym. Ponieważ położenie ich zależy od długości

fali użytego światła, przy użyciu światła białego otrzymuje się zamiast jednego ogniska szereg ognisk, odpowiadających różnym barwom widma; ognisko czerwone będzie, oczywiście, bliższe siatki, niż fioletowe.

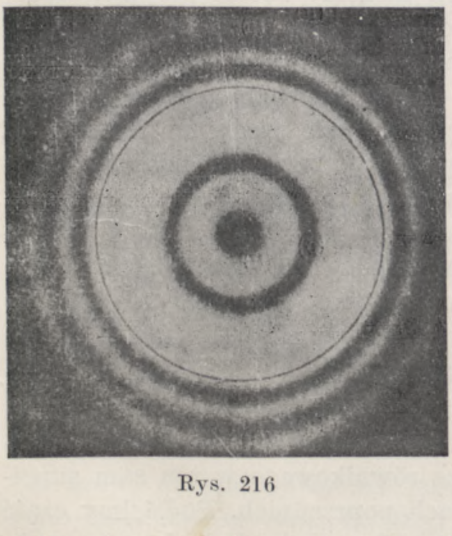
Wood zamiast zaczerniać pokrywał (1898 r.) pierścienie (parzyste lub nieparzyste) cienką warstwą żelatyny o tak dobranej grubości, że faza przechodzącego przez nią światła wzrastała o π, w ten sposób fazy stref sąsiednich stawały się zgodne i amplituda wypadkowa była równa sumie amplitud zaburzeń, wysyłanych przez poszczególne strefy.

$$U = u_1 + u_2 + u_3 + \dots$$

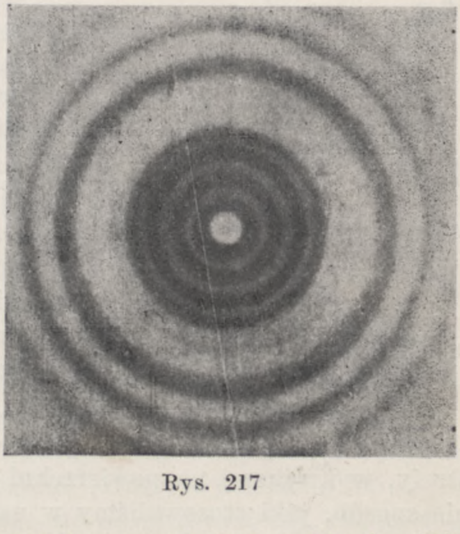
Siatka Wooda zwiększa prawie czterokrotnie natężenie światła w ogniskach.

2. ZJAWISKA DYFRAKCJI W PUNKTACH, NIE LEŻĄCYCH NA OSI. SPIRALA CORNU

Obliczenie oświetlenia punktów płaszczyzny E, nie leżących na osi, jest w przypadku otworów kolistych zagadnieniem trudnym, rozmieszczenie bowiem pierścieni o największym, czy też najmniejszym natężeniu zależy, zarówno od odległości między płaszczyzną obserwacji i otworem uginającym jak i od średnicy tego otworu. Nie wchodząc przeto w szczegóły rachunku, opracowanego zresztą tylko dla niektórych przypadków szczególnych, poprzestaniemy na podaniu tytułem przykładu dwóch



Rys. 216



Rys. 217

pięknych rysunków, wziętych z książki Bouasse'a i Carrière'a „Diffraction" (1923 r.).

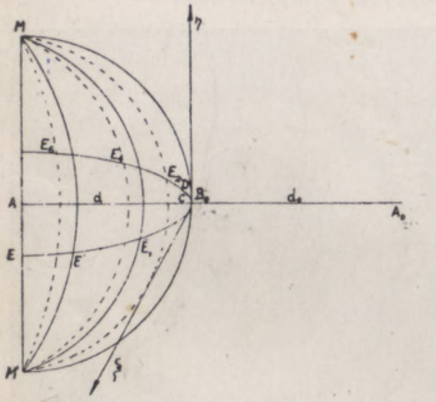
Rysunek 216 odtwarza obraz dyfrakcyjny, otrzymany w odległości $d_0 = 104$ mm od otworu uginającego, o średnicy 1,5 mm, oświetlonego promieniami jednorodnymi (zielonymi), wysyłanymi przez punkt świecący, umieszczony na osi w odległości $d = 4\,630$ mm od otworu; koło,

nakreślone cienką linią czarną, zaznacza granice cienia geometrycznego. Rysunek 217 odtwarza obraz dyfrakcyjny, otrzymany przy ugięciu przez przesłonę kołową, o średnicy 2 mm, w odległości d_0=1790 mm od przesłony; źródłem światła jest i tym razem punkt świecący, wysyłający światło jednorodne (zielone); odległość punktu tego od przesłony wynosi d=4630 mm.

Zagadnienie znacznie się upraszcza, gdy ugięcie zachodzi na krawędziach prostoliniowych, gdy zatem wiązka światła, wychodzącego ze źródła, jest ograniczona albo z jednej tylko strony przez płaską o prostoliniowej krawędzi przesłonę albo też z dwóch stron tak, że otwór uginający jest prostokątny.

Przetnijmy kulistą powierzchnię fali, wychodzącej ze źródła A, płaszczyznami, równoległymi do krawędzi uginającej i przechodzącymi przez średnicę kuli; przez biegun zaś kuli przesuńmy płaszczyznę współrzędnych prostokątnych $\xi B_0 \eta$, przy czym oś $B_0 \eta$ niech będzie równoległa do krawędzi (rys. 218). Płaszczyzna AEA_0, przechodząca przez oś $B_0 \xi$, jest równikiem fali względem punktu A_0.

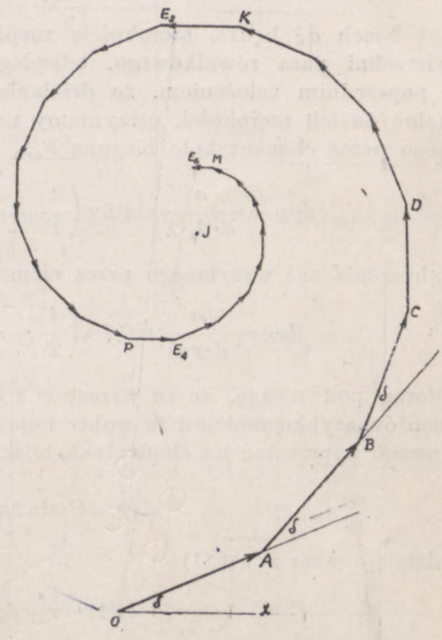
Pasy, jakie na powierzchni fali wycinają płaszczyzny MEM', obejmują w kierunku B_0 powierzchnię całej fali (lub też, gdy chodzi o otwór prostokątny, powierzchnię znacznej jej części), możemy zatem przyjąć, stosując rozumowanie, analogiczne do tego, jakim posługiwaliśmy się przy wywodach ustępu poprzedniego, że działanie każdego z tych pasów w punkcie A_0 jest proporcjonalne do działania równikowego elementu powierzchni fali. Działanie w punkcie A_0 będzie przeto proporcjonalne do sumy działań, wywieranych przez wszystkie nie zakryte przez przesłonę elementy pasa równikowego.



Rys. 218

Niech $E_1 E_2$ będą krańcowymi elementami pierwszej (biegunowej) strefy, wykreślonej na powierzchni pasa równikowego w ten sam zupełnie sposób, jaki stosowaliśmy w ustępach poprzednich. Podzielmy część $B_0 E_2$ pasa na dostatecznie małe elementy, aby można było fazy w punkcie A_0 zaburzeń, wysyłanych przez poszczególne punkty każdego z nich, uważać w przybliżeniu za jednakowe oraz różnicę faz dwóch elementów sąsiednich δ za stałą, i wyznaczmy wypadkową amplitudę i fazę, stosując konstrukcję Fresnela (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, ust. 5, rozdz. I). Działanie pierwszego elementu $B_0 C$, bezpośrednio przy-

tykającego do bieguna, ujawni się w punkcie A_0 zaburzeniem o amplitudzie, proporcjonalnej do szerokości B_0C elementu, i o fazie, różniącej się o δ od fazy zaburzenia, wzbudzonego przez biegun, działanie drugiego elementu — zaburzeniem o amplitudzie proporcjonalnej do CD, i o fazie, różniącej się o δ od fazy zaburzenia wzbudzonego przez B_0C itd. Zaburzenie wypadkowe będzie miało amplitudę OE_2, którą otrzymamy, łącząc punkt $O(B_0)$ z końcowym punktem amplitudy KE_2 zaburzenia, wzbudzonego w A_0 przez ostatni element B_0E_2. To ostatnie zaburzenie będzie miało w A_0 fazę, różniącą się o π od fazy zaburzenia, wzbudzonego przez biegun, odcinek więc KE_2 będzie równoległy do osi OX i skierowany w stronę przeciwną. Odkładając w ten sposób amplitudy zaburzeń, wzbudzonych przez elementy strefy następnej, znajdziemy, że amplituda PE_4 zaburzenia, wzbudzonego w A_0 przez ostatni element pasa równikowego tej strefy, będzie znów równoległa do OX i skierowana w tę samą stronę, zgodnie bowiem z konstrukcją stref, zaburzenie to będzie miało fazę tę samą, co zaburzenie, wzbudzone przez biegun. Gdyby amplitudy składowe miały wartości jednakowe, amplituda PE_4 leżałaby na prostej OX, amplituda więc wypadkowa byłaby równa zeru. Amplitudy te jednak, proporcjonalne do szerokości odpowiednich elementów pasa równikowego stopniowo maleją, (p. niżej, ust. 4), wobec czego odcinek PE_4 leży powyżej osi OX.



Rys. 219

Uwzględniając działanie elementów strefy trzeciej, otrzymamy linię łamaną E_4E_6, której ostatni odcinek ME_6 znów będzie równoległy do osi OX i skierowany w stronę przeciwną. Przy zwiększaniu liczby elementów, na jakie dzielimy poszczególne strefy, wykreślona w ten sposób linia łamana coraz bardziej zbliża się do linii krzywej, dając w granicy spiralę o wielu zwojach (rys. 219), których krzywizna stale wzrasta wobec stopniowego zmniejszania się amplitudy działania danego elementu w miarę wzrostu odległości tego elementu od bieguna. Zwoje te dążą asymptotycznie do przekształcenia się w koło o środku w punkcie J i o promieniu nieskończenie małym.

Elementy drugiej połowy pasa $B_0E\ldots$ dadzą drugą gałąź spirali, symetryczną do pierwszej względem punktu O. Proste OJ i OJ' wyrażają przeto działania połówek fali, prosta zaś JJ' (p. rys. 224) — działanie całej fali. Działanie poszczególnych stref po jednej stronie bieguna wyrażać będą proste, łączące początkowe i końcowe punkty odpowiednich zwojów, tak więc prosta E_4E_6 wyrazi działanie elementów połowy strefy drugiej. Krzywą tę, opartą na rachunku, wykonanym przez Fresnela (1826), wykreślił i zastosował do badania zjawisk uginania się światła Cornu (1874 r.), stąd nazwa spirali Cornu, jaką jej zazwyczaj nadajemy.

Niech $d\xi$ będzie szerokością rozpatrywanego elementu EE' (p. rys. 218) powierzchni pasa równikowego, odległego o r od punktu A_0. Przyjmując, zgodnie z poprzednim założeniem, że działanie poszczególnych elementów jest proporcjonalne do ich szerokości, otrzymamy na wartość w punkcie A_0 zaburzenia, wysyłanego przez element koło bieguna B_0,

$$dy_B = \frac{a}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0}{\lambda}\right)d\xi = C\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0}{\lambda}\right)d\xi,$$

zaburzenia zaś wysyłanego przez element EE'

$$dy_E = \frac{a}{d\cdot r\cdot\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)d\xi = C'\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)d\xi. \qquad \text{(a)}$$

Biorąc pod uwagę, że ze wzrostem r działanie w punkcie A_0 poszczególnych elementów szybko maleje i że wobec tego można przy rozpatrywaniu działania wypadkowego poprzestać na elementach bliskich bieguna, wzór (a) przepiszemy w postaci

$$dy_E = C\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0+\Delta}{\lambda}\right)d\xi,$$

gdzie (p. wzór h ust. 1)

$$\Delta = r - d_0 \approx \frac{d+d_0}{2d\cdot d_0}\cdot\xi^2, \qquad \text{(b)}$$

skąd

$$dy_E = C\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0}{\lambda}-\frac{d+d_0}{2d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2\right)d\xi =$$

$$= C\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0}{\lambda}\right)\cos 2\pi\frac{d+d_0}{2d\,d_0\lambda}\xi^2 + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_0}{\lambda}-\frac{1}{4}\right)\sin 2\pi\frac{d+d_0}{2d\cdot d_0\cdot\lambda}\cdot\xi^2\right]d\xi.$$

Zaburzenie, wzbudzone w A_0 przez element EE', jest przeto sumą dwóch zaburzeń o różnicy fazy $\frac{\pi}{2}$ i o amplitudach odpowiednio równych

$$C\cdot\cos\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2\cdot d\xi \quad \text{i} \quad C\cdot\sin\pi\cdot\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2\cdot d\xi,$$

o natężeniu więc

$$dI = \left[C\cos\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2\cdot d\xi\right]^2 + \left[C\cdot\sin\pi\cdot\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2\cdot d\xi\right]^2.$$

Natężenie zatem zaburzenia wypadkowego, wzbudzonego przez wszystkie czynne elementy powierzchni równikowej w granicach od $\xi=\xi_1$ do $\xi=\xi_2$, będzie równe

$$I=\left[C\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2}\cos\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2 d\xi\right]^2+\left[C\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2}\sin\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2 d\xi\right]^2. \tag{c}$$

Napiszmy, że

$$\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\xi^2=\frac{\pi}{2}v^2, \tag{d}$$

skąd

$$d\xi=\sqrt{\frac{d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)}}\cdot dv$$

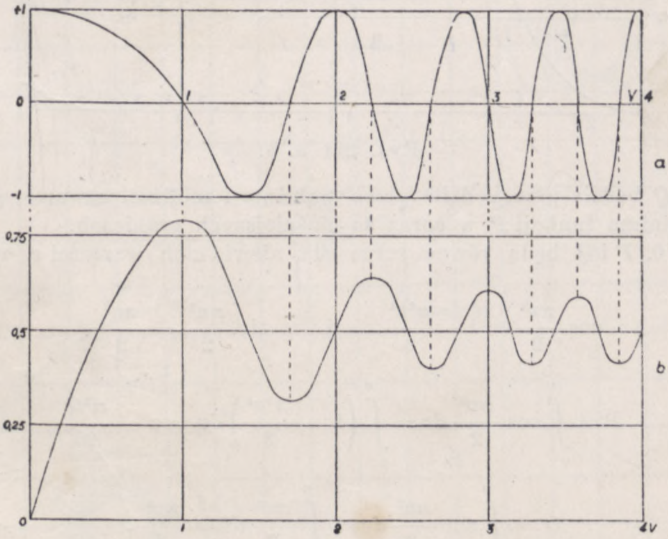
i

$$I=C^2\cdot\frac{d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)}\left[\left(\int\limits_{v_1}^{v_2}\cos\frac{\pi v^2}{2}\cdot dv\right)^2+\left(\int\limits_{v_1}^{v_2}\sin\frac{\pi v^2}{2}dv\right)^2\right]. \tag{e}$$

O ile więc chodzi o natężenie światła, zagadnienie sprowadza się do obliczenia dwóch całek

$$P=\int\limits_0^v\cos\frac{\pi v^2}{2}dv \quad \text{i} \quad Q=\int\limits_0^v\sin\frac{\pi v^2}{2}dv; \tag{6}$$

całki tego typu noszą nazwę całek Fresnela.

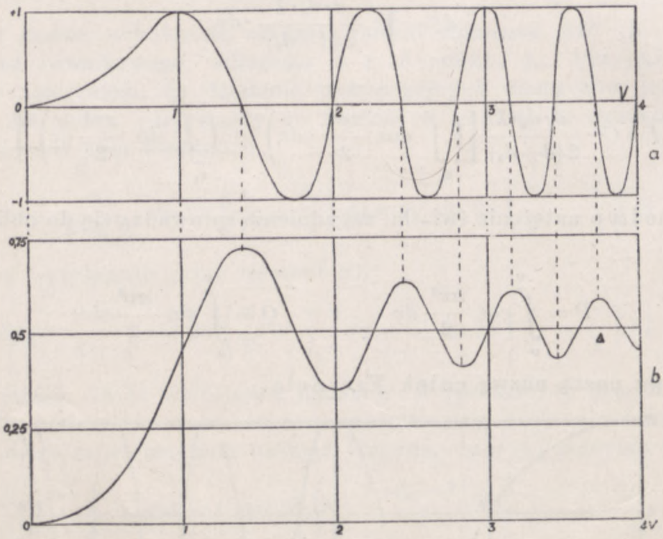


Rys. 220 a. b.

Odkładając na osi odciętych wartość v, na osi zaś rzędnych $\cos\pi\frac{v^2}{2}$ (rys. 220a), otrzymamy krzywą, przecinającą oś Ov w punktach $v=1$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$,... których wza-

jemne odstępy ze wzrostem v się zmniejszają. Pola, objęte coraz to ciaśniejszymi pętlami krzywej $\cos\frac{\pi v^2}{2}$ są kolejno dodatnie i ujemne, wobec czego wielkość P, wyrażająca ich sumę, będzie kolejno przechodziła przez maksimum i minimum, przy czym jednak, wobec coraz to bardziej zmniejszającej się różnicy pól dodatnich i ujemnych, wahania jej wartości zawierać się będą w coraz to ciaśniejszych granicach (rys. 220b).

Podobnie będzie się zmieniała i funkcja Q, wyrażająca sumę pól, zawartych między osią odciętych Ov i krzywą $\sin\frac{\pi v^2}{2}$ (rys. 221a i b). Krzywa ta przecinać będzie oś Ov w punktach $v=\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{6}\ldots = 1{,}41; 2; 2{,}45\ldots$ W tych przeto punk-



Rys. 221 a. b.

tach funkcja Q będzie przechodziła przez maksima i minima, zawarte, podobnie jak maksima i minima funkcji P w coraz to ciaśniejszych granicach.

Przy $v=0$, P i Q będą równe zeru; dla niewielkich wartości v otrzymujemy, podstawiając

$$\cos\frac{\pi v^2}{2} = 1 - \frac{\pi^2 v^4}{8} \quad \text{i} \quad \sin\frac{\pi v^2}{2} = \frac{\pi v^2}{2},$$

$$P = \int_0^v \cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv = \int_0^v \left(1 - \frac{\pi^2 v^4}{8}\right) dv = v - \frac{\pi^2 v^5}{40}$$

i

$$Q = \int_0^v \sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv = \int_0^v \frac{\pi v^2}{2}\,dv = \frac{\pi v^3}{6}.$$

Dla małych zatem wartości v krzywa P jest linią prostą, przechodzącą przez punkt O, krzywa Q jest styczna do osi Ov.

Stosując metodę stopniowego całkowania, której tu rozpatrywać nie będziemy, Fresnel ułożył tablicę wartości funkcji P i Q dla różnych znaczeń v.

Przy $v = \infty$ obie funkcje mają, co przyjmiemy bez udowodnienia, wartości jednakowe, a mianowicie

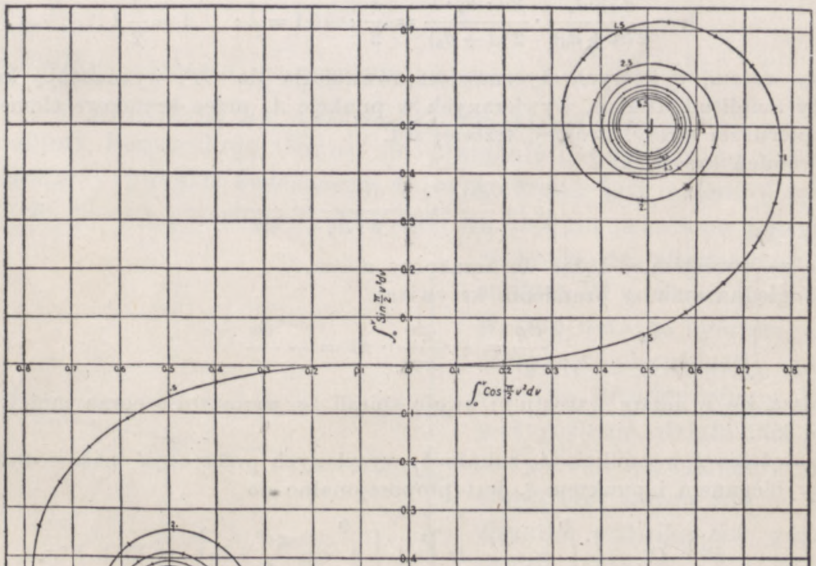
$$P = \int_0^\infty \cos \frac{\pi v^2}{2}\, dv = Q = \int_0^\infty \sin \frac{\pi v^2}{2}\, dv = \frac{1}{2}. \tag{f}$$

Ze wzrostem v funkcje P i Q szybko zbliżają się do tej wartości granicznej. Istotnie, dla

$v = 8{,}0$	$P = 0{,}4998$	$Q = 0{,}4602$
$v = 8{,}1$	$P = 0{,}5228$	$Q = 0{,}5320$
$v = 8{,}2$	$P = 0{,}4638$	$Q = 0{,}4859$
$v = 8{,}3$	$P = 0{,}5878$	$Q = 0{,}4932$
$v = 8{,}4$	$P = 0{,}4709$	$Q = 0{,}5243$
$v = 8{,}5$	$P = 0{,}5142$	$Q = 0{,}4653$

Największa zatem różnica nie przekracza 8%.
Szczegółową teorię całek Fresnela dał Gilbert (1863 r.).

Odkładając na osi odciętych wartości $P = \int_0^v \cos \frac{\pi v^2}{2}\, dv$ na osi rzędnych $Q = \int_0^v \sin \frac{\pi v^2}{2}\, dv$ (rys. 222), otrzymamy spiralę Cornu. Istotnie, krzywa przecho-



Rys. 222

dząca przez początek osi współrzędnych (dla $v=0, P$ i Q są równe zeru), składa się z dwóch symetrycznych względem początku O gałęzi, ponieważ P i Q zachowują przy zmianie znaku v te same bezwzględne wartości, zmieniając jedynie znak. Element łuku krzywej

$$dS = \sqrt{dX^2+dY^2} = \sqrt{dP^2+dQ^2} = \sqrt{\left(\cos^2\frac{\pi v^2}{2}+\sin^2\frac{\pi v^2}{2}\right)dv^2} = dv$$

jest, podobnie, jak przy konstrukcji spirali, proporcjonalny do $d\xi$; każdemu więc punktowi krzywej odpowiada pewna wartość v równa mierzonej wzdłuż krzywej odległości punktu od początku O. Dalej kąt, jaki styczna do krzywej tworzy z osią odciętych, równy jest

$$\operatorname{tg} T = \frac{dY}{dX} = \frac{dP}{dX} = \operatorname{tg}\frac{\pi v^2}{2} = \operatorname{tg}\pi\frac{d+d_0}{d\cdot d_0\cdot\lambda}\,\xi^2$$

(p. wzór d), w punkcie O zatem styczną do krzywej jest oś odciętych, w punktach zaś, dla których

$$v = \sqrt{2},\quad \sqrt{4},\quad \sqrt{6}\ldots$$

styczna jest równoległa do osi OP. Tym wartościom v odpowiadają, zgodnie z założeniem (d), wartości

$$\xi^2 = 2\,\frac{d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)},\qquad 4\,\frac{d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)},\qquad 6\,\frac{d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)}\ldots,$$

a więc (p. wzór b) różnice dróg

$$\Delta = \frac{d+d_0}{2(d+d_0)}\cdot\frac{2d\cdot d_0\cdot\lambda}{2(d+d_0)} = \frac{\lambda}{2};\qquad \Delta=\lambda;\qquad \Delta=\frac{3}{2}\lambda\ldots$$

Punkty zatem, w których styczna jest równoległa do OP, wyznaczają krańcowe punkty amplitud działań, wywieranych w punkcie A_0 przez krańcowe elementy połowy pierwszej strefy, drugiej, trzeciej itd.

Promień krzywizny

$$\varrho = \frac{dv}{dT} = \frac{dv}{\pi\cdot v\cdot dv} = \frac{1}{\pi v} \tag{g}$$

maleje ze wzrostem v, dążąc do zera przy $v=\infty$.

Względna zmiana promienia krzywizny

$$\frac{d\varrho}{\varrho} = -\frac{dv}{\pi v^2}\cdot\pi v = -\frac{dv}{v}$$

zmniejsza się w miarę wzrostu v; zwoje spirali ze wzrostem v coraz mniej się różnią od kół.

Natężenie I w punkcie A_0 zaburzeń, wysyłanych przez część pasa równikowego między biegunem i punktem ξ, jest proporcjonalne do

$$P^2+Q^2 = \left[\int_0^{v_1}\cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right]^2 + \left[\int_0^{v_1}\sin\frac{\pi v^2}{2}\cdot dv\right]^2 = X^2+Y^2,$$

gdzie za górną granicę całki bierzemy

$$v_1 = \xi_1\sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d+d_0}},$$

a zatem jest proporcjonalne do odcinka prostej, łączącej początek O z punktem krzywej odległym o v od początku O.

Gdy czynna część fali nie obejmuje bieguna, lecz jedynie część pasa równikowego między ξ_1 i ξ_2, natężenie w punkcie A_0 otrzymamy, odejmując od amplitud działań, wywieranych przez elementy, zawarte między biegunem i elementem ξ_2, amplitudy działań elementów, zawartych między biegunem i elementem ξ_1

$$(P_2 - P_1)^2 + (Q_2 - Q_1)^2 = \left[\int_0^{v_2} \cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv - \int_0^{v_1} \cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right]^2 +$$

$$+ \left[\int_0^{v_2} \sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv - \int_0^{v_1} \sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right]^2 = \left[\int_{v_1}^{v_2} \cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right]^2 + \left[\int_{v_1}^{v_2} \sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right]^2. \qquad \text{(h)}$$

Natężenie będzie więc proporcjonalne do kwadratu długości odcinka prostej, łączącej punkty o współrzędnych P_1, Q_1 i P_2, Q_2. Wobec tego natężenie wzbudzone przez całą falę wyrazi się wzorem

$$I = I_0 = C^2 \cdot \frac{d \cdot d_0 \cdot \lambda}{2(d + d_0)} [(P_{+\infty} - P_{-\infty})^2 + (Q_{+\infty} - Q_{-\infty})^2] =$$

$$= C^2 \cdot \frac{d \cdot d_0 \cdot \lambda}{2(d + d_0)} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2\right] = 2\,C^2 \cdot \frac{d \cdot d_0 \cdot \lambda}{2(d + d_0)}, \qquad \text{(i)}$$

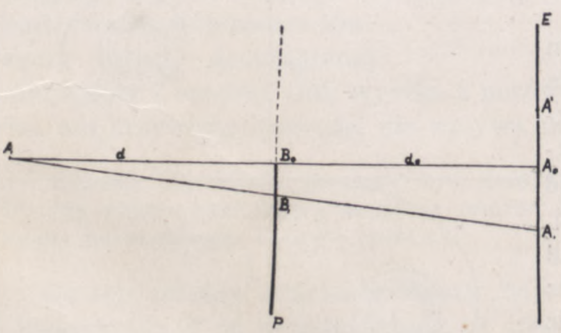
stały więc czynnik wzoru (c)

$$C^2 \cdot \frac{d \cdot d_0 \cdot \lambda}{2(d + d_0)} = \frac{I_0}{2}, \qquad \text{(j)}$$

połowie oświetlenia punktu A_0 po usunięciu przesłony.

3. UGINANIE NA KRAWĘDZI PROSTOLINIOWEJ

Zastosujmy konstrukcję Cornu do przypadku, gdy wiązka światła, wychodzącego z punktu świecącego A, ograniczona jest z jednej tylko strony przez płaską przesłonę P (rys. 223, na którym przesłona jest prostopadła do płaszczyzny rysunku). W punkcie A_0 ekranu E, (lub mówiąc ogólniej, płaszczyzny obserwacji), leżącym na granicy cienia geometrycznego, działa cała górna połowa powierzchni fali, amplituda zatem równa jest długości odcinka OJ górnej spirali Cornu, oświetlenie zaś ma czwartą część tej wartości, jaką by miało w tym punkcie po usunięciu przesłony. W punkcie A_1, leżącym na rysunku poniżej A_0 już w obszarze cienia geometrycznego, czynna powierzchnia fali zmniejsza się o część, której odpowiada część $B_0 B_1$ pasa równikowego. Długość tej części pasa jest tym większa, im większa jest odległość A_1 od

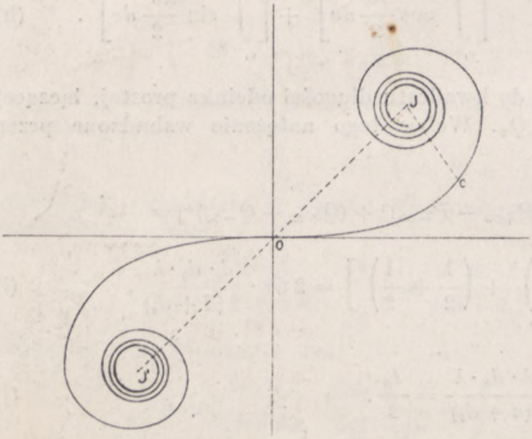


Rys. 223

A_0 lub innymi słowy, im dalej posuwamy się w głąb cienia geometrycznego. Istotnie, przyjmując, że A_0A_1 bardzo mało różni się od łuku koła, opisanego z A promieniem $d+d_0$, znajdujemy, że

$$B_0B_1 = d \cdot \frac{A_0A_1}{d+d_0}. \tag{k}$$

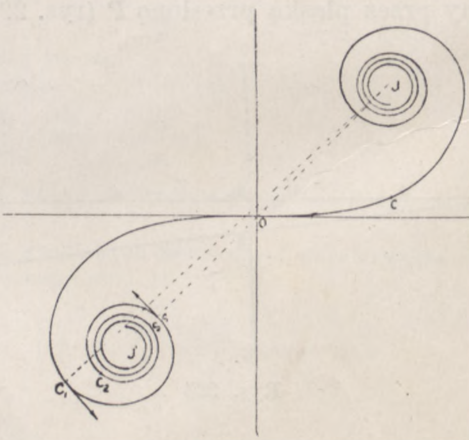
Wobec tego początkowy punkt wektora, wyrażającego wypadkową amplitudę zaburzeń, przesuwa się od punktu O wzdłuż górnej części spirali do punktu C, leżącego tym dalej od O, im głębiej wewnątrz cienia leży badany punkt A_1 (rys. 224).



Rys. 224

W obszarze więc cienia geometrycznego oświetlenie stale stopniowo maleje.

Inny jednak będzie przebieg zjawiska w punktach A', leżących na rysunku powyżej A_0. W miarę, jak punkt ten przesuwać się będzie ku górze, działać na niego będzie oprócz całej górnej połowy powierzchni fali coraz to większa część połowy dolnej. Początkowy więc punkt C wektora, wyrażającego amplitudę wypadkową, będzie się przesuwał wzdłuż dolnej gałęzi spirali Cornu (rys. 225).

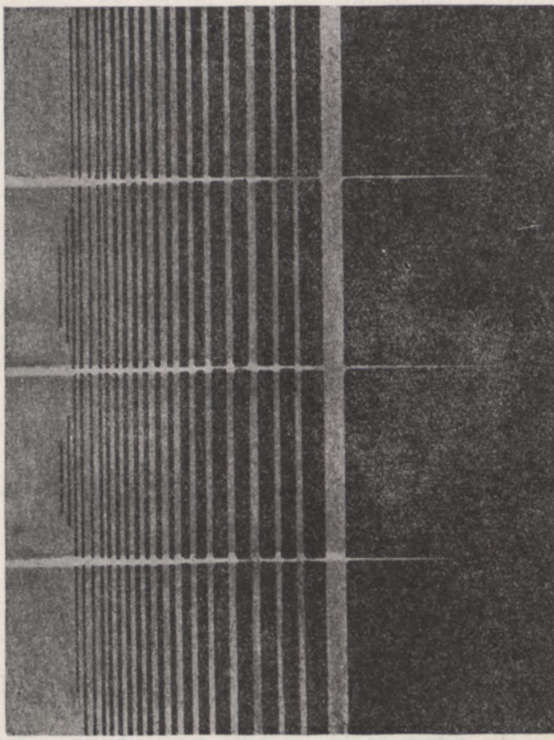


Rys. 225

W punkcie C_1, w którym prosta JC_1 jest prostopadła do krzywej, długość tego wektora osiągnie wartość największą, aby w punkcie c_1 spaść poniżej wszystkich wartości, jakie ma na sąsiadujących z tym punktem obszarze; nowe maksimum, mniejsze niż poprzednie, osiągnie wektor w punkcie C_2, nowe minimum, większe, niż poprzednie, w punkcie c_2 itd.

W części zatem płaszczyzny E, leżącej poza granicami cienia geometrycznego powstaną miejsca jaśniejsze i ciemniejsze, których wzajemne

odstępy będą stopniowo malały. Jednocześnie maleć będzie różnica największych i najmniejszych oświetleń, w miarę bowiem zbliżania się do punktu J' różnica długości odpowiednich wektorów, równa mniej więcej średnicy odpowiednich zwojów, będzie stopniowo malała; ostateczne zatem oświetlenie płaszczyzny stanie się jednostajne.


Rys. 226

Miejscem geometrycznym punktów o jednakowym natężeniu będą proste, równoległe do krawędzi przesłony P, natężenie bowiem światła w danym punkcie płaszczyzny E jest zależne jedynie od jego odległości od granicy cienia geometrycznego.

Wyrównanie się oświetlenia następuje już w niewielkiej odległości (rzędu kilku milimetrów) od granicy cienia geometrycznego. Rozkład oświetlenia płaszczyzny E odtwarza rys. 226, wzięty z pracy Arkadiewa, a który podajemy za Peruccą. Rysunek ten jest podzielony na cztery części, odpowiadające różnym, użytym przez Arkadiewa, przesłonom: o krawędzi ostrej, zaokrąglonej odbijającej i czarnej. Jak wynika z porównania tych obrazów, ani materiał, ani krzywizna krawędzi nie wpływa na rozmieszczenie prążków.

Wniosek ten jednak przestaje być słuszny dla dużych kątów ugięcia i wtedy, gdy wiązka oświetlająca skupiona jest na krawędzi uginającej, jak tego dowiodły doświadczenia Gouy'a (1884 r.).

Odstęp między prążkami zależy więc jedynie od odległości źródła i płaszczyzny E od przesłony oraz od długości fali użytego światła, wzrastając proporcjonalnie do $\sqrt{\lambda}$ (nie do λ, jak w przypadku zwykłych prążków interferencyjnych).

W punkcie A_0 granicami całek Fresnela są

$$v_1 = 0 \quad \text{i} \quad v_2 = +\infty$$

wobec czego oświetlenie w tym punkcie wynosi

$$I_{A_0}=\frac{I_0}{2}\,[P_\infty^2+Q_\infty^2]=\frac{I_0}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]=\frac{I_0}{4},$$

tak, jak to podaliśmy wyżej.

W punkcie A_1 amplitudę wypadkową otrzymamy, przenosząc początek współrzędnych do punktu B_1 i odejmując od amplitudy działań połowy fali amplitudę działań tej jej części, która jest zakryta przez przesłonę, a której odpowiada pas równikowy

$$B_1B_0=\xi_1=\frac{d}{d+d_0}\,\varepsilon$$

(p. wzór k, w którym kładziemy $A_0A_1=\varepsilon$). Granicami zatem całek Fresnela są w tym punkcie

$$v_1=\sqrt{\frac{2(d_1+d_0)}{d\cdot d_0\cdot\lambda}}\cdot\xi_1=\sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}}\cdot\varepsilon \quad \text{i} \quad v_2=+\infty. \tag{l}$$

Gdy punkt A_1 leży tak głęboko w obszarze cienia geometrycznego, że początek odpowiadającego mu wektora CJ znajduje się na jednym z wewnętrznych zwojów spirali, które bez wiekiego błędu możemy uważać za koła, długość CJ jest prawie dokładnie równa promieniowi krzywizny danego zwoju, oświetlenie więc tego punktu jest równe (p. wzór e oraz j)

$$I=\frac{I_0}{2}\cdot\varrho^2=\frac{I_0}{2}\cdot\frac{1}{\pi^2v^2}=\frac{I_0}{2}\cdot\frac{d(d+d_0)\lambda}{\pi^2 2d\cdot\varepsilon^2}.$$

W jednym z pierwszych doświadczeń Fresnela $\lambda=6{,}38.10^{-4}$ mm, $d=100$ mm. $d_0=799$ mm, skąd

$$\varepsilon^2=0{,}13\,\frac{I_0}{I}.$$

Punkt zatem, w którym oświetlenie było 1000 razy mniejsze od normalnego $\left(\frac{I_0}{I}=1000\right)$, leżał w tym doświadczeniu w odległości mniej więcej równej 1 cm od granicy geometrycznego cienia.

Dla punktów A', leżących poza obszarem cienia geometrycznego

$$B'B_0=-\xi_1=-\frac{d}{d+d_0}\,\varepsilon,$$

granicami więc całek Fresnela są

$$-v_1=-\sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d\cdot d_0\cdot\lambda}}\cdot\xi_1=-\sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}}\cdot\varepsilon \quad \text{i} \quad v_2=+\infty.$$

Oświetlenie zatem tych punktów wynosi (p. wzór h ustępu poprzedniego)

$$I_{A'}=\frac{I_0}{2}\left[\left(\int\limits_{-v_1}^{\infty}\cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right)^2+\left(\int\limits_{-v_1}^{\infty}\sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right)^2\right]dv=$$

$$=\frac{I_0}{2}\left[\left(\int\limits_0^{v_1}\cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv+\int\limits_0^{\infty}\cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right)^2+\left(\int\limits_0^{v_1}\sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv+\int\limits_0^{\infty}\sin\frac{\pi v^2}{2}\,dv\right)^2\right]=$$

$$=\frac{I_0}{2}\left[\left(P_{v_1}+\frac{1}{2}\right)^2+\left(Q_{v_1}+\frac{1}{2}\right)^2\right]=\frac{I}{2}\,f(v). \tag{m}$$

Z pomocą tablic można raz na zawsze wykreślić krzywą $f(v)$ i wyznaczyć jej maksima i minima. Pierwszym pięciu największym wartościom tej funkcji odpowiadają wartości v równe

1,2172 2,3445 3,0820 3,6741 4,1832

najmniejszym zaś

1,8725 2,7390 3,3919 3,9371 4,4159

Różnica oświetleń sąsiednich jasnych i ciemnych prążków

$$1{,}1945\frac{I_0}{2};\quad 0{,}7121\frac{I_0}{2};\quad 0{,}5476\frac{I_0}{2};\quad 0{,}4741\frac{I_0}{2};\quad 0{,}4195\frac{I_0}{2}.$$

Położenie prążków można również obliczyć z wystarczającym przybliżeniem ze spirali Cornu, zakładając, że w punktach $C_1, c_1, C_2, c_2 \ldots$ krzywa jest prostopadła do prostej JJ', tworzącej kąt 45^0 z osiami współrzędnych. W punktach tych zatem styczna do krzywej tworzy z osią P kąt α, wyznaczony wzorem

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dQ}{dP} = \operatorname{tg}\frac{\pi v^2}{2} = -1,$$

wobec czego

$$\alpha = \frac{\pi v^2}{2} = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

lub

$$v = \sqrt{2k - 0{,}5}. \tag{n}$$

Punktom $C_1 C_2 \ldots$ odpowiadają, jak to bezpośrednio wynika z rysunku 225, wartości k równe $1, 3, 5 \ldots$, kładąc więc we wzorze (n)

$$k = 2m - 1,$$

gdzie m oznacza dowolną liczbę całkowitą, większą od zera, otrzymujemy

$$v_{\max} = \sqrt{4m - 2{,}5}. \tag{o}$$

Dla punktów $c_1, c_2 \ldots$, którym odpowiadają liczby parzyste

$$k = 2\mathrm{m},$$

będziemy mieli

$$v_{\min} = \sqrt{4m - 0{,}5}. \tag{p}$$

Ze wzorów tych otrzymujemy

$$v'_{\max} = \sqrt{1{,}5} = 1{,}224;\quad v''_{\max} = 2{,}345;\quad v'''_{\max} = 3{,}082 \text{ itd.},$$

a więc, jak to można było z góry przewidzieć, wartości, tym mniej odbiegające od obliczonych z tablic, im dalej jest położone dane maksimum.

Odległości prążków jasnych od granicy cienia geometrycznego

$$\varepsilon'_{\max} = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\cdot\lambda}{2d}}\cdot 1{,}22;\qquad \varepsilon''_{\max} = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\cdot\lambda}{2d}}\cdot 2{,}345\ldots$$

zmieniają się, jak wyżej zaznaczyliśmy, proporcjonalnie do $\sqrt{\lambda}$. W przytoczonym wyżej doświadczeniu Fresnela odległości te powinny były być równe

$$\varepsilon' = \sqrt{\frac{799.899\cdot 6{,}38\cdot 10^{-4}}{200}}\cdot 1{,}22 \approx 1{,}5\cdot 1{,}22 = 1{,}83 \text{ mm},$$

$$\varepsilon'' \approx 1{,}5\cdot 2{,}345 = 3{,}52 \text{ mm itd.}$$

Takie też istotnie odległości otrzymano z pomiaru.

Prążki te w niewielkiej już stosunkowo odległości od granicy cienia przestają być widzialne. W miarę, bowiem, jak początek wektora amplitudy (C lub c) przesuwa się wzdłuż krzywej, zwoje spirali coraz mniej różnią się od kół współśrodkowych o promieniach $\varrho = \frac{1}{\pi v}$ wobec czego amplitudy sąsiednich maksimów i minimów stają się równe

$$JC_k = JJ' + J'C_k = \sqrt{2} + \frac{1}{\pi v} \tag{r}$$

i

$$Jc_k = JJ' - J'c_k = \sqrt{2} - \frac{1}{\pi v}.$$

Wyznaczmy odległość prążka jasnego, w którym amplituda zaburzeń przewyższa amplitudę JJ' nie więcej, niż o $\frac{1}{50}$ jej wartości,

$$JC_k = \sqrt{2} + \frac{1}{\pi v} = \sqrt{2} + \frac{1}{50}\sqrt{2} = \sqrt{2}\cdot\frac{51}{50}.$$

Natężenie więc światła w tym prążku wynosi

$$I = \frac{I_0}{2}(JC_k)^2 = \frac{J_0}{2}\cdot 2\left(\frac{51}{50}\right)^2 \approx J_0\cdot 1{,}04,$$

przewyższa zatem o 4% natężenie, otrzymane po usunięciu przesłony.

Natężenie w sąsiednim prążku ciemnym jest o taki sam procent mniejsze. Kontrast zatem oświetleń wynosi mniej więcej 8% oświetlenia po usunięciu przesłony.

Prążkom tym o tak niewielkim kontraście odpowiada

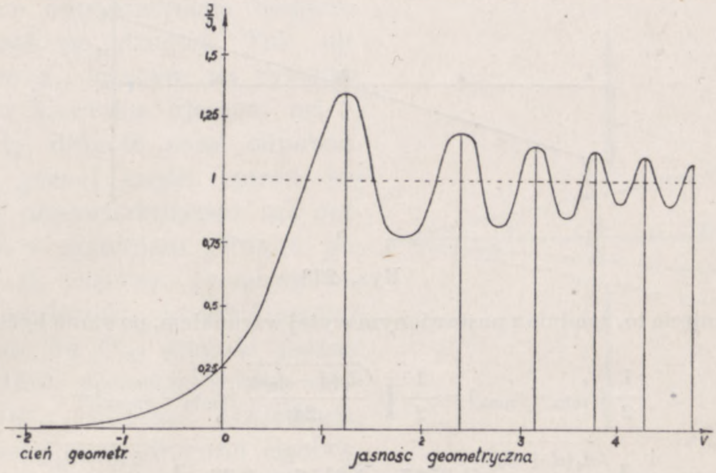
$$v = \frac{50}{3{,}14\cdot\sqrt{2}} = 11{,}2,$$

skąd, w warunkach doświadczenia Fresnela,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\, v = 1{,}5\cdot 11{,}2 = 16{,}8 \text{ mm}.$$

Można więc powiedzieć, że cały obraz dyfrakcyjny (uwzględniając już zjawiska, zachodzące w obszarze cienia geometrycznego) zajmował w płaszczyznie obserwacji długość co najwyżej dwudziestu paru milimetrów.

Zmieniając odległość płaszczyzny E od przesłony, otrzymujemy zawsze podobne obrazy dyfrakcyjne; rozkład oświetlenia jest zawsze wyrażany krzywą rys. 227, której odcięte są proporcjonalne do odległości danego punktu płaszczyzny E od granicy cienia geometrycznego; zmienia się jedynie współczynnik proporcjonalności C i tym samym odstęp między prążkami, wzrastający przy odsuwaniu płaszczyzny.



Rys. 227

Odciętymi krzywej rys. 227 są wartości $v = \sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}}\,\varepsilon$; ze zmianą zatem odległości d_0 wszystkie wartości ε odpowiadające v_{max} lub v_{min} odpowiednio się zmieniają. Podobnie jest przy zmianie d lub λ. Odstęp między prążkami, równy

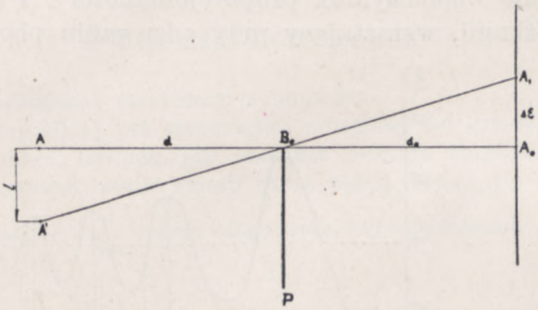
$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\,(v''_{max} - v'_{max}),$$

ze wzrostem d_0 wzrasta.

Umieszczając na prostej, równoległej do krawędzi i przechodzącej przez punkt A, szereg punktów świecących, otrzymamy szereg wzajemnie się pokrywających obrazów dyfrakcyjnych, których maksima i minima przypadać będą w tych samych miejscach płaszczyzny E. Zastępując zatem punkt świecący A bardzo wąską szczeliną świecącą, równoległą do krawędzi przesłony, otrzymamy obraz dyfrakcyjny, równie wyraźny, jak w przypadku poprzednim. Ściśle biorąc, szczelina ta powinna być nieskończenie wąska, dopóki jednak odległość prążków, wytwarzanych przez jej skrajne punkty (leżące na prostej, prostopadłej do krawędzi) jest mniejsza od połowy odstępu między prążkiem jasnym i ciemnym każdego z poszczególnych układów, obraz pozostaje dostatecznie wyraźny. Na ogół przy mniejszych odległościach d_0 płaszczyzny E szerokość szczeliny może być bez uszczerbku widzialności obrazu większa.

Oznaczmy szerokość szczeliny i tym samym odległość skrajnych punktów świecących przez l (rys. 228), przesunięcie wzajemne układów, wytwarzanych przez te punkty, wyniesie

$$\Delta\varepsilon = \frac{d_0}{d}\,l.$$



Rys. 228

Przesunięcie to, zgodnie z postawionym wyżej warunkiem, powinno być mniejsze od

$$\frac{1}{2}(\varepsilon'_{\min} - \varepsilon'_{\max}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\,(v'_{\min} - v'_{\max}) =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\,(1{,}8725 - 1{,}2172) \approx 0{,}33 \cdot \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}},$$

a więc

$$l < 0{,}33\sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}} \cdot \frac{d}{d_0} = 0{,}33\sqrt{\frac{d(d+d_0)\lambda}{2d_0}} = 0{,}33\sqrt{\lambda\left(\frac{d^2}{2d_0} + \frac{d}{2}\right)}.$$

W warunkach zatem rozpatrywanego wyżej doświadczenia Fresnela

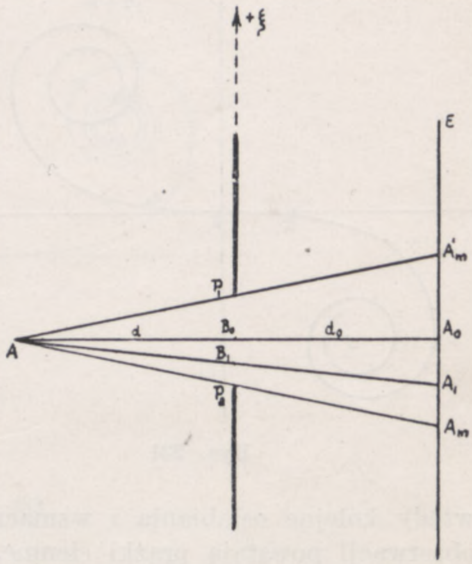
$$l < 0{,}06 \text{ mm}.$$

4. UGINANIE W WĄSKIEJ SZCZELINIE

Gdy otworem uginającym jest podłużna szczelina prostokątna (wydłużona w kierunku osi η prostopadłej do płaszczyzny rysunku, oś ξ leży w płaszczyznie rysunku 229) długość czynnej części pasa równikowego jest, w przeciwieństwie do poprzednio rozpatrywanego przypadku, dla wszystkich punktów ekranu jednakowa, zmienia się jedynie położenie bieguna, odpowiadającego danemu punktowi płaszczyzny obserwacji E. Jakikolwiek byśmy więc rozpatrywali punkt tej płaszczyzny, wypadkowa amplituda, dochodzących do niego zaburzeń, będzie zawsze proporcjonalna do długości cięciwy spirali Cornu, łączącej końce łuku o stałej długości w, zależnej, oczywiście, od szerokości szczeliny, odległości źródła światła i płaszczyzny E od szczeliny oraz od długości fali. W punkcie A_0, leżącym na osi symetrii obrazu, czynne części pasa równikowego będą miały po obu stronach bieguna B_0 długości jednakowe,

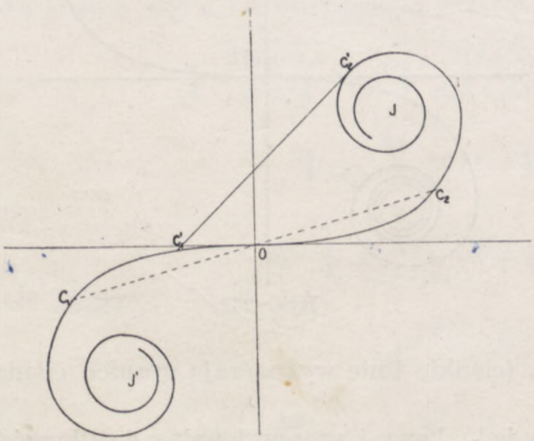
dla otrzymania zatem amplitudy wypadkowej musimy połączyć punkty C_1 i C_2 spirali, leżące w równych odległościach (mierzonych wzdłuż krzywej) na górnej i dolnej jej gałęzi (rys. 230).

W miarę odsuwania punktu obserwacji od punktu A_0 zmniejsza się długość czynnej części fali po jednej stronie odpowiedniego bieguna, wzrasta zaś po drugiej. Tak np. w punkcie A_1, leżącym na rysunku poniżej (w kierunku ujemnej osi ξ) punktu A_0, długość pasa, odpowiadającego górnej części spirali, się zwiększa, odpowiadającego zaś dolnej części — zmniejsza. Punkt początkowy C_1 cięciwy przesuwa się ku O do punktu C'_1, punkt końcowy odsuwa się ku C'_2, długość jednak łuku $C'_1ORC'_2$ pozostaje równa długości C_1OC_2. Rozkład oświetlenia, zależny od zmian długości cięciwy, tym samym jest zależny od położenia końcowych punktów łuku, a więc, przy niezmienionych pozostałych warunkach, od szerokości szczeliny.



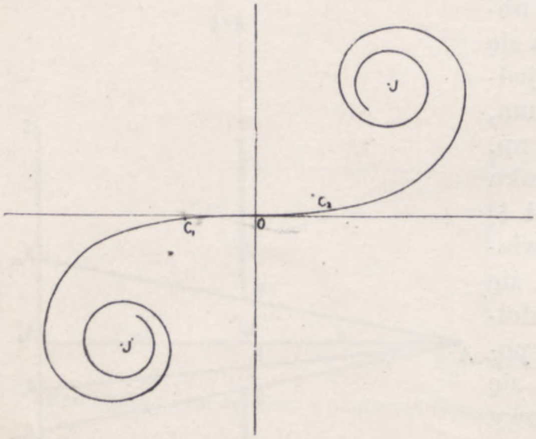
Rys. 229

Gdy w jest niewielkie w porównaniu z długością nieznacznie zakrzywionej części spirali (rys. 231), długość cięciwy C_1C_2 zmienia się stosunkowo mało przy przejściu do niezbyt oddalonych od punktu A_0 punktów A_1; oświetlenie więc płaszczyzny E jest mniej więcej jednostajne. Przy bardzo małej wartości w może się nawet zdarzyć, że to prawie jednostajne oświetlenie przekracza granice cienia geometrycznego (sięga poza punkty A_m i A'_m rys. 229). Wtedy zachodzi paradoksalne na pozór zjawisko, że części płaszczyzny, leżące w cieniu geometrycznym, są prawie tak samo oświetlone, jak części, bezpośrednio oświetlane przez promienie, wychodzące ze źródła światła.

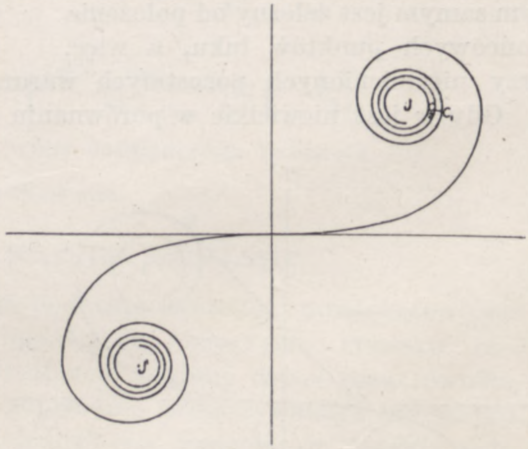


Rys. 230

Stopniowo jednak, gdy końcowe punkty cięciwy C_1C_2 przesuwają się ku coraz bardziej zakrzywionej części spirali, różnica między długością cięciwy i długością łuku w stopniowo wzrasta, oświetlenie stopniowo maleje. To zmniejszenie amplitudy osiąga swe minimum, gdy punkty C_1, C_2 znajdują się na zwoju o długości równej w, wtedy odległość między nimi jest tak mała, że długość prostej C_1C_2 spada prawie do zera (rys. 232); następnie jednak, wobec zmniejszania się długości zwojów, punkty C_1 i C_2 zaczynają się od siebie oddalać i dochodzą do największej odległości, znajdując się na przeciwległych krańcach tej samej średnicy (rys. 233); zachodzą wtedy kolejne osłabiania i wzmacniania oświetlenia — w płaszczyźnie obserwacji powstają prążki ciemne, w których oświetlenie jest prawie równe zeru, i prążki jasne, których oświetlenie staje się w miarę oddalania się od A_0 coraz to mniejsze, długości bowiem średnie zwojów spirali stopniowo, jak wiemy, się zmniejszają.



Rys. 231



Rys. 232

W środku więc obrazu nie otrzymujemy tym razem żadnych prążków, zjawiają się one dopiero w granicach cienia geometrycznego. Obraz dyfrakcyjny wygląda przeto mniej więcej tak, jak na rys. 234, wziętym z cytowanej już przez nas książki Bouasse'a i Carrière'a (cienkie linie wyznaczają granice cienia geometrycznego).

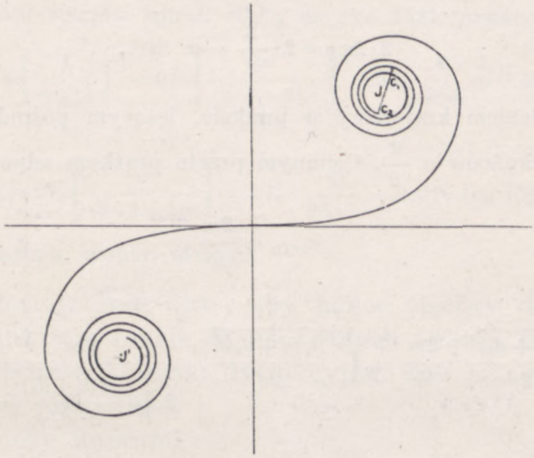
Odstępy między prążkami są jednakowe i proporcjonalne do długości fali λ; wynoszą one

$$p = \frac{d_0}{2l} \cdot \lambda, \qquad \text{(a)}$$

gdzie $2l$ oznacza szerokość szczeliny.

W punkcie A_1 granicznymi wartościami zmiennej ξ są (początkiem współrzędnych jest zawsze odpowiedni biegun)

$$\xi_2 = B_1 P_1 = B_1 B_0 + B_0 P_1 = \frac{d}{d+d_0}\varepsilon + l$$



Rys. 233

i

$$-\xi_1 = B_1 P_2 = B_0 P_2 - B_0 B_1 = l - \frac{d}{d+d_0}\varepsilon$$

lub

$$\xi_1 = \frac{d}{d+d_0}\varepsilon - l.$$

Na granicę więc v_1 i v_2 otrzymujemy (wzór d, ust. 2)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d \cdot d_0 \cdot \lambda}} \cdot \xi_2 = \sqrt{\frac{2(d+d_0)d^2}{d(d+d_0)^2\lambda \cdot d_0}} \cdot \varepsilon + \sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d \cdot d_0 \cdot \lambda}}\, l =$$

$$= \sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}} \cdot \varepsilon + \sqrt{\frac{2(d_0+d)}{d \cdot d_0 \cdot \lambda}} \cdot l,$$

i

$$v_1 = \sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}}\, \varepsilon - \sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d \cdot d_0 \cdot \lambda}} \cdot l$$

lub kładąc

$$2\sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d \cdot d_0 \cdot \lambda}} \cdot l = w \tag{b}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}} \cdot \varepsilon + \frac{w}{2} \quad \text{i} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2d}{d_0(d+d_0)\lambda}} \cdot \varepsilon - \frac{w}{2}.$$

Długość zatem łuku spirali między tymi granicznymi wartościami

$$v_2 - v_1 = w$$

ma wartość stałą.

Pierwszy prążek ciemny otrzymujemy, gdy długość łuku zwoju spirali równa jest

$$2\pi\varrho = \frac{2}{v} = w$$

(p. wzór (g) ust. 2), drugi, gdy długość łuku dwóch kolejnych zwojów równa jest

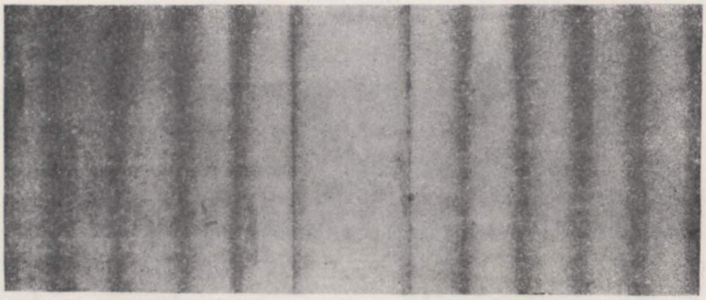
$$2\cdot 2\pi\varrho = 2\cdot\frac{2}{v} = w \quad \text{itd.},$$

gdzie ϱ jest promieniem krzywizny w punkcie, leżącym pośrodku łuku w, a więc odległym od jego końców o $\frac{w}{2}$. Ciemnym przeto prążkom odpowiada

$$v_{\min} = \frac{2m}{w} \tag{c}$$

i

$$\varepsilon_{\min} = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\cdot\frac{2m}{w} = \sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\cdot\frac{2m}{2\sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d\cdot d_0\cdot\lambda}}\cdot l} = m\cdot\frac{d_0\cdot\lambda}{2l}. \tag{d}$$



Rys. 234

Prążki jasne zjawiają się, gdy w jest równe 3/2, 5/2... długości łuku zwojów, a więc gdy

$$v_{\max} = \frac{2m+1}{w},$$

skąd

$$\varepsilon_{\max} = \frac{2m+1}{2}\cdot\frac{d_0\cdot\lambda}{2l} = \left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{d_0\cdot\lambda}{2l}. \tag{e}$$

Wzory (d) i (e) tym lepiej odpowiadają danym doświadczenia, im większy jest rząd obserwowanego prążka. W przypadku, przedstawionym na rys. 234, $w=2$. W warunkach omawianego wyżej doświadczenia **Fresnela**, wartości tej odpowiada szerokość szczeliny $2l=0{,}34$ mm. Odstępy prążków są wtedy równe

$$p = \varepsilon^{(m)} - \varepsilon^{(m-1)} = \frac{d\cdot\lambda}{2l} \approx 1{,}5 \text{ mm}.$$

Natężenie światła w punkcie A_0 wynosi

$$I_{A_0} = \frac{I_0}{2} w^2 = 2I_0. \tag{f}$$

Natężenie w pierwszym prążku jasnym, proporcjonalnym do kwadratu przeciętnej średnicy odpowiednich zwojów spirali (C_1C_2 na rys. 233), równe jest

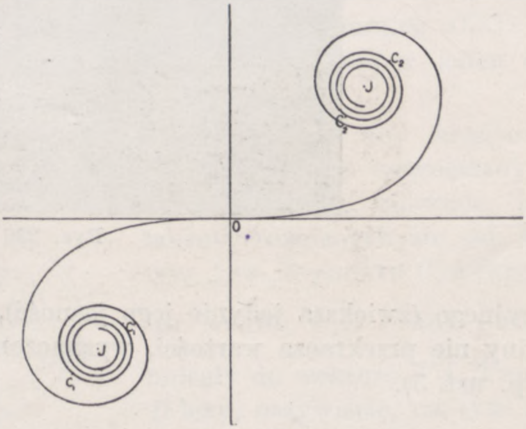
$$I_1 = \frac{I_0}{2}(2\varrho)^2 = \frac{I_0}{2}\cdot 4\left(\frac{1}{\pi v_{\max}}\right)^2 = 2I_0\left[\frac{w}{(2\cdot 1+1)\pi}\right]^2 = 2I_0\cdot\frac{4}{9\pi^2} \approx 0{,}45\cdot 2I_0 = 0{,}45\cdot I_{A_0},$$

w drugim

$$I_2 = 2I_0\left[\frac{w}{(2\cdot 2+1)\pi}\right]^2 = 2I_0\cdot\frac{4}{25\pi^2} = 0{,}016\, I_{A_0} \text{ itd.}$$

Oświetlenie więc prążków szybko maleje.

Gdy w jest dostatecznie duże, aby końce cięciwy odpowiadającego mu łuku leżały już w punkcie A_0 na zwojach spirali, mogą w samym środku obrazu powstawać prążki dyfrakcyjne. Tak np. punkt A_0 będzie słabiej lub silniej oświetlony zależnie od tego, czy końcami łuku w będą punkty c'_1 i c'_2 czy też c_1 i c_2 (rys. 235). Może się nawet zdarzyć przy znaczniejszej wartości w, że prążki będą skupione jedynie w oświetlonej bezpośrednio części płaszczyzny E, w cieniu zaś geometrycznym nie będzie ich wcale. Taki przypadek zajdzie, gdy punkty końcowe amplitudy w A_0 będą leżały na wewnętrznych, bliskich punktom J i J' zwojach spirali. Wtedy natężenia prążków jasnych w punktach nieco bardziej odległych od A_0, równe kwadratom średnic odpowiednich spirali, mogą być tak małe, że prążki przestają być widzialne.



Rys. 235

Na rys. 236 wziętym z książki Bouasse'a i Carrière'a, przedstawiony jest przypadek pośredni: prążki w cieniu geometrycznym są na ogół gęstsze, niż w przypadku w małego.

Nie wchodząc w szczegóły rachunku, który tym razem jest bardziej złożony, zaznaczymy, że stosowanie do tego przypadku rozumowania, jakim posługiwaliśmy się przy wyznaczaniu oświetleń punktu, leżącego na osi otworu (ust. 1), dałoby wyniki sprzeczne z doświadczeniem. Wtedy, dzieląc z danego punktu osi przesłonę na kołowe strefy Fresnelowskie, otrzymywaliśmy oświetlenie najmniejsze w tych punktach, dla których podział ten dawał w otworze parzystą liczbę stref, naj-

większe w tych, dla których dawał nieparzystą. Wniosek ten był słuszny, gdyż czynne pola stref miały wtedy wartości jednakowe. Tym razem zaś czynne pole strefy jest proporcjonalne do szerokości odpowiedniej części pasa równikowego, a więc do $\xi_2 - \xi_1$; szerokość tę możemy wyznaczyć z warunku, że

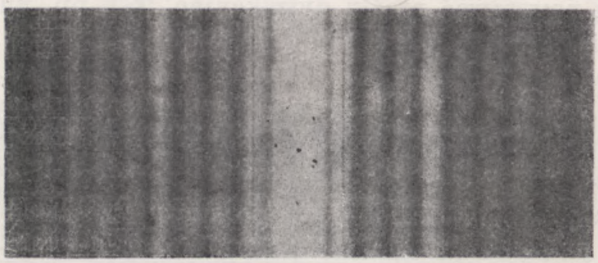
$$\frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\lambda} = \frac{d + d_0}{2 \cdot d d_0 \cdot \lambda} (\xi_2^2 - \xi_1^2) = \frac{1}{2}$$

(por. wz. (b) ust. 2), skąd

$$\xi_2 - \xi_1 = \frac{1}{\xi_1 + \xi_1} \cdot \frac{d \cdot d_0 \cdot \lambda}{d + d_0},$$

pole zatem maleje ze wzrostem odległości od B_0.

Zastąpienie punktu świetlnego szczeliną świecącą, równoległą do krawędzi uginających, w niczym, rzecz prosta, nie zmienia obrazu dyfrak-



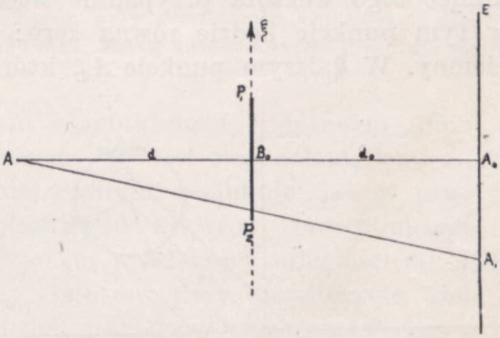
Rys. 236

cyjnego (zwiększa jedynie jego jasność), o ile tylko szerokość tej szczeliny nie przekracza wartości, wyznaczonej przez warunki doświadczenia (p. ust. 3).

5. UGIĘCIE NA KRAWĘDZIACH BARDZO WĄSKIEJ PRZESŁONY (PRĘT-DRUT)

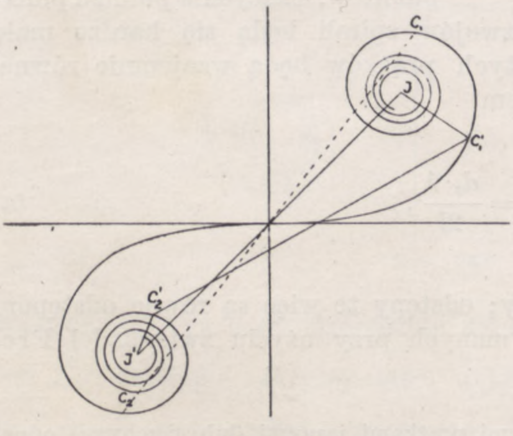
Niech teraz krawędziami uginającymi będą krawędzie wąskiej wydłużonej przesłony P_1P_2, np. pręta lub drutu (rys. 237). Zaburzenia w punktach $A_0, A_1 \ldots$ płaszczyzny obserwacji E będą wzbudzane przez całą powierzchnię fali z wyjątkiem tej jej części, która jest zakryta przez przesłonę P_1P_2. Szerokość tej części zakrytej jest dla wszystkich punktów płaszczyzny E jednakowa, wobec czego na spirali Cornu długość łuku, odpowiadająca nieczynnym elementom powierzchni falowej, będzie miała wartość stałą w; ze zmianą odległości punktu obserwowanego od punktu osi A_0 zmieniać się będzie jedynie położenie krańcowych punktów tego łuku na spirali.

W osiowym punkcie A_0 nieczynne części pasa równikowego dodatnie i ujemne (względem osi $B_0\xi$) części powierzchni falowej mają długości jednakowe; amplitudę zaburzeń odtwarza wtedy wektor, (rys. 238) równy różnicy geometrycznej wektora $\overrightarrow{JJ'}$ wyrażającego amplitudę zaburzeń, wzbudzonych przez całą falę, i wektora C_1C_2, wyrażającego amplitudę zaburzeń, nie dochodzących do punktu A_0 na skutek umieszczenia przesłony. W punkcie A_1, leżącym na rysunku poniżej punktu A_0 (w kierunku ujemnej osi $B_0\xi$), nieczynna część dodatnia pasa równikowego ma długość większą od ujemnej części nieczynnej; amplitudę zaburzeń w tym punkcie otrzymamy, odejmując geometrycznie od $\overrightarrow{J'J}$ wektor $\overrightarrow{C_1'C_2'}$, łączący punkty C_1' i C_2' krzywej, leżące w odległości (mierzonej wzdłuż krzywej) w jeden od drugiego.



Rys. 237

Załóżmy, że łuk w ma wartość dostatecznie wielką, aby krańcowe punkty odcinka prostej C_1OC_2 leżały w punkcie A_0 na wewnętrznych zwojach spirali, niewiele, jak wiemy, różniących się od kół (rys. 239). Z punktu C_1 wykreślmy wektor $\overrightarrow{C_1D}$ równy i równoległy do wektora $\overrightarrow{J'J}$. Punkt D leży, oczywiście, na tym samym kole, co punkt C_2, symetryczny do C_1 względem O. Wektor $\overrightarrow{C_2D}$ jest wtedy szukaną amplitudą w punkcie A_0. Amplituda ta, ze względu na symetryczne położenie punktów C_1 i C_2 względem O jest zawsze równa 2ϱ, gdzie ϱ — promień danego zwoju. W punkcie A_0 oświetlenie jest zawsze możliwie w danych warunkach największe.

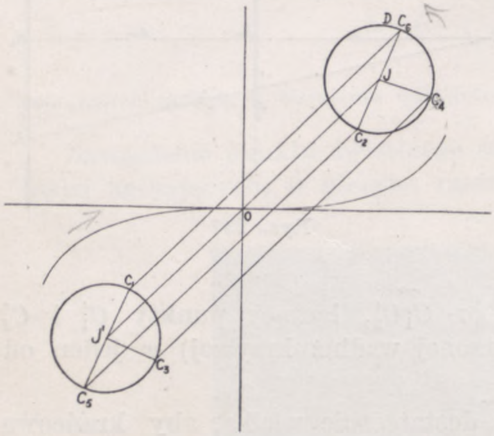


Rys. 238

Wybierzmy teraz taki punkt A_1 płaszczyzny E, aby odpowiadające mu końce łuku w przesunęły się do punktów C_3 i C_4, odległych o ćwierć

obwodu koła od punktów C_1 i C_2 (przesunięcia zachodzą, rzecz prosta, w kierunkach przeciwnych: długość łuku dodatniego wzrasta, długość łuku ujemnego o tyleż maleje).

Wykreślmy, jak poprzednio, z punktu C_3 wektor równy wektorowi $\overrightarrow{J'J}$; koniec tego wektora przypadnie wtedy w punkcie C_4, amplituda więc w tym punkcie będzie równa zeru: w punkcie A_1 otrzymamy prążek ciemny. W dalszym punkcie A_2, któremu odpowiadają punkty C_5 i C_6, oddalone od C_1 i C_2 o połowę obwodu koła, analogiczna konstrukcja da nam na wartości amplitudy średnicę zwoju 2ϱ; w punkcie tym będzie się przeto znajdował prążek jasny. Tym sposobem po obu stronach jasnego prążka środkowego, leżącego w cieniu geometrycznym, będą leżały prążki ciemne i jasne; odstępom tych prążków w płaszczyznie obserwacji będą odpowiadały przesunięcia końcowych punktów łuku o ćwierć, połowę itd. obwodu danego koła. Dla punktów, leżących w pobliżu punktu A_0, promienie odpowiednich zwojów spirali będą się bardzo mało różniły, wobec czego i odstępy tych prążków będą wzajemnie równe. Odstępy te będą wyrażone wzorem



Rys. 239

$$p = \frac{d_0 \cdot \lambda}{2l}, \tag{a}$$

gdzie $2l$ jest szerokością przesłony; odstępy te więc są równe odstępom prążków interferencyjnych otrzymanych przy użyciu zwierciadeł Fresnela (p. rozdz. VII wz. 8a).

Odstępowi między dwoma kolejnymi prążkami jasnymi (lub ciemnymi) odpowiada przesunięcie się każdego z punktów krańcowych łuku w o połowę długości obwodu zwoju, gdy więc v zmienia się o $\pi\varrho$. Mamy zatem

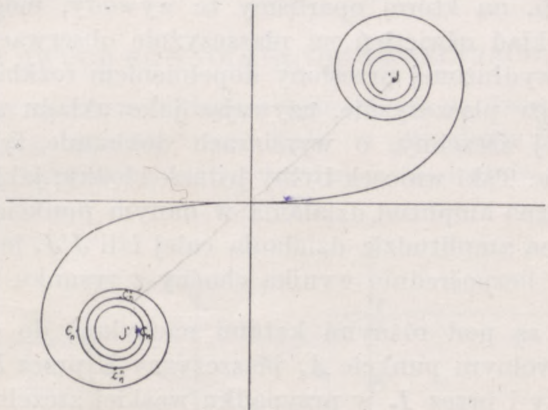
$$\Delta v = \pi\varrho = \pi \cdot \frac{1}{\pi \frac{w}{2}} = \frac{2}{w};$$

tej zmianie v odpowiada zmiana odległości od A_0 równa (p. wzór d, ust. 4)

$$p=\sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\cdot\frac{2}{w}=\sqrt{\frac{d_0(d+d_0)\lambda}{2d}}\cdot\frac{2}{2l\sqrt{\frac{2(d+d_0)}{d\cdot d_0\cdot\lambda}}}=\frac{d_0\cdot\lambda}{2l}.$$

Niech d_0 będzie równe 1000 mm, $2l=2$ mm, przy oświetleniu światłem o długości fali 0,5 μ, odstęp prążków wynosi 0,25 mm. Jeżeli źródło światła znajduje się w odległości 1 m od przesłony, $w \approx 5{,}6$.

Poza tym obszarem sąsiadującym z punktem A_0 i leżącym mniej więcej w granicach cienia geometrycznego po obu stronach A_0 leży obszar poprzerzynany prążkami rozmieszczonymi podobnie jak w przypadku nieograniczonej przesłony płaskiej o krawędzi prostoliniowej. Podobieństwo to jest tym wyraźniejsze, im w większej odległości od A_0 leży obserwowany obszar płaszczyzny. Istotnie przy dostatecznie wielkiej odległości danego punktu od A_0 jeden z krańcowych punktów łuku w (w myśl założenia dość długiego) będzie bardzo bliski punktu asymptotycznego J', drugi zaś będzie leżał w punkcie C_n' jednego ze zwojów



Rys. 240

wewnętrznych (rys. 240). Amplituda działań całej fali wyraża się wektorem $\overrightarrow{J'J}$, działanie zakrytej części wektorem $\overrightarrow{C_n'J}$, wobec czego amplituda czynnej powierzchni — wektorem $\overrightarrow{J'C_n'}$. Gdy C_n' przejdzie do położenia c_n'', w punkcie badanym oświetlenie będzie miało wartość możliwie najmniejszą, gdy przejdzie do C_n'' — możliwie największą. Odstępy zatem między prążkami będą takie, jak w przypadku przesłony nieograniczonej; podobnie też, jak w tamtym przypadku, różnice oświetleń prążków jaśniejszych i ciemniejszych będą stopniowo malały. Ostatecznie zatem otrzymamy obraz, odtworzony na rys. 155 (str. 195).

W środkowej części ekranu (mniej więcej w granicach cienia geometrycznego) prążki są rozmieszczone tak, jak przy interferencji promieni, wychodzących z dwóch wzajemnie związanych źródeł, umieszczonych w odległości $2l$ jedno od drugiego. Jeżeli jedno z tych źródeł usuniemy przystawiając np. do jednego z boków pręta długą i szeroką nieprzezroczystą przesłonę, prążki w obrębie cienia geometrycznego znikają, pozostają jedynie o wiele mniej wyraźne i nierównomiernie rozłożone prążki w obszarze, leżącym poza cieniem, mamy wtedy bowiem do czynienia z uginaniem na krawędzi nieograniczonej płaskiej przesłony. Dlatego też często nazywa się prążki obszaru środkowego prążkami interferencyjnymi w odróżnieniu od prążków dyfrakcyjnych, leżących poza tym obszarem.

Ze zmniejszaniem się w odstęp między prążkami interferencyjnymi wzrasta; przy w bardzo małym płaszczyzna obserwacji staje się mniej więcej równomiernie oświetlona. Ze wzrostem w odstęp między prążkami maleje; prążki stają się coraz bardziej zagęszczone i wreszcie środkowa część ekranu staje się całkowicie ciemna.

Z konstrukcji, na której oparliśmy te wywody, mogłoby na pozór wynikać, że rozkład oświetleń na płaszczyźnie obserwacji jest w przypadku wąskiej wydłużonej przesłony dopełnieniem rozkładu, jaki byśmy otrzymali na tejże płaszczyźnie, używając jako układu uginającego wąskiej wydłużonej szczeliny, o wymiarach dokładnie tych samych, co badana przesłona. Taki wniosek byłby jednak błędny, jakkolwiek bowiem suma geometryczna amplitud działania w danym punkcie płaszczyzny E jest zawsze równa amplitudzie działania całej fali $J'J$, fazy tych działań są różne, jak to bezpośrednio wynika choćby z rysunku 239, gdzie wektory $\overrightarrow{J'J}$ i $\overrightarrow{C_1C_2}$ są pod różnymi kątami nachylone do osi. Oznaczając natężenie w dowolnym punkcie A_1 płaszczyzny E przez I_1 w przypadku wąskiej przesłony i przez I_2 w przypadku wąskiej szczeliny oraz przez φ różnicę fazy amplitud działań, znajdujemy, że natężenie w tym punkcie po usunięciu wszelkich przesłon wynosi

$$I_0 = I_1 + I_2 + 2\cos\varphi \sqrt{I_1 \cdot I_2},$$

skąd wynika, że I_1 nie jest równe $I_0 - I_2$.

Podobnie rzecz się ma w przypadku otworu kołowego i kołowej przesłony, dopełniających się geometrycznie.

Jeżeli jednak tak zmienimy warunki doświadczenia, aby dany punkt płaszczyzny obserwacji był oświetlony jedynie wtedy, gdy powierzchnię falową ograniczamy badanymi przesłonami, a więc innymi słowy, jeżeli po usunięciu przesłon dany punkt jest zupełnie nieoświetlony, powyższe twierdzenie przestaje obowiązywać, taki bowiem przypadek za-

chodzić może jedynie wtedy, gdy wypadkowe zaburzenia w obserwowanym punkcie płaszczyzny E mają, przy kolejnym użyciu dwóch wzajemnie dopełniających się geometrycznie przesłon, amplitudy jednakowe i fazy przeciwne, gdyż tylko przy dopełnieniu tego warunku amplituda zaburzenia, dochodzącego po usunięciu obu przesłon

$$a_0^2 = 2a^2 + 2a^2 \cos\varphi = 2a^2(1+\cos\varphi)$$

może być dla $\varphi = \pi$ równa zeru. Wtedy jednak

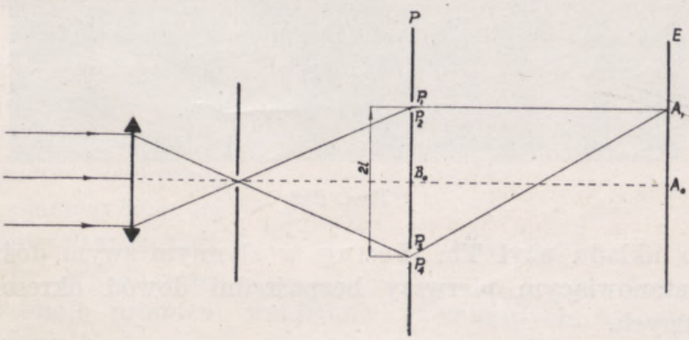
$$I_1 = a^2 = I_2 = (-a)^2$$

(twierdzenie Babineta). (P. niżej, str. 327).

W rozpatrywanych przez nas dotychczas przypadkach uginania się światła, stanowiących grupę tzw. zjawisk Fresnela, ten warunek nigdy, jak wiemy, nie jest spełniony. Po usunięciu przesłon wszystkie punkty płaszczyzny E, w których obserwujemy zjawiska dyfrakcyjne, są oświetlone. W zjawiskach więc Fresnela układy dopełniające się geometrycznie, ani nie dają dopełniających się oświetleń, ani też jednakowego ich rozkładu.

6. UGINANIE W DWÓCH RÓWNOLEGŁYCH SZCZELINACH. PRĄŻKI YOUNGA

Przypuśćmy teraz, że układem uginającym są dwie wydłużone szczeliny P_1P_2 i P_3P_4, wycięte równolegle w przesłonie P (rys. 241). Gdy szczeliny te są bardzo wąskie (w bardzo małe) i umieszczone bardzo bli-



Rys. 241

sko (P_2P_3 bardzo małe), środkowe części ich obszarów dyfrakcyjnych, oświetlone, jak wiemy, prawie jednostajnie, mogą częściowo wzajemnie na siebie zachodzić.

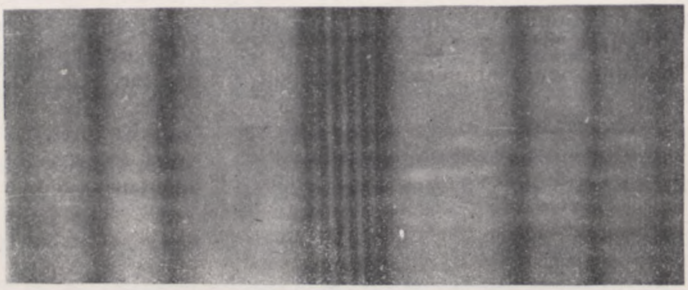
W punkcie A_1, leżącym w tym wspólnym obszarze blisko punktu A_0, amplituda wypadkowa jest odcinkiem linii prostej o długości w, leżącym na osi OX, a więc otrzymanym przez sumowanie arytmetyczne amplitud zaburzeń, wysyłanych przez poszczególne elementy szczeliny. Faza

zatem zaburzenia wypadkowego w punkcie A_1 jest równa fazie zaburzenia, wysyłanego przez którykolwiek element szczeliny. Różnica przeto między fazą zaburzenia, wysyłanego przez szczelinę P_1P_2 i fazą zaburzenia, wysyłanego przez P_3P_4, jest w punkcie A_1 wyznaczona przez różnicę dróg optycznych promieni P_2A_1 i P_3A_1 (odległości szczelin od źródła światła są jednakowe). Mamy przeto do czynienia z tym samym przypadkiem, co w zwierciadłach Fresnela. W obszarze wspólnym powstają prążki ciemne i jasne; rozmieszczone w jednakowych odstępach wzajemnych, równych (p. wzór 8a, rozdz. VII)

$$p = \frac{d_0 \cdot \lambda}{2l},$$

gdzie $2l$ oznacza odstęp szczelin.

Poza tymi prążkami, powstającymi na skutek interferencji promieni, wychodzących ze szczeliny P_1P_2, z promieniami, wychodzącymi ze szczeliny P_3P_4, tworzy się w znaczniejszej odległości od A_0, w głębi cienia geometrycznego każdej ze szczelin układ prążków dyfrakcyjnych, mniej wyraźny od prążków interferencyjnych takich, o jakich była mowa w ust. 4. Otrzymujemy przeto obszar, odtworzony na rys. 242.



Rys. 242

Takiego układu użył Th. Young w słynnym swym doświadczeniu z 1802 r., stanowiącym pierwszy bezpośredni dowód okresowości zjawisk świetlnych.

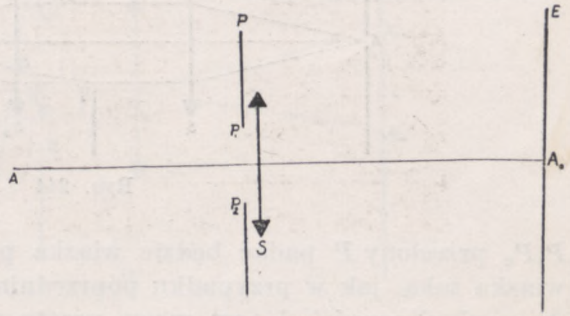
Gdy szczeliny są bardzo szerokie w porównaniu z ich wzajemną odległością, obraz dyfrakcyjny składa się z trzech części: środkowej, odpowiadającej przypadkowi wąskiej wydłużonej przesłony i z dwóch bocznych, symetrycznie rozmieszczonych względem środka obrazu i odpowiadających przypadkowi nieograniczonej płaskiej przesłony (w dla każdej szczeliny ma wtedy wartość bardzo wielką).

Najbardziej złożony przypadek zachodzi wtedy, gdy szczeliny nie są ani bardzo wąskie, ani bardzo szerokie; tego przypadku rozpatrywać nie będziemy.

7. OBRAZ DYFRAKCYJNY W PŁASZCZYŹNIE SPRZĘŻONEJ ZE ŹRÓDŁEM ŚWIATŁA. OTWORY LUB PRZESŁONY KOŁOWE

W rozważanych wyżej przypadkach uginania się światła położenie płaszczyzny obserwacji E nie było poddane żadnym ograniczeniom. Odsuwanie jej lub zbliżanie do układu uginającego wpływa jedynie na zwiększanie lub zmniejszanie odstępów między prążkami. Inaczej jest jednak, gdy promienie, wychodzące z punktu świecącego A, są przed dojściem do płaszczyzny obserwacji skupione przez soczewkę zbierającą S. Wtedy po usunięciu przesłon uginających światło nie dochodzi już tak, jak poprzednio, do wszystkich punktów płaszczyzny obserwacji, lecz jest skupione na części jedynie tej płaszczyzny, tym mniejszej, im mniejsza jest jej odległość od płaszczyzny obrazu punktu A, wytworzonego przez układ zbierający S. Gdy E staje się płaszczyzną sprzężoną z płaszczyzną, przechodzącą w przestrzeni przedmiotu soczewki S przez punkt świecący A, z całej płaszczyzny E oświetlony jest (po usunięciu przesłon uginających) jedynie punkt A_0, obraz geometryczny punktu A (oczywiście w założeniu, że układ S jest układem stygmatycznym) (rys. 243).

Jeżeli punkt świecący A znajduje się w nieskończoności (lub co na jedno wychodzi, w ognisku kolimatora, umieszczonego przed przesłoną), płaszczyzna obserwacji E jest płaszczyzną ogniskową układu zbierającego (rys. 244). W poszczególnych punktach A_1 tej płaszczyzny interferować mogą jedynie promienie wzajemnie równoległe (np. P_1C_1 i P_2C_2), tylko takie bowiem promienie będą przez układ S w płaszczyźnie tej skupiane. Obraz dyfrakcyjny będzie przeto wyznaczony przez interferencję promieni wzajemnie równoległych, uginanych w otworze przesłony pod różnymi kątami i skupianych przez układ zbierający w odpowiednich punktach płaszczyzny ogniskowej.



Rys. 243

Taki sam obraz dyfrakcyjny otrzymamy i bez soczewki, gdy oko nieuzbrojone nastawimy nie na płaszczyznę E jak w przypadku zjawisk Fresnela, lecz na punkt świecący, a więc w danym przypadku na nieskończoność. Obraz dyfrakcyjny tworzyć się będzie na siatkówce.

W ten sam zupełnie sposób można rozpatrywać przebieg zjawiska, gdy punkt świecący A znajduje się w skończonej odległości od soczewki S, gdy przeto odległość płaszczyzny obserwacji E od płaszczyzny głównej

przestrzeni obrazu soczewki S, którą dla uproszczenia przyjmujemy za nieskończenie cienką, związana jest z odległością punktu świecącego A od płaszczyzny głównej przestrzeni przedmiotu soczewki S wzorem

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{\mathcal{F}}.$$

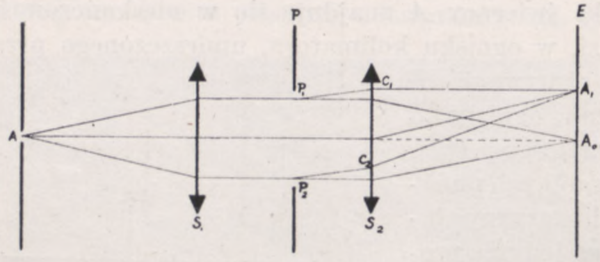
Istotnie, soczewkę S możemy zawsze zastąpić przez dwie soczewki S_1 i S_2 (rys. 244) tak dobrane, aby odległość

$$AA_0=s+s'$$

była równa

$$AA_0=\mathcal{F}_1+\mathcal{F}_2-\Delta,$$

gdzie $\mathcal{F}_1$ i $\mathcal{F}_2$ są ogniskowymi soczewek S_1 i S_2, Δ — ich odległością wzajemną. Gdy umieścimy soczewki w ten sposób, że punkt A znajdzie się w odległości $\mathcal{F}_1$ od S_1, punkt A_0 — w odległości $\mathcal{F}_2$ od S_2, na otwór



Rys. 244

P_1P_2 przesłony P padać będzie wiązka promieni równoległych, a więc wiązka taka, jak w przypadku poprzednim, gdy punkt A był odsunięty do nieskończoności. I tym razem przeto w każdym z punktów A_1 płaszczyzny obserwacji E interferować będą promienie, ugięte w otworze przesłony pod tym samym kątem.

Należy jednak zaznaczyć, że wtedy przez otwór przesłony przechodzi na ogół więcej promieni, niż przy użyciu jednego układu łamiącego S, umieszczonego między przesłoną i płaszczyzną obserwacji.

Tego rodzaju zjawiska dyfrakcji noszą nazwę zjawisk Fraunhofera, Fraunhofer bowiem pierwszy poddał je gruntownemu zbadaniu (1822 r.).

W ważnym dla teorii narzędzi optycznych przypadku otworów kołowych obraz dyfrakcyjny punktu świecącego A tworzy pierścienie kołowe, na przemian jasne i ciemne, mające swój środek (zawsze jasny)

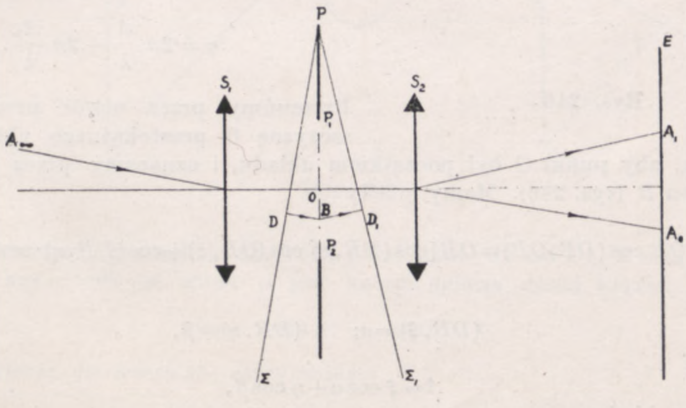
w obrazie geometrycznym A_0 punktu świecącego. Promień pierwszego pierścienia (tym samym promienia środkowej plamy jasnej) wynosi

$$r_1 = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda \mathcal{F}}{D}, \tag{7}$$

gdzie $\mathcal{F}$ oznacza ogniskową obrazu układu zbierającego, D — średnicę otworu przesłony. Promienie pierścieni następnych można wyznaczyć z przybliżonego wzoru

$$r_m = \frac{4m+1}{4} \cdot \frac{\lambda \mathcal{F}}{D}. \tag{7a}$$

Oświetlenie kolejnych pierścieni jasnych szybko maleje: oświetlenie pierwszego pierścienia (zawartego między pierwszym i drugim pierścieniem ciemnym) jest mniej więcej 60 razy, oświetlenie drugiego 250 razy słabsze od oświetlenia środkowej plamy białej. Tym samym już w nieco tylko większej odległości od obrazu geometrycznego pierścienie stają



Rys. 245

się niedostrzegalne; kąt zatem ugięcia, jaki wiązka promieni, skupionych przez układ zbierający w danym punkcie obrazu dyfrakcyjnego, tworzy z normalną do płaszczyzny otworu przesłony, równy

$$\mu \approx \frac{r_m}{\mathcal{F}} = \frac{4m+1}{4} \cdot \frac{\lambda}{D},$$

jest zazwyczaj niewielki.

Niech P_1P_2 będzie otworem przesłony P, A_0 — obrazem geometrycznym nieskończenie odległego punktu A_∞, A_1 — punktem jego obrazu dyfrakcyjnego, utworzonym przez jedną z wiązek promieni ugiętych (rys. 245). Drogi optyczne zaburzeń,

interferujących w punkcie A_1 i wysyłanych przez poszczególne punkty otworu P_1P_2, które, zgodnie z założeniem Huygensa—Fresnela, uważamy za punkty świecące, mają, poczynając od płaszczyzny $\sum_1$, prostopadłej do kierunku ugięcia, wartości jednakowe (por. ustęp 4, rozdz. VII), wobec tego różnice faz tych zaburzeń w punkcie A_1 są równe różnicom, z jakimi zaburzenia te dochodzą do punktów płaszczyzny $\sum_1$. Do punktu B otworu zaburzenia, wysyłane przez punkt świecący A dochodzą, w porównaniu do środkowego punktu O, z opóźnieniem fazy równym

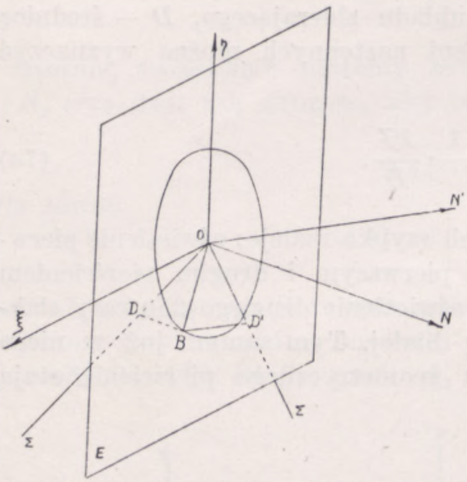
$$2\pi\frac{DB}{\lambda}=2\pi\frac{\Delta}{\lambda},$$

przechodząc wszakże wzdłuż promienia ugiętego drogę o BD_1 dłuższą, opóźniają fazę zaburzeń, wychodzących z O o

$$2\pi\frac{D_1B}{\lambda}=2\pi\frac{\Delta_1}{\lambda}.$$

Całkowita zatem różnica faz zaburzeń, wysyłanych w kierunku punktu A_1 przez punkty B i O wynosi

$$\varphi=2\pi\frac{\Delta}{\lambda}+2\pi\frac{\Delta_1}{\lambda}.$$



Rys. 246

Przesuńmy przez otwór przesłony płaszczyznę O prostokątnego układu współrzędnych tak, aby punkt O był początkiem układu, i oznaczmy przez ξ,η współrzędne punktu B (rys. 246). Mamy wtedy

$$DB=\Delta=OB\cos(DB,OB)=OB[\cos(DB,\xi)\cos(OB,\xi)+\cos(DB,\eta)\cdot\cos(OB,\eta)],$$

skąd kładąc

$$(DB,\xi)=\alpha;\qquad (DB,\eta)=\beta,$$

otrzymujemy

$$\Delta=\xi\cos\alpha+\eta\cos\beta,$$

i analogicznie, kładąc

$$(D_1B,\xi)=\alpha',$$

$$(D_1B,\mu)=\beta'$$

$$\Delta'=(\xi\cos\alpha'+\eta\cos\beta').$$

Ostatecznie więc

$$\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}[\xi(\cos\alpha-\cos\alpha')+\eta(\cos\beta-\cos\beta')]. \tag{a}$$

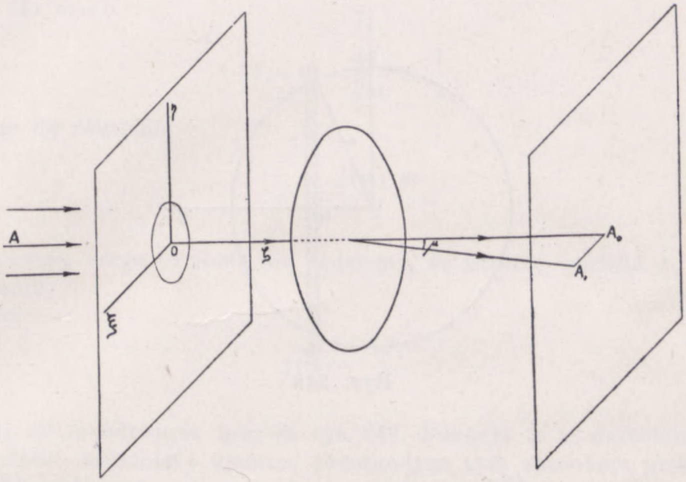
Zaburzenie zatem wysyłane przez element $dS=d\xi d\eta$ otworu jest w punkcie A_1 obrazu dyfrakcyjnego wyznaczone wzorem

$$d^2y=C\cdot\sin 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{\xi(\cos\alpha-\cos\alpha')+\eta(\cos\beta-\cos\beta')}{\lambda}\right]d\xi\cdot d\eta \tag{b}$$

Przyjmijmy dla uproszczenia, że promienie padają prostopadle do płaszczyzny otworu mającego w rozpatrywanym obecnie przypadku kształt koła: mamy wtedy

$$\cos\alpha = \cos\beta = 0.$$

Osią symetrii obrazu dyfrakcyjnego jest wtedy oś $O\zeta$, wyznaczająca kierunek promieni padających. Wystarczy więc wyznaczyć rozkład oświetlenia na dowolnej prostej, leżącej w płaszczyźnie ogniskowej i przechodzącej przez punkt A_0, aby przez obrót dookoła osi $O\zeta$ otrzymać całkowity obraz dyfrakcyjny punktu A. Niech tą prostą będzie prosta A_0A_1, równoległa do osi $O\xi$ (rys. 247). Promienie



Rys. 247

ugięte, interferujące w punkcie A_1, będą prostopadłe do osi $O\eta$, z osią zaś $O\xi$ tworzyć będą kąt $\alpha' = 90 - \mu$, gdzie μ jest kątem ugięcia danej wiązki. Mamy zatem

$$\cos\alpha' = \sin\mu; \qquad \cos\beta' = 0.$$

Po podstawieniu do wzoru (b) otrzymujemy

$$d^2y = C\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \xi\,\frac{\sin\mu}{\lambda}\right) d\xi d\eta = C\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\,\sin\mu\right) d\xi d\eta.$$

Wytnijmy w płaszczyźnie otworu pas prostokątny H_1H_2 o szerokości $d\xi$ (rys. 248).

Połowa jego wysokości

$$H_0H_1 = \sqrt{R^2 - \xi^2},$$

wypadkowa zatem zaburzeń, wysyłanych przez ten pas i ugiętych pod kątem μ, będzie równa

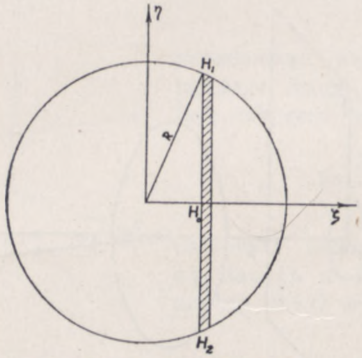
$$dy = C\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\,\sin\mu\right) d\xi \int\limits_{-\sqrt{R^2-\xi^2}}^{+\sqrt{R^2-\xi^2}} d\eta = 2C\sqrt{R^2-\xi^2}\cdot\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\,\sin\mu\right) d\xi =$$

$$= 2C\sqrt{R^2-\xi^2}\,\sin\omega t\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\,\sin\mu\right) d\xi + 2C\sqrt{R^2-\xi^2}\,\cos\omega t\,\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\,\sin\mu\right) d\xi$$

Wypadkowa zaś zaburzeń, wysyłanych w kierunku μ przez wszystkie elementy powierzchni otworu, wyrazi się wzorem,

$$y = 2C\sin\omega t\int_{-R}^{+R}\sqrt{R^2-\xi^2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi +$$

$$+ 2C\cos\omega t\int_{-R}^{+R}\sqrt{R^2-\xi^2}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi = M\sin\omega t + N\cos\omega t,$$



Rys. 248

gdzie

$$M = 2C\int_{-R}^{+R}\sqrt{R^2-\xi^2}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi \quad \text{i} \quad N = 2C\int_{-R}^{+R}\sqrt{R^2-\xi^2}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi,$$

N jest równe zeru, wielkości bowiem

$$\sqrt{R^2-\xi^2}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right),$$

odpowiadające wartościom $+\xi$ i $-\xi$, a więc elementom powierzchni symetrycznym względem $O\eta$, mają równe wartości bezwzględne i znaki przeciwne, suma ich przeto jest zerem. Ostatecznie zatem otrzymujemy

$$y = 2C\int_{-R}^{+R}\sqrt{R^2-\xi^2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi\cdot\sin\omega t = M\sin\omega t.$$

Kładąc

$$\xi = R\cdot\omega, \quad d\xi = R\cdot d\omega; \quad \frac{2\pi}{\lambda}\sin\mu = \frac{m}{R},$$

mamy

$$M = 4C\int_{0}^{R}\sqrt{R^2-\xi^2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\xi\sin\mu\right)d\xi = 4CR^2\int_{0}^{1}\sqrt{1-\omega^2}\cdot\cos m\omega\cdot d\omega. \qquad (8)$$

Całkę

$$\frac{M}{C\pi R^2} = \frac{4}{\pi} \int_0^1 \sqrt{1-\omega^2} \cdot \cos m\omega \cdot d\omega = f(m) \tag{c}$$

można wyrazić przy pomocy tzw. funkcji Bessela pierwszego rodzaju.

Funkcje te są całkami szczególnymi równania różniczkowego

$$\frac{d^2 J_1}{dm^2} + \frac{1}{m} \frac{dJ_1}{dm} + \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) J_1 = 0,$$

przy czym dla $m = 0$

$$J_1 = 0; \quad \frac{dJ_1}{dm} = \frac{1}{2}. \tag{d}$$

Podstawiając do równania

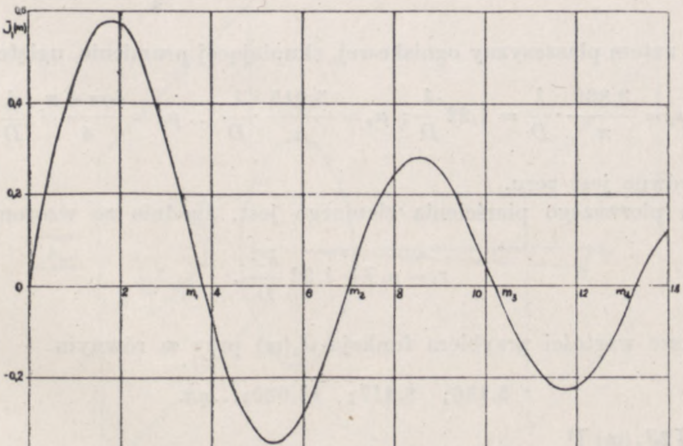
$$J_1 = \frac{f(m) \cdot m}{2}, \tag{e}$$

można sprawdzić, czego tu robić nie będziemy, że istotnie wartość J_1 czyni zadość temu równaniu.

Mamy zatem

$$f(m) = \frac{2J_1}{m}.$$

Zależność J_1 od m odtwarza krzywa rys. 249. Funkcja ta ze wzrostem m przybiera kolejno wartości dodatnie i ujemne, przechodząc tym sposobem przez szereg ma-



Rys. 249

ksimów i minimów. Dla znacznych wartości m jest ona prawie dokładnie równa

$$J_1(m) = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot m}} \cdot \sin\left(m - \frac{\pi}{4}\right).$$

Posiłkując się tablicami wartości tej funkcji, można znaleźć wartości $f(m)$ dla różnych znaczeń m i tym samym wyznaczyć oświetlenie w punktach A_1 interferencji promieni ugiętych, oświetlenie to bowiem jest proporcjonalne do

$$[f(m)]^2 = \left(\frac{2J_1}{m}\right)^2,$$

a

$$\sin\mu = \frac{m}{\pi}\cdot\frac{\lambda}{2R} = \frac{m}{\pi}\cdot\frac{\lambda}{D}.$$

lub z uwagi, że, jakeśmy wyżej o tym mówili, kąt ugięcia jest bardzo mały,

$$\mu \approx \sin\mu = \frac{m}{\pi}\cdot\frac{\lambda}{D} \quad \text{(Airy, 1834 r.).} \tag{f}$$

Dla $m=0$, a więc i $\mu=0$

$$\lim_{m\to 0}\frac{J_1(m)}{m} = \frac{1}{2},$$

(p. wzór d), wobec czego oświetlenie plamy środkowej, otaczającej obraz geometryczny punktu A_0 wynosi

$$M^2 = [\pi R^2 C]^2 [f(m)]^2 = (\pi R^2 C)^2 \left[\frac{2J_1(m)}{m}\right]^2 = (\pi R^2 C)^2. \tag{g}$$

Funkcja $J_1(m)$ ma wartość zero przy m równym

$$3{,}832;\quad 7{,}015;\quad 10{,}173\ldots\ldots q\pi + \frac{\pi}{4}.$$

W punktach zatem płaszczyzny ogniskowej, skupiającej promienie, ugięte pod kątami

$$\mu_1 = \frac{3{,}832}{\pi}\cdot\frac{\lambda}{D} = 1{,}22\frac{\lambda}{D};\quad \mu_2 = \frac{7{,}015}{\pi}\cdot\frac{\lambda}{D}\ldots\ \mu_q = \frac{4q\pi+\pi}{4}\cdot\frac{\lambda}{D},$$

oświetlenie równe jest zeru.

Promień pierwszego pierścienia ciemnego jest, zgodnie ze wzorem (7), równy

$$r_1 = \mu_1\mathcal{F} = 1{,}22\frac{\lambda\mathcal{F}}{D}.$$

Największe wartości przybiera funkcja $J_1(m)$ przy m równym

$$5{,}136;\quad 8{,}417;\quad 11{,}620;\ldots q\pi.$$

Wtedy na $\left[\frac{2J_1(m)}{m}\right]^2$ (p. wzór g) otrzymujemy

$$0{,}0175;\quad 0{,}0041;\quad 0{,}0016$$

oświetlenia plamy jasnej. Oświetlenie więc pierścieni szybko maleje.

Ponieważ środkiem obrazu dyfrakcyjnego jest zawsze obraz geometryczny A_0, którego położenie w płaszczyznie ogniskowej nie zmienia

się przy przesuwaniu otworu w płaszczyznie przepony, dwa jednakowe otwory kołowe, oświetlone przez ten sam punkt świecący $A\infty$, dają takie same i tak samo rozmieszczone obrazy dyfrakcyjne. W każdym przeto punkcie A_1 tych wzajemnie pokrywających się obrazów spotykać się będą zaburzenia, wysyłane przez oba otwory. Zaburzenia te będą miały amplitudy jednakowe, fazy jednak różne. Wobec tego oświetlenie danego punktu wyniesie

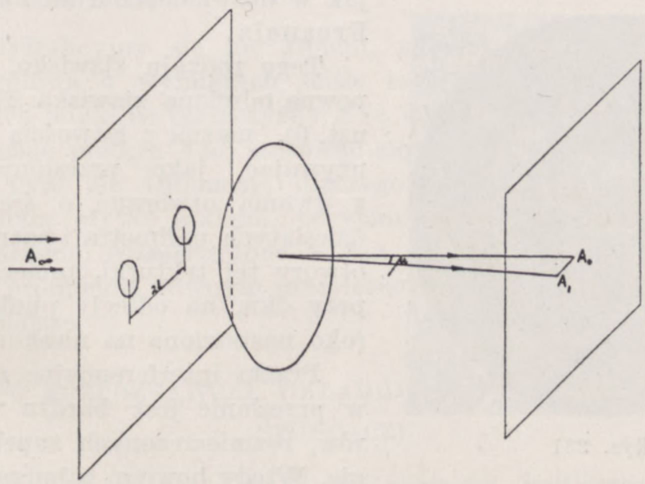
$$I = 2I_1(1+\cos\varphi) = 4I_1 \cos^2\frac{\varphi}{2},$$

gdzie φ jest równe różnicy faz zaburzeń, wysyłanych przez odpowiadające sobie geometrycznie elementy powierzchni każdego z otworów, w danym przeto przypadku równe różnicy faz zaburzeń, wysyłanych przez środkowe elementy otworów.

We wszystkich więc punktach płaszczyzny ogniskowej, w których skupiać się będą promienie, ugięte pod takim kątem μ, że

$$\frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{\Delta}{\lambda} = \pi \cdot \frac{2l}{\lambda} \sin\mu$$

(rys. 250) równe jest $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3}{2}\pi, \ldots$, natężenie wypadkowe będzie równe



Rys. 250

zeru. Przyjmując, jak poprzednio, że kąty ugięcia są dostatecznie małe, aby

$$\sin\mu \approx \mu,$$

znajdujemy

$$\frac{\pi}{2} = \pi \cdot \frac{2l}{\lambda} \mu = \pi \cdot \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\mathcal{F}},$$

skąd

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\mathcal{F}}{2l}$$

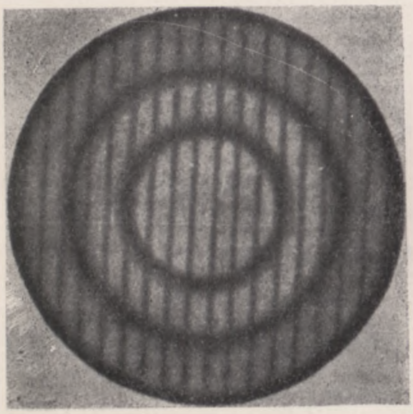
i podobnie

$$\varepsilon_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda \mathcal{F}}{2l}; \quad \varepsilon_3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{\lambda \mathcal{F}}{2l}.$$

Miejscem geometrycznym punktów nieoświetlonych będą proste prostopadłe do linii, łączącej otwory, i rozmieszczone w odstępach równych

$$p = \frac{\lambda \mathcal{F}}{2l}$$

(por. ust. 2 rozdz. VII). Obraz dyfrakcyjny punktu A będzie przeto poprzecinany przez prążki interferencyjne (rys. 251), rozmieszczone tak, jak w doświadczeniu ze zwierciadłami Fresnela.



Rys. 251

Tego rodzaju zjawisko, stanowiące pewną odmianę zjawiska Younga (p. ust. 6), można z łatwością odtworzyć, używając, jako przesłony, tekturki z dwoma otworami o średnicy paru dziesiątych milimetra i patrząc poprzez otwory tej tekturki, umieszczonej tuż przy oku, na odległy punkt świecący (oko nastawione na nieskończoność).

Prążki interferencyjne znikają, gdy w przesłonie jest bardzo wiele otworów, rozmieszczonych zupełnie dowolnie. Wtedy bowiem zaburzenie wypadkowe w danym punkcie A_1 płaszczyzny E wyrazi się wzorem

$$y = C \sum_{i=1}^{n} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \varphi_i\right) = C \sin \frac{2\pi t}{T} \sum_{i=1}^{n} \cos\varphi_i - C \cos \frac{2\pi t}{T} \sum_{i=1}^{n} \sin\varphi_i,$$

natężenie więc jego w tym punkcie wynosi (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, t. II, str. 48)

$$I = C^2[(\sum_{i=1}^{n} \cos\varphi_i)^2 + (\sum_{i=1}^{n} \sin\varphi_i)^2] = C^2[\cos^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_2 + \ldots + \cos^2\varphi_n +$$

$$+ 2\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 + \ldots + 2\cos\varphi_{n-1}\cos\varphi_n + \sin^2\varphi_1 + \ldots + \sin^2\varphi_n +$$

$$+ \ldots + \cdot 2\sin\varphi_{n-1}\sin\varphi_n] = nC^2 + 2C^2 \sum \cos(\varphi_i - \varphi_j).$$

Ponieważ otworów jest, w myśl założenia, bardzo dużo i są one rozmieszczone zupełnie bezładnie, różnice faz $\varphi_i - \varphi_j$ mają wszystkie możliwe znaczenia, wahające się w granicach od -1 do $+1$, tak, że

$$\sum \cos(\varphi_i - \varphi_j) = 0,$$

natężenie przeto równe jest

$$I = nC^2.$$

Rozkład oświetleń jest ten sam, co w przypadku otworu pojedynczego, oświetlenie jednak jasnych części obrazu jest n razy silniejsze (Verdet).

Tak jest wszakże tylko w świetle niejednorodnym i przy niewielkim powiększeniu obrazu dyfrakcyjnego. W świetle jednorodnym obraz dyfrakcyjny, rozpatrywany przez silnie powiększający okular, jest na ogół bardziej złożony, niż w przypadku otworu pojedynczego.

Obraz dyfrakcyjny się nie zmieni, gdy otwory kołowe zastąpimy przesłoną kołową o wymiarach ściśle takich samych. Wtedy bowiem do wszystkich punktów płaszczyzny E (z wyjątkiem punktu A_0 — obrazu geometrycznego punktu $A\infty$) stosować się będzie twierdzenie Babineta (p. ust. 5). Tym się tłumaczy, dlaczego patrząc na oddalone źródło światła poprzez płytkę szklaną, posypaną widłakiem (lycopodium), widzimy pierścienie, rozmieszczone w ten sam sposób, jak przy otworze kołowym o promieniu, równym przeciętnemu promieniowi ziaren, o wiele jednak jaśniejsze.

8. ZDOLNOŚĆ ROZPOZNAWCZA UKŁADÓW OPTYCZNYCH (PUNKTY ŚWIECĄCE)

W przyrządach optycznych wiązka promieni, wytwarzających obraz punktu świecącego jest zawsze ograniczona przesłoną o otworze kołowym, którym najczęściej jest obiektyw przyrządu. Wobec tego, nawet w przypadku całkowitego spełnienia warunków stygmatyzmu geometrycznego, obraz punktu świecącego nigdy nie jest punktem, lecz niewielką jasną tarczą, otoczoną paru pierścieniami, na przemian ciemnymi i jasnymi,

o szybko zresztą zanikającej widzialności. Ten właśnie obraz dyfrakcyjny wytworzony przez obiektyw, rozpatrujemy przez okular przyrządu, jako obraz danego punktu.

W lunecie obraz ten powstaje w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu, promień więc plamy jasnej wynosi (p. wzór 7)

$$r_1 = 1{,}22 \frac{\lambda \mathcal{F}}{D},$$

gdzie $\mathcal{F}$ — ogniskowa, D — średnica obiektywu.

W soczewce o średnicy $D = 5$ cm i $\mathcal{F} = 20$ cm, oświetlonej promieniami o długości fali $0{,}55\ \mu$, promień środkowej plamki jasnej wynosi

$$r_1 = 1{,}22 \cdot \frac{55 \cdot 10^{-6}}{5} \cdot 20 \approx 0{,}00027 \text{ cm} \approx 3\ \mu.$$

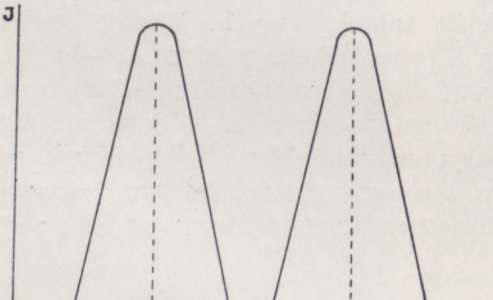
Możnaby przypuszczać, że dwa różne punkty świecące A_∞ i A'_∞ będziemy widzieli oddzielnie, gdy ich odległości kątowe będą równe

$$2\Theta = 2\frac{r_1}{\mathcal{F}} = 2 \cdot 1{,}22 \frac{\lambda}{D},$$

gdy więc ich obrazy geometryczne będą powstawały w odległościach

$$r = 2r_1 = 2 \cdot 1{,}22 \frac{\lambda \mathcal{F}}{D}$$

jeden od drugiego. Wtedy bowiem środkowe plamy obrazów dyfrakcyjnych nie będą się na siebie nakładały i rozkład oświetlenia w płaszczyźnie ogniskowej będzie mniej więcej taki, jak na schematycznym rysunku 252. Miejsca o oświetleniu największym będą oddzielone od siebie miejscami prawie zupełnie ciemnymi, gdyż oświetlenia dalszych pierścieni jasnych są, jak o tym wyżej już była mowa, bardzo małe w porównaniu z oświetleniem plamy środkowej.

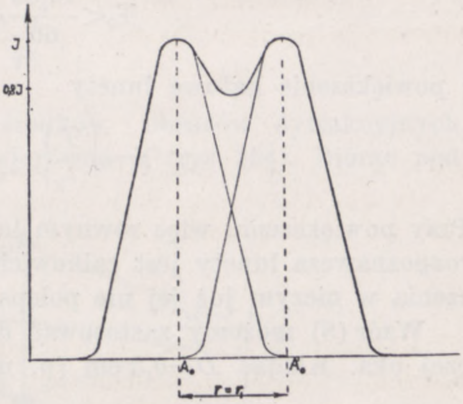


Rys. 252

Foucault jednak na podstawie obserwacji tzw. gwiazd podwójnych stwierdził, że odległość ta może być zmniejszona mniej więcej do połowy tak, aby odległość środków geometrycznych wynosiła

$$r = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \cdot \mathcal{F}. \qquad \text{(a)}$$

Rozkład oświetlenia w płaszczyźnie ogniskowej odtwarza wtedy krzywa rys. 253. Plamy środkowe częściowo się nakrywają; oświetlenie tej części wspólnej spada mniej więcej do 0,8 tej wartości, jaką ma w punktach A_0 i A_0'. Ten na pozór niewielki kontrast wystarcza, jak się okazuje, aby stwierdzić istnienie dwóch różnych obrazów. W praktyce mamy prawie zawsze do czynienia ze źródłami światła niejednorodnego: pierścienie są zabarwione, wobec czego przyjmuje się, dość zresztą dowolnie, że λ we wzorze (a) wyraża długość fali, na jaką oko jest najwrażliwsze, a więc około 0,55 μ. Na wartość kąta μ_1 wyrażającego tzw. zdolność rozpoznawczą przyrządu otrzymujemy



Rys. 253

$$\mu_1 = \frac{r}{\mathcal{F}} = 1{,}22\frac{\lambda}{D} = 1{,}22 \cdot \frac{0{,}55 \cdot 10^{-4}}{D} = \frac{0{,}000\,0671}{D}\,rad = \frac{13{,}89''}{D}. \qquad (8)$$

Foucault używając obiektywu o średnicy 33 cm mógł rozpoznać gwiazdy, których odległość kątowa, wyznaczona uprzednio przy użyciu obiektywów o rozwartości większej, wynosiła 0,4″ (gwiazda podwójna γ Andromedy). Podstawiając do wzoru (8), mamy

$$0{,}4'' \cdot 33 = 13{,}2'',$$

w niezłej zgodzie z wyżej przyjętymi założeniami.

Najmniejsza przeto odległość punktów A_0 i A_0' obrazów dyfrakcyjnych wynosi

$$r = \mu_1 \cdot \mathcal{F} = 13{,}89''\,\frac{\mathcal{F}}{D}.$$

Punkty te, leżące w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu, wtedy tylko będą widzialne oddzielnie, gdy wychodzące z nich do oka promienie środkowe (przechodzące przez punkty węzłowe układu ocznego) tworzyć będą kąt mniej więcej równy 1′ (p. ust. 3, rozdz. V), gdy więc ich odległość czynić będzie zadość nierówności

$$r = 13{,}89\,\frac{\mathcal{F}}{D} > 60\,\mathcal{F}_0,$$

gdzie $\mathcal{F}_0$ ogniskowa okularu (w założeniu, że punkt węzłowy układu ocznego leży w płaszczyźnie głównej okularu). A zatem

$$\mathcal{F}_0 < \frac{13,89}{60} \cdot \frac{\mathcal{F}}{D} = 0,23 \cdot \frac{\mathcal{F}}{D}$$

i powiększenie kątowe lunety

$$\mathcal{K} = \left|\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_0}\right| > \frac{1}{0,23} D \approx 4,3 D.$$

Przy powiększeniu więc równym lub nieco większym od 4,3 D zdolność rozpoznawcza lunety jest całkowicie wyzyskana. Dalszy wzrost powiększenia w niczym już jej nie polepszy.

Wzór (8) możemy zastosować do wyznaczenia zdolności rozpoznawczej oka. Kładąc D=0,3 cm (p. ust. 4, rozdz. VI), na μ_1 otrzymujemy

$$\mu_1 = \frac{13,89''}{0,3} = 46,3''.$$

Ziarnista budowa siatkówki ogranicza wszakże, jak wiemy, ostrość widzenia do 60″. Zjawiska dyfrakcji nie ograniczają przeto, jak się zdaje, zdolności rozpoznawczej oka.

W największym z dotychczasowych refraktorów — lunecie obserwatorium Yerkesa — obiektyw ma średnicę 102 cm, ogniskowa $\mathcal{F}$ równa jest 1900 cm. Dla tego zatem przyrządu

$$\mu_1 = \frac{13,89''}{102} \approx 0,14''.$$

Skierujmy tę lunetę na księżyc, którego średnicę, równą 3 480 km, widzimy z ziemi pod kątem mniej więcej równym 1 890″. Dwa punkty tej średnicy, leżące w odległości około 1 800 m jeden od drugiego, widzimy pod kątem 1″. Przez lunetę będziemy widzieli oddzielnie punkty odległe o mniej więcej 250 m jeden od drugiego, przedmioty więc o rozmiarach liniowych mniejszych będą dla nas punktami.

Przy zdjęciach fotograficznych λ wzoru 8 ma wartość mniej więcej równą 0,4 μ (długości fali chemicznie czynnych promieni). Zdolność rozpoznawcza wynosi wtedy

$$\mu_1 = \frac{9{,}9''}{D},$$

w lunecie zatem obserwatorium Yerkesa

$$\mu_1 = \frac{9{,}9''}{102} = 0,09''.$$

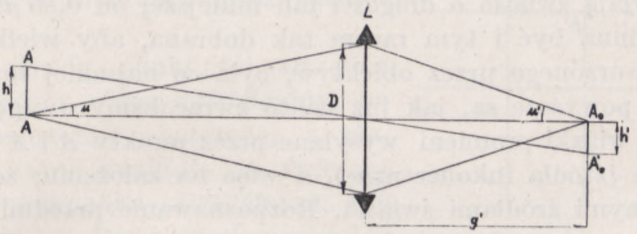
Wtedy jednak średnica ziaren kliszy musi być mniejsza od

$$\mu_1 \mathcal{F} = 0,09'' \cdot 1\,900 = 0,000\,000\,44.\ 1\,900 = 8,3\,\mu.$$

W mikroskopach obraz powstaje w odległości g' od płaszczyzny głównej przestrzeni obrazu obiektywu. Promień zatem pierwszego pierścienia ciemnego wynosi

$$r_1 = 1{,}22\,\frac{\lambda \cdot g'}{D}.$$

Zgodnie z założeniem odległość środków obrazów dyfrakcyjnych punktów A i A' musi być co najmniej równa r_1 (rys. 254). Biorąc pod



Rys. 254

uwagę, że wiązki, schodzące się w punktach A_0 i A_0' są dostatecznie cienkie, aby można było przyjąć

$$\sin u' \approx \operatorname{tg} u' \approx u',$$

znajdujemy, że

$$D = 2g' \cdot u',$$

skąd

$$r_1 = h' = 0{,}61 \cdot \frac{\lambda}{u'}.$$

W mikroskopie obiektyw czyni zawsze zadość warunkowi Abbego (p. ust. 7, rozdz. IV), mamy przeto

$$n \cdot h \sin u = n'h' \sin u' = h'u',$$

(p. wzór 31 rozdz. IV), n' bowiem równe jest jedności. Ostatecznie więc otrzymujemy

$$h = 0{,}61\,\frac{\lambda}{n \sin u} = 0{,}61 \cdot \frac{\lambda}{A}, \tag{9}$$

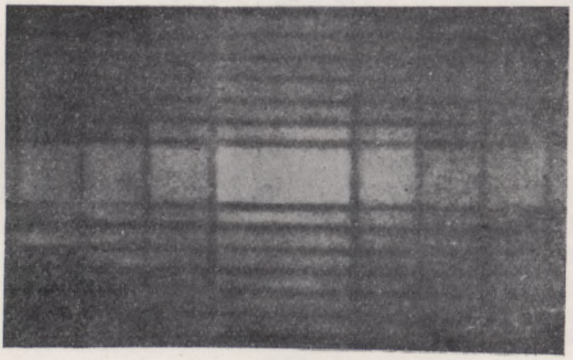
gdzie A jest rozwartością optyczną obiektywu (p. ust. 7, rozdz. IV). W najlepszych obiektywach u dochodzi do wartości 70°, $\sin u$ jest zatem równy 0,94, niewiele się różniąc od jedności, stanowiącej górną teoretycznie możliwą granicę rozwartości optycznej układów suchych (nie immer-

syjnych, przedmiot w powietrzu, $n=1$). Kladąc $\lambda=0{,}55\,\mu$, na h otrzymujemy $0{,}35\,\mu$ innymi słowy, przy użyciu tych obiektywów możemy rozróżnić przedmioty, których zmieściłoby się mniej więcej 3000 na odcinku długości 1 mm. Układy immersyjne (przedmiot znajduje się w cieczy o współczynniku załamania mniej więcej równym współczynnikowi załamania przedniej soczewki obiektywu) pozwalają zmniejszyć tę granicę. Zazwyczaj n jest wtedy równe 1,52, największa więc rozwartość optyczna wynosi $1{,}52 . 0{,}94 \approx 1{,}83$, h spada zatem do wartości 0,23. Jeszcze większe obniżenie wartości h otrzymamy w przypadku, gdy obserwowane punkty wysyłają światło o długości fali mniejszej od $0{,}55\,\mu$. Ogniskowa okularu powinna być i tym razem tak dobrana, aby wielkość kątowa obrazu, wytworzonego przez obiektyw, była co najmniej równa $60''$.

Wywody powyższe są, jak już na to zwracaliśmy uwagę, oparte na założeniu, że wiązki promieni wysyłane przez punkty A i A', są optycznie niespójne (źródła inkoherentne), a więc na założeniu, że punkty te są samodzielnymi źródłami światła. Rozpoznawanie przedmiotów oświetlonych rozpatrzymy niżej w ust. 13.

9. OTWORY PROSTOKĄTNE

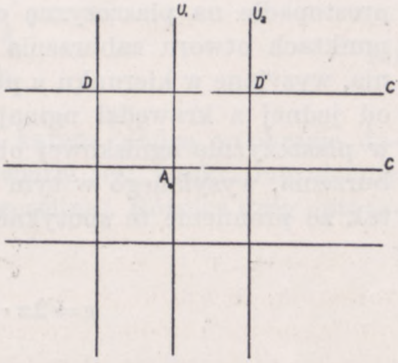
Gdy otwór uginający ma kształt prostokąta, obraz dyfrakcyjny punktu świecącego składa się z dwóch wzajemnie prostopadłych układów prążków, rozmieszczonych w odstępach, zależnych jedynie od wymiaru otworu w kierunku prostopadłym do prążków: odstęp w układzie po-



Rys. 255

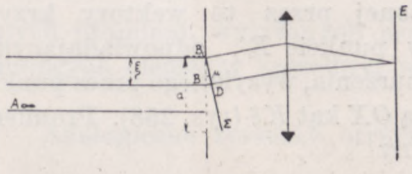
ziomym (prążki pionowe) zależy jedynie od szerokości otworu; w układzie pionowym (prążki poziome) — od wysokości otworu; odstępy te się zmniejszają w miarę wzrostu wymiaru w danym kierunku. Na rys. 255 odtwarzającym obraz dyfrakcyjny, otrzymany przy użyciu otworu o wysokości większej, niż szerokość, prążki układu poziomego są rozmieszczone rzadziej, niż pionowego.

Biorąc otwory o coraz to większej wysokości, otrzymujemy coraz to większe zagęszczenie ciemnych prążków układu pionowego; w granicy, gdy otworem uginającym jest wąska i długa szczelina, obraz pionowy sprowadza się do środkowej plamy jasnej, jednocześnie maleje długość prążków pionowych (układ poziomy), które wreszcie stają się punktami (obraz liniowy). W tym przypadku możemy punkt świecący zastąpić przez świecącą szczelinę (której każdy punkt jest, oczywiście, samodzielnym źródłem światła), co znacznie zwiększa jasność obrazu.



Rys. 256

Istotnie, każdy punkt tej szczeliny wytworzy własny obraz dyfrakcyjny, leżący w płaszczyźnie sprzężonej z płaszczyzną, w której znajduje się świecąca szczelina (w przypadku szczególnym, gdy szczelina świecąca jest w nieskończoności, płaszczyzną tą jest płaszczyzna ogniskowa obiektywu), na prostej, przechodzącej przez obraz geometryczny A_0 danego punktu i prostopadłej do krawędzi szczeliny uginającej U_1U_2 (rys. 256). Otrzymane w ten sposób układy są wzajemnie niezależne, światło bowiem z poszczególnych punktów A, A'... szczeliny świecącej dochodzi jedynie do punktów odpowiednich prostych c, c'..., tak że obraz dyfrakcyjny w dowolnym punkcie D którejkolwiej z tych prostych jest wytworzony tylko przez promienie, wysyłane przez odpowiedni punkt A świecącej szczeliny. Ponieważ obrazy geometryczne A_0, A'_0... leżą na prostej, równoległej do szczeliny świecącej, odstępy zaś punktów jasnych (lub ciemnych) są wyznaczone przez szerokość szczeliny uginającej, miejsca o jednakowym oświetleniu leżą na prostych DD', równoległych do szczeliny świecącej. W ten sposób bez względu na kąt, jaki tworzą szczeliny świecąca i uginająca, otrzymamy wyraźny obraz dyfrakcyjny, składający się z prążków jasnych i ciemnych, równoległych do szczeliny świecącej i utworzonych z jasnych i ciemnych punktów linij DD'.


Rys. 257

Ściślej biorąc, zjawisko przebiega tak tylko przy użyciu bardzo wąskich szczelin uginających i niezbyt wielkich kątów nachylenia szczeliny świecącej.

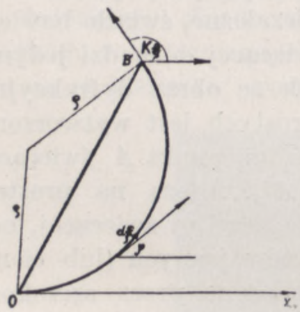
Tym razem przeto nie obowiązuje warunek równoległości szczelin świecącej i uginającej, warunek, który musi być spełniony, gdy chcemy otrzymać prążki Fresnela, tam bowiem każdy punkt szczeliny świecącej wytwa-

rza układ prążków prostoliniowych, równoległych do szczeliny uginającej, wobec czego obraz dyfrakcyjny wtedy tylko jest wyraźny, gdy obrazy dyfrakcyjne poszczególnych punktów wzajemnie się pokrywają (p. ust. 3).

Przyjmijmy dla uproszczenia, że światło, wychodzące z nieskończenie odległego punktu świecącego A (czy też ze szczeliny świecącej) pada prostopadle na płaszczyznę otworu uginającego, tak że we wszystkich punktach otworu zaburzenia mają fazę jednakową (rys. 257). Zaburzenia, wysyłane w kierunku μ przez punkt B szczeliny, leżący w odległości ξ od jednej z krawędzi uginających, przechodzi do punktu interferencji w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu drogę dłuższą o DB od drogi zaburzenia, wysyłanego w tym samym kierunku przez punkt B_1 szczeliny, tak że promienie te spotykać się będą z różnicą faz równą

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{DB}{\lambda} = 2\pi\xi \frac{\sin\mu}{\lambda} = K\xi. \tag{a}$$

Załóżmy, jak poprzednio, że amplituda zaburzenia, wysyłanego przez dany element powierzchni otworu, jest proporcjonalna do jego szerokości $d\xi$, i zastosujmy konstrukcję **Fresnela** do wyznaczenia zaburzenia wypadkowego, wzbudzonego w punkcie interferencji przez zaburzenia, ugięte pod kątem μ.



Rys. 258

Amplituda wypadkowa jest proporcjonalna do sumy geometrycznej elementarnych wektorów $d\xi$, nachylonych do osi OX pod kątami, tworzącymi postęp arytmetyczny, tak że styczna do utworzonej przez te wektory krzywej tworzy w punkcie B', odpowiadającym amplitudzie zaburzenia, wysyłanego przez punkt B otworu, z osią OX kąt $K\xi$ (rys. 258). Promień krzywizny równy

$$\varrho = \frac{d\xi}{d\varphi} = \frac{d\xi}{Kd\xi} = \frac{1}{K} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sin\mu} \tag{b}$$

ma wartość stałą. Krzywa przeto jest kołem o promieniu ϱ tym mniejszym, im większy jest kąt ugięcia badanych promieni.

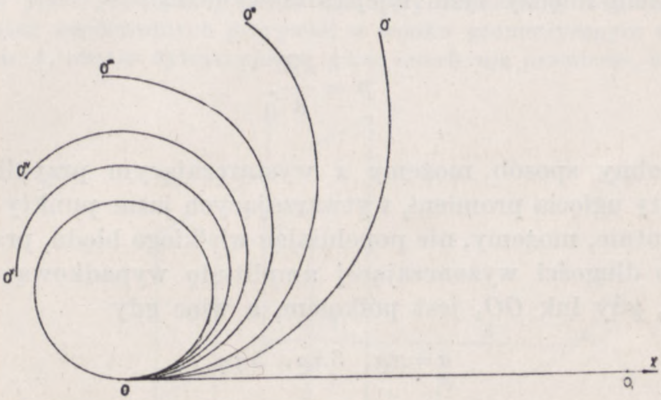
Dla $\mu = 0$, a więc dla promieni, tworzących środkową plamę obrazu dyfrakcyjnego, promień ϱ równy jest nieskończoności, łuk OO_1 jest odcinkiem osi OX o długości równej szerokości szczeliny, wszystkie bowiem zaburzenia składowe schodzą się w tym miejscu obrazu z fazami jednakowymi. Ze wzrostem μ promień ϱ się zmniejsza, różnica zatem mię-

dzy długością cięciwy OO_1, proporcjonalna do amplitudy wypadkowej, i długością łuku OO_1, stale równą a, wzrasta (rys. 259).

Gdy $2\pi\varrho$ stanie się równe a, końcowy punkt O_1 cięciwy zbiegnie się z początkowym punktem O: amplituda wypadkowa stanie się równa zeru. Tej wartości ϱ odpowiada kąt ugięcia μ_1, wyznaczony wzorem

$$\sin\mu_1 = \frac{\lambda}{a} \qquad \text{(c)}$$

(por. wzór b). Promienie, ugięte pod tym kątem, dadzą w obrazie dyfrakcyjnym ciemny punkt (gdy źródłem światła jest punkt) lub ciemny prążek (gdy źródłem światła jest świecąca szczelina). Różnica dróg optycz-



Rys. 259

nych promieni, wysyłanych przez skrajne, leżące przy krawędziach uginających elementy szczeliny, wyniesie wtedy całą długość fali.

Analogiczne zjawisko otrzymamy, gdy $2\pi\varrho$ będzie równe $\frac{a}{2}$, wtedy

$$\sin\mu_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varrho} = \frac{2\lambda}{a},$$

ciemne więc miejsca obrazu dyfrakcyjnego powstawać będą na skutek interferencji promieni ugiętych pod kątami μ_m, czyniącymi zadość równaniu

$$\sin\mu_m = \frac{m\lambda}{a}. \qquad (10)$$

Przyjmując zgodnie z istotnym przebiegiem zjawiska, że obraz dyfrakcyjny jest utworzony przez promienie, ugięte pod kątem niewielkim, i kładąc wobec tego

$$\sin\mu \approx \mu,$$

oraz oznaczając przez ε odległość punktu (lub prążka) ciemnego, mierzonego wzdłuż prostych $c, c' \ldots$ (p. rys. 256) od środka obrazu, otrzymujemy

$$\varepsilon = \mu \cdot \mathcal{F} = m \cdot \frac{\lambda \mathcal{F}}{a};$$

odstępy zatem między tymi miejscami wynoszą

$$p = \frac{\lambda \mathcal{F}}{a}. \tag{10a}$$

W podobny sposób możemy z wystarczającym przybliżeniem wyznaczyć kąty ugięcia promieni, wytwarzających jasne punkty (lub prążki) układu. Istotnie, możemy, nie popełniając wielkiego błędu, przyjąć, że cięciwa OO_1 o długości wyznaczającej amplitudę wypadkową ma wartość największą, gdy łuk OO_1 jest półkolem, a więc gdy

$$a = \pi\varrho, \quad 3\pi\varrho, \quad 5\pi\varrho, \ldots$$

gdy przeto

$$2\pi\varrho = \frac{2a}{2m+1},$$

skąd

$$\sin\mu'_m = \frac{\lambda}{2\pi\varrho} = \frac{(2m+1)}{2a}\lambda = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)}{a}\lambda. \tag{10b}$$

Wtedy różnica dróg optycznych zaburzeń, wysyłanych przez skrajne elementy szczeliny uginającej, wynosi nieparzystą liczbę połówek fal. Wzór ten tym lepiej czyni zadość danym pomiaru, im m jest większe, im więc mniej się różnią długości promieni kolejnych kół, odpowiadających wzrastającym wartościom μ.

Kładąc, jak poprzednio

$$\sin\mu' \approx \mu' = \frac{\varepsilon'}{\mathcal{F}} = \frac{(2m+1)}{2a}\lambda,$$

znajdujemy

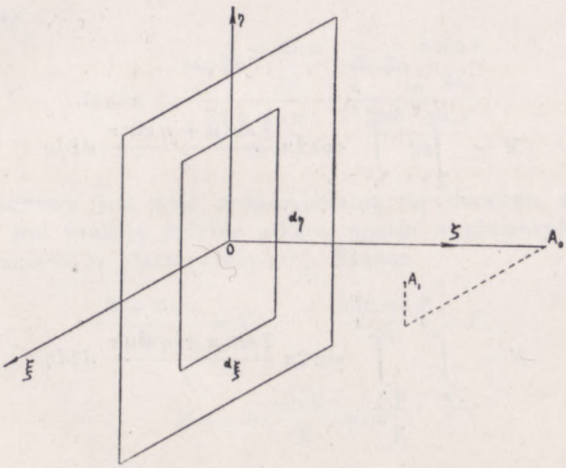
$$\varepsilon' = \mu' \cdot \mathcal{F} = \frac{2m+1}{2a} \lambda \mathcal{F}$$

i

$$p' = \frac{2\lambda\mathcal{F}}{2a} = \frac{\lambda\mathcal{F}}{a}. \tag{10c}$$

Odstępy prążków jasnych są mniej więcej równe odstępom prążków ciemnych.

Przesuńmy przez prostokątny otwór uginający płaszczyznę współrzędnych $\xi O \eta$ tak, aby początek współrzędnych przypadał w środku geometrycznym otworu (rys. 260). W punkcie A_1 obrazu dyfrakcyjnego, gdzie interferują promienie, ugięte w kie-



Rys, 260

runku, tworzącym kąty α' i β' z osiami współrzędnych, zaburzenia, wysyłane przez element $d\xi d\eta$ powierzchni otworu, są wyznaczone wzorem (b) ust. 7

$$d^2y = C \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{\xi(\cos\alpha - \cos\alpha') + \eta(\cos\beta - \cos\beta')}{\lambda}\right] d\xi d\eta$$

lub kładąc

$$\sin\mu = \cos\alpha' - \cos\alpha \quad \text{i} \quad \sin\nu = \cos\beta' - \cos\beta,$$

$$d^2y = C \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\xi \sin\mu + \eta \sin\nu}{\lambda}\right) d\xi d\eta =$$

$$= C \sin\frac{2\pi t}{T} \cos 2\pi \frac{\xi \sin\mu + \eta \sin\nu}{\lambda} d\xi d\eta + C \cos\frac{2\pi t}{T} \sin 2\pi \frac{\xi \sin\mu + \eta\sin\nu}{\lambda} d\xi d\eta.$$

Zaburzenie wypadkowe w punkcie A_1 będzie równe

$$y = C \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda} \, d\xi d\eta +$$

$$+ C \cos \frac{2\pi t}{T} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sin 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda} \, d\xi d\eta = \tag{d}$$

$$= M \cdot C \sin 2\pi \frac{t}{T} + N \cdot C \cos \frac{2\pi t}{T},$$

gdzie

$$M = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda} \, d\xi d\eta$$

i

$$N = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sin 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda} \, d\xi d\eta.$$

Gdy promienie padają prostopadle do płaszczyzny otworu ($\alpha = 0$) μ i ν są kątami, jakie wiązka ugięta tworzy z płaszczyznami $\eta O \zeta$/ (ζ ma kierunek wiązki padającej) *i* $\xi O \zeta$; kąt μ jest zatem kątem ugięcia w płaszczyźnie $\zeta O \xi$, kąt ν — w płaszczyźnie $\eta O \zeta$.

Całka N jest zawsze równa zeru, każdemu bowiem elementowi powierzchni $d\xi d\eta$ o współrzędnych ξ, η odpowiada element powierzchni o współrzędnych $-\xi, -\eta$; każdej przeto wartości dodatniej funkcji $\sin 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda}$ odpowiada równa jej wartość ujemna. Wzór (d) więc sprowadza się do

$$y = C \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos 2\pi \frac{\xi \sin \mu + \eta \sin \nu}{\lambda} \, d\xi d\eta.$$

Otwierając nawias pod całką możemy od razu zmienne rozdzielić

$$M = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos 2\pi \frac{\xi \sin\mu + \eta \sin\nu}{\lambda} d\xi d\eta =$$

$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \cos 2\pi \frac{\xi \sin\mu}{\lambda} d\xi \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos 2\pi \frac{\eta \sin\nu}{\lambda} d\eta +$$

$$- \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \sin 2\pi \frac{\xi \sin\mu}{\lambda} d\xi \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sin 2\pi \frac{\eta \sin\nu}{\lambda} d\eta .$$

Stąd otrzymujemy

$$M = a \cdot b \cdot \frac{\sin 2\pi \frac{a \sin\mu}{2\lambda}}{\frac{2\pi\, a \sin\mu}{2\lambda}} \cdot \frac{\sin 2\pi \frac{b \sin\nu}{2\lambda}}{\frac{2\pi b \cdot \sin\nu}{2\lambda}} . \tag{11}$$

Amplituda wypadkowa jest więc proporcjonalna do iloczynu dwóch czynników, z których jeden jest funkcją jedynie μ-kąta ugięcia w płaszczyźnie $\xi O \zeta$, drugi jedynie ν — kąta ugięcia w płaszczyźnie $\eta O \zeta$. Kładąc

$$\frac{2\pi a \sin\mu}{2\lambda} = X, \qquad \frac{2\pi b \sin\nu}{2\lambda} = Y,$$

mamy

$$M = a \cdot b \cdot \frac{\sin X}{X} \cdot \sin \frac{Y}{Y} .$$

Dla małych wartości X

$$\sin X = X - \frac{X^3}{6}; \qquad \frac{\sin X}{X} = 1 - \frac{X^2}{6}, \tag{e}$$

dla X równego zeru funkcja typu $\frac{\sin X}{X}$ jest przeto równa jedności. Ze wzrostem X funkcja się zmniejsza, dochodząc do wartości 0 przy $X = \pi$, po czym staje się ujemna i zmniejsza się dalej, aby po przejściu przez pewną największą wartość ujemną znów wzrosnąć do zera przy $X = 2\pi$ itd. Krzywa odtwarzająca te zmiany wartości $\frac{\sin X}{X}$ ma więc kształt taki, jak na rys. 261.

Dla $X = m\pi$, gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą, większą od zera,

$$\frac{\sin X}{X} = 0 .$$

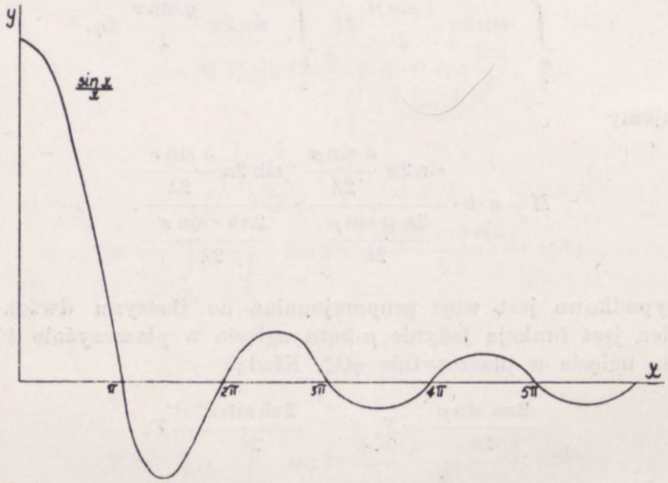
Ponieważ ze wzrostem X jedynie mianownik funkcji wzrasta nieograniczenie, największe wartości funkcji (dodatnie i ujemne) stają się stopniowo coraz to mniejsze. Dla a i b niezbyt wielkich i tego samego rzędu wielkości wartość amplitudy wypadkowej jest równa zeru, gdy albo jeden z czynników iloczynu (11a) albo oba jednocześnie są równe zeru, a więc gdy mamy

$$X = 2\pi \frac{a \sin\mu}{2\lambda} = m\pi \quad \text{lub} \quad Y = 2\pi \frac{b \sin\nu}{2\lambda} = q\pi,$$

gdy przeto

$$\sin\mu = \frac{m\lambda}{a} \quad \text{i} \quad \sin\nu = \frac{q\lambda}{b}.$$

Przyjmując, co z uwagi na szybkie zmniejszanie się ze wzrostem μ i ν maksimum



Rys. 261

amplitudy jest całkowicie uzasadnione, że obraz dyfrakcyjny utworzony jest przez promienie, ugięte pod niewielkimi kątami, mamy

$$\sin\mu \approx \mu = \frac{\varepsilon_\xi}{\mathcal{F}} = \frac{m\lambda}{a} \quad \text{i} \quad \sin\nu \approx \nu = \frac{\varepsilon_\eta}{\mathcal{F}} = \frac{q\lambda}{b},$$

skąd ostatecznie

$$\varepsilon_\xi = \mu\mathcal{F} = m\frac{\lambda\mathcal{F}}{a} \quad \text{i} \quad \varepsilon_\eta = \nu\cdot\mathcal{F} = q\frac{\lambda\cdot\mathcal{F}}{b}, \tag{12}$$

gdzie ε_ξ oznacza odległość danego punktu płaszczyzny ogniskowej od płaszczyzny $\eta O \zeta, \varepsilon_\eta$ — od płaszczyzny $\xi O \zeta$.

Otrzymujemy zatem dwa wzajemnie prostopadłe układy punktów (lub prążków), przy czym odstępy w układzie poziomym zależne są jedynie od szerokości szczeliny uginającej, w układzie pionowym — od jej wysokości. Oświetlenie jasnych części już w niewielkiej stosunkowo odległości od środka obrazu staje się znikomo małe (por. rys. 255).

Gdy jeden z wymiarów otworu np. b jest w porównaniu z drugim bardzo wielki, mianownik drugiego czynnika iloczynu M staje się w porównaniu z licznikiem, którego wartość bezwzględna wynosi co najwyżej 1, bardzo duży, czynnik ten więc, a co za tym idzie i M, zbliża się do zera. Amplituda wypadkowa ma wartość skończoną, jedynie dla ν bardzo małego, tylko wtedy bowiem

$$\frac{\sin 2\pi \dfrac{b \sin\nu}{2\lambda}}{2\pi \dfrac{b \sin\nu}{2\lambda}} \approx \frac{\sin 2\pi \dfrac{b\nu}{2\lambda}}{\dfrac{2\pi b\nu}{2\lambda}}$$

ma wartość różną od zera. Obraz dyfrakcyjny tworzy wtedy wąski pas poziomy, ograniczony (w kierunku pionowym) przez bardzo mały kąt ugięcia ν. W obrazie tym rozkład oświetlenia jest wyznaczony wzorem

$$M^2 = a^2 b^2 \cdot \frac{\sin^2 2\pi \dfrac{a \sin\mu}{2\lambda}}{\left(2\pi \dfrac{a \sin\mu}{2\lambda}\right)^2}. \tag{f}$$

Miejsca ciemne (mało różniące się od punktu, gdy źródłem jest punkt świecący) są rozmieszczone w odstępach

$$p = \frac{\lambda \mathcal{F}}{a}$$

wzdłuż prostej poziomej.

Najsilniej oświetlone będą te punkty płaszczyzny ogniskowej, w których funkcja

$$f(X) = \frac{\sin X}{X}$$

będzie miała wartość największą, a więc w których

$$\frac{df(X)}{dX} = \frac{X \cos X - \sin X}{X^2} = 0$$

lub

$$\operatorname{tg} X = X. \tag{g}$$

Równanie to można rozwiązać graficznie, wykreślając prostą $Y = X$ i krzywą $Y = \operatorname{tg} X$ o asymptotach $X = \pm \dfrac{\pi}{2}, \pm \dfrac{3}{2}\pi$ (rys. 262). Punkty przecięcia prostej z krzywymi dadzą pierwiastki równania (g) w nich bowiem

$$Y = X = \operatorname{tg} X.$$

Pierwiastki te, jak to wyraźnie wykazuje rysunek, dążą do granicy $(2m+1)\dfrac{\pi}{2}$, gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą, większą od zera; punkty przecięcia stają

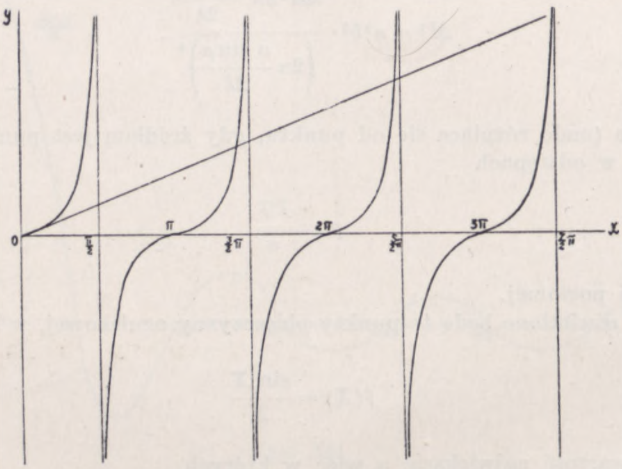
się ze wzrostem X coraz bliższe asymptot. Dokładne obliczenia dają następujące wartości pierwiastków

$$X_1 = 1{,}480\pi \approx 0{,}955\,\frac{3\pi}{2}; \qquad X_2 = 2{,}459\pi \approx 0{,}984\,\frac{5}{2}\,\pi;$$

$$X_3 = 3{,}471\pi \approx 0{,}992\,\frac{7}{2}\pi; \qquad X_4 = 4{,}477\pi \approx 0{,}995\,\frac{9}{2}\pi;$$

$$X_5 = 5{,}482\pi \approx 0{,}997\,\frac{11\pi}{2} \quad \text{itd.}$$

Do tych pierwiastków, odpowiadających bocznym prążkom jasnym, dochodzi jeszcze pierwiastek $X=0$, odpowiadający jasnej plamie środkowej obrazu. Przybliżona ich wartość wynosi



Rys. 262

$$0, \quad \frac{3}{2}\,\pi, \quad \frac{5}{2}\,\pi, \quad \frac{7}{2}\,\pi\ldots.$$

Podstawiając te wartości

$$X = \frac{2\pi a \sin\mu}{2\lambda}$$

do wzoru (f) znajdujemy, że

$$I_0 = C^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot 1; \qquad I_1 = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 J_0 = 0{,}044\,J_0; \qquad I_2 = \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 J_0 = 0{,}016\,J_0;$$

$$I_3 = \left(\frac{2}{7\pi}\right)^2 J_0 = 0{,}0083\,J_0\ldots$$

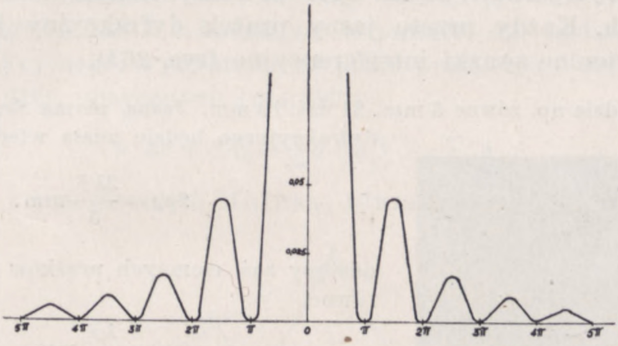
Rozkład tych bardzo szybko malejących oświetleń odtwarza krzywa rys. 263. Wzór (f) moglibyśmy otrzymać również i z konstrukcji Fresnela. Istotnie

$$\sphericalangle OCO_1 = \varphi_0 = ka,$$

długość więc cięciwy OO_1, proporcjonalna do wartości amplitudy wypadkowej, wynosi (rys. 258)

$$OO_1 = 2\varrho \cdot \sin\frac{\varphi_0}{2} = \frac{2}{k}\sin\frac{ka}{2} = \frac{a\sin\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}} = a\,\frac{\sin 2\pi a \cdot \frac{\sin\mu}{2\lambda}}{\frac{2\pi a\sin\mu}{2\lambda}}.$$

Przebieg zjawiska możemy zatem ująć w następujący schemat: gdy różnica dróg optycznych promieni, wysyłanych pod danym kątem przez skrajne elementy powierzchni szczeliny, jest równa $\lambda, 2\lambda, \ldots m\lambda$, powierzch-



Rys. 263

nia szczeliny składa się z dwóch, czterech... $2m$ równych pasów, równoległych do krawędzi uginającej takich, że każdy element poszczególnego pasa wysyła zaburzenia o fazie przeciwnej do fazy, wysyłanej przez odpowiedni element pasa sąsiedniego; interferencja tych nieskończenie wielu par zaburzeń daje w odpowiednim punkcie płaszczyzny ogniskowej amplitudę zero; gdy różnica dróg optycznych wynosi $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda \ldots$ powierzchnia szczeliny składa się z trzech, pięciu... $(2m+1)$ równych pasów takich, że zaburzenia dwóch pasów sąsiednich znoszą w danym punkcie płaszczyzny ogniskowej swe działania, wobec czego w punkcie tym ujawnia się działanie jednego tylko pasa o powierzchni, równej trzeciej, piątej... $(2m+1)$ części powierzchni całej szczeliny; w danych punktach powstają prążki jasne o natężeniach, malejących w stosunku takim, jak kwadraty kolejnych liczb nieparzystych.

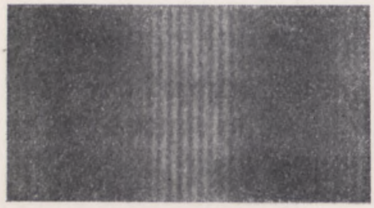
I w tym przeto przypadku, podobnie jak w przypadku kołowych otworów uginających, rozmieszczenie prążków się nie zmieni, gdy szczelinę przesuniemy w jej własnej płaszczyźnie. Dwie jednakowe szczeliny, umieszczone w tej samej płaszczyźnie, będą wytwarzały jednakowe i tak samo rozmieszczone obrazy dyfrakcyjne.

Powtarzając rozumowanie ust. 7, stwierdzimy, że poza prążkami dyfrakcyjnymi tworzyć się będą w płaszczyźnie ogniskowej prążki interferencyjne, rozmieszczone w odstępach

$$p_i = \frac{\lambda \mathcal{F}}{2l},$$

gdzie $2l$ oznacza odległość środków szczelin. Ponieważ odległość ta jest zawsze większa od szerokości a pojedynczej szczeliny, prążki interferencyjne (prążki Younga) są na ogół bardziej zagęszczone od prążków dyfrakcyjnych. Każdy przeto jasny prążek dyfrakcyjny jest poprzecinany przez ciemne prążki interferencyjne (rys. 264).

Niech a będzie np. równe 5 mm, $2l$ zaś 10 mm. Jasna plama środkowa obrazu dyfrakcyjnego będzie miała wtedy szerokość



Rys. 264

$$2p_d = \frac{2\lambda \mathcal{F}}{5}\ \text{mm},$$

odstępy zaś ciemnych prążków Younga będą równe

$$p_i = \frac{\lambda \mathcal{F}}{10}\ \text{mm}.$$

Plama środkowa będzie przecięta przez

$$k = \frac{2p_d}{p_i} = \frac{2\lambda \cdot \mathcal{F} \cdot 10}{5\lambda \cdot \mathcal{F}} = 4$$

ciemne prążki Younga.

W miejscach, gdzie zbiegać się będą jasne prążki dyfrakcyjne i jasne prążki interferencyjne, oświetlenie będzie cztery razy większe, niż w jasnych prążkach dyfrakcyjnych szczeliny pojedynczej.

10. ZDOLNOŚĆ ROZPOZNAWCZA PROSTOKĄTNEJ SZCZELINY UGINAJĄCEJ. ZDOLNOŚĆ ROZSZCZEPIAJĄCA PRYZMATU

Przypuśćmy teraz, że szczelina uginająca jest oświetlona przez dwa punkty świecące, leżące na prostopadłej do szczeliny uginającej lub też przez dwie wzajemnie równoległe szczeliny, które zresztą mogą nie być równoległe do szczeliny uginającej. Każde z tych źródeł wytwarza w pła-

szczyźnie sprzężonej z płaszczyzną, w której znajdują się źródła, obraz dyfrakcyjny, którego środkiem jest obraz geometryczny danego źródła. Przyjmując, jak w ust. 8, że źródła widzimy oddzielnie, gdy pierwsze minimum jednego obrazu dyfrakcyjnego nakłada się na środek obrazu drugiego, znajdziemy, że zdolność rozpoznawcza będzie w tym przypadku wyrażona wzorem

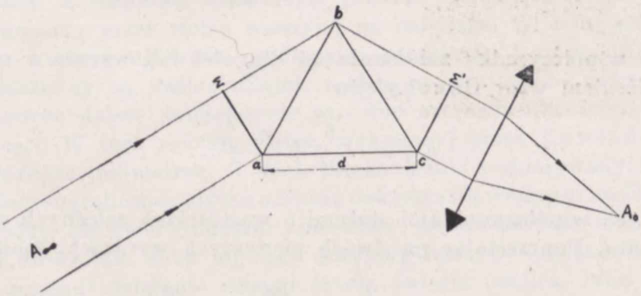
$$\sin \mu_1 \approx \mu_1 = \frac{\lambda}{a} \tag{13}$$

(por. wzór (c)), a więc 1,22 razy większa od zdolności rozpoznawczej przy użyciu otworu kołowego.

Wzór (13) pozwala obliczyć przy jakiej różnicy długości fal różnica kątów odchylenia przy załamaniu w pryzmacie jest dostatecznie wielka, abyśmy mogli widzieć dwie oddzielne linie widmowe. Niech dana wiązka, wychodząca z kolimatora, oświetla cały bok *ab* pryzmatu. Skrajne promienie o długości fali λ schodzą się w punkcie A_0, będącym środkiem obrazu dyfrakcyjnego, wytwarzanego przez promienie o tej długości fali. Różnica ich dróg optycznych (rys. 265)

$$n \cdot ac + cA_0 - \sum b - b\sum' - \sum' A_0 \tag{a}$$

jest, zgodnie z twierdzeniem Malusa, równa zeru, punkt A_0 jest bowiem



Rys. 265

obrazem geometrycznym punktu A_∞, wytwarzanym przez wysyłane z tego punktu promienie o długości fali λ.

W tym samym punkcie A_0 schodzą się również promienie o długości fali λ', dla nich jednak punkt ten jest miejscem pierwszego minimum, wobec czego różnica ich dróg optycznych równa jest

$$n' \cdot ac + cA_0 - \sum b - b\sum' - \sum' A_0 = \lambda'. \tag{b}$$

Ściśle biorąc, promienie te przebiegają w pryzmacie drogi inne, niż promienie o długości fali λ; ponieważ jednak różnica długości fal, a więc i współczynników załamania jest znikomo mała, droga rzeczywista promieni λ' różni się o znikomo małą rzędu drugiego od drogi promienia λ.

Odejmując (a) od (b) otrzymujemy

$$(n'-n)ac=\lambda'$$

lub, kładąc

$$n'-n=\Delta n=\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda \quad \text{i} \quad ac=d$$

i zastępując λ' przez λ

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=d\cdot\frac{dn}{d\lambda} \tag{14}$$

(wzór Rayleigha). Wielkość $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, tym większą, im mniejsza jest różnica długości fal linij widmowych, które możemy widzieć oddzielnie, nazywamy zdolnością rozszczepiającą pryzmatu. W tych samych pozostałych warunkach zdolność ta wzrasta ze wzrostem grubości podstawy pryzmatu. Dla układu N jednakowej grubości pryzmatów otrzymamy

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=N\cdot d\cdot\frac{dn}{d\lambda}. \tag{14a}$$

Zależność współczynnika załamania od długości fali wyraża z wystarczającym nieraz przybliżeniem wzór Cauchy'ego

$$n=a+\frac{b}{\lambda^2}+\frac{c}{\lambda^4}+\ldots$$

gdzie $a, b, c\ldots$ są współczynnikami stałymi o wartościach zależnych od rodzaju materiału pryzmatu. Poprzestając na dwóch pierwszych wyrazach, mamy

$$n=a+\frac{b}{\lambda^2}; \quad \text{i} \quad \frac{dn}{d\lambda}=-\frac{2b}{\lambda^3}.$$

W pryzmacie o podstawie 1 cm (pryzmat normalny) z tzw. flintu Rosette'a, dla którego $b=0{,}914\,708.10^{-10}$ (Mascart), zdolność rozszczepiająca w pobliżu linii D sodu wynosi

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=\frac{1{,}83\cdot10^{-10}}{2\cdot10^{-13}}=0{,}9\cdot10^3=900.$$

Chcąc zatem otrzymać linię D_1 i D_2 widma, dla których

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=1178$$

musielibyśmy użyć pryzmatu o podstawie co najmniej 1,3 cm.

W fioletowej części widma zdolność rozszczepiająca pryzmatów szklanych jest na ogół większa. Stosując wzór Cauchy'ego, otrzymujemy dla rozpatrywanego wyżej pryzmatu przy $\lambda = 400\ m\mu = 400 \cdot 10^{-7}$ cm

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{1{,}83 \cdot 10^{-10}}{0{,}64 \cdot 10^{-13}} = 2{,}9 \cdot 10^3 = 2\,900.$$

11. SIATKI DYFRAKCYJNE

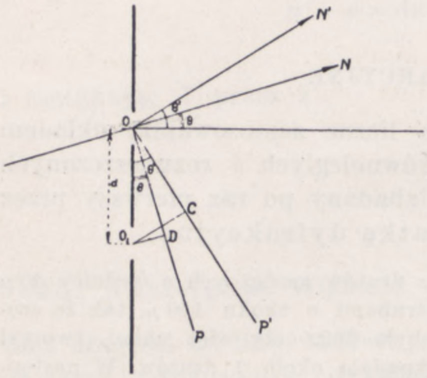
Szczególnie ważnym, ze względu na liczne zastosowania, układem uginającym jest układ wielu szczelin równoległych i rozmieszczonych w jednakowych odstępach. Układ taki, zbadany po raz pierwszy przez Frauenhofera (1823), stanowi tzw. siatkę dyfrakcyjną.

Początkowo Frauenhofer używał siatki z drutów mosiężnych o średnicy 50 μ naciągniętych między dwiema równoległymi śrubami o skoku 150 μ, tak że szerokość szczelin wynosiła 100 μ. Drutów tych było 260, cały więc układ tworzył pas szerokości 39 mm, na jeden milimetr przypadało około 7 drutów. W następnych doświadczeniach używał szczelin węższych, żłobiąc maszyną do dzielenia rowki w warstewkach złota, tłuszczu lub werniksu. Te rowki były przeźroczystymi szczelinami. Na tej drodze udało się Frauenhoferowi otrzymać około 80 szczelin na 1 mm. Jeszcze lepsze wyniki osiągnął, kreśląc na płytce szklanej rysy diamentem, wtedy jednak szczelinami były części płytki, znajdujące się między rysami, same zaś rysy stanowiły nieprzezroczystą część przesłony. Następcy Frauenhofera udoskonalili tę technikę, otrzymując jak np. Rowland (1882 r.), który posługiwał się zbudowaną przez siebie maszyną do dzielenia, do 800 szczelin na 1 mm. W siatkach, w których uginaniu podlegają promienie odbite (p. niżej), w których przeto szczeliny są zwierciadłami, można zamiast szkła używać metalu, co pozwala na jeszcze dalsze zmniejszenie zarówno szerokości szczelin, jak i ich wzajemnej odległości. W tego rodzaju siatce, wykonanej przez Rowlanda, było około 1700 rys na jednym milimetrze. Z tych mechanicznie wykonywanych siatek można otrzymać kopie fotograficzne: płytkę szklaną pokrywa się wodnym roztworem żelatyny, do którego dodaje się dwuchromianu amoniaku; po wysuszeniu w ciemności płytkę zakłada się na siatkę tak, żeby jej rysy dotykały żelatyny i wystawia się na krótkotrwałe (kilka sekund) działanie silnego źródła światła (słońca, łuku elektrycznego), po czym płytkę zdejmuje się z siatki i płucze w ciepłej wodzie; żelatyna, pokrywająca przezroczyste miejsce siatki, staje się pod działaniem światła nierozpuszczalna w wodzie, wobec czego płukanie usuwa żelatynę tylko z tych miejsc, które były przykryte nieprzezroczystymi częściami siatki, te właśnie miejsca będą w otrzymanej kopii szczelinami, kopia będzie przeto jakby negatywem siatki. Zwykłe fotografowanie przy pomocy aparatów fotograficznych daje dobre wyniki tylko przy niewielkiej gęstości szczelin (rzędu kilkudziesięciu szczelin na milimetr), obrazy bowiem punktów świecących nie są nigdy, jak wiemy, punktami, lecz plamkami o promieniu

$$\varrho = 1{,}22\,\frac{\lambda \mathcal{F}}{D},$$

co, rzecz prosta, wpływa ujemnie na ostrość obrazów szczelin, gdy ich odległość wzajemna zbliża się do tej granicy.

W najprostszym teoretycznie przypadku, gdy szerokość szczelin nie przekracza długości fali, żadna z poszczególnych szczelin nie wytwarza sama obrazu dyfrakcyjnego, światło bowiem, przez każdą z nich wysyłane, ma we wszystkich kierunkach mniej więcej to samo natężenie. Obraz dyfrakcyjny powstaje dopiero na skutek interferencji wiązek promieni, wychodzących z różnych szczelin.



Rys. 266

Niech O i O_1 będą środkami geometrycznymi dwóch sąsiednich szczelin siatki (rys. 266), na którą pada fala płaska P, tworząca kąt Θ z płaszczyzną siatki. Zaburzenia, wysyłane przez każdą ze szczelin w kierunku, tworzącym kąt Θ' z normalną, będą miały tę samą fazę początkową, co zaburzenia, wysyłane przez środkowy element jej powierzchni, wobec czego w punkcie interferencji różnica faz zaburzeń, wysyłanych przez dwie sąsiednie szczeliny, wyniesie

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}(O_1C - O_1D) = \frac{2\pi d}{\lambda}(\sin\Theta' - \sin\Theta), \qquad (15)$$

gdzie d — stała siatki — równa odległości wzajemnej dwóch odpowiadających sobie geometrycznie elementów powierzchni szczelin, w danym przypadku — szczelin bardzo wąskich — znikomo mało różni się od odstępu b między szczelinami.

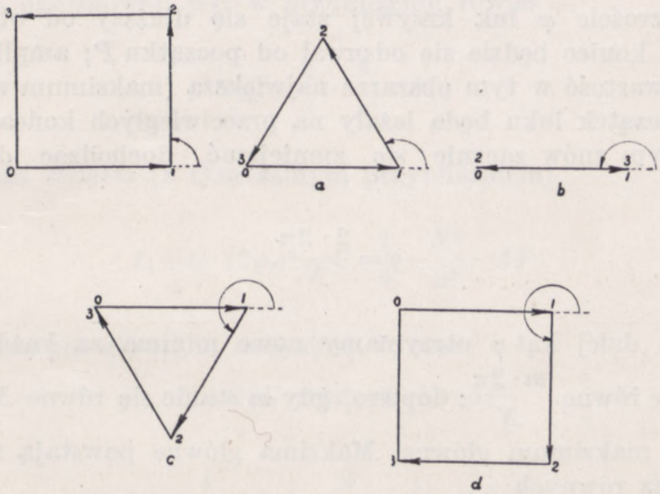
Amplitudę zaburzenia wypadkowego, otrzymanego przy interferencji promieni, wysyłanych przez wszystkie szczeliny w tym samym kierunku Θ', otrzymamy przy pomocy konstrukcji Fresnela.

W przypadku siatki o trzech szczelinach wypadkowa amplituda zaburzeń wysyłanych w kierunku światła padającego ($\Theta' = \Theta$) jest trzykrotnie większa od amplitudy zaburzenia wysyłanego w tym samym kierunku przez jedną szczelinę; ze wzrostem kąta Θ' amplituda ta maleje dochodząc przy $\varphi = 90^0$ do wartości równej amplitudzie jednego zaburzenia składowego (rys. 267) i do wartości zero przy $\varphi = 120^0$, wtedy bowiem wektory $\overrightarrow{01}$, $\overrightarrow{12}$, $\overrightarrow{23}$ tworzą trójkąt (rys. 267a). Przy dalszym wzrastaniu kąta Θ' amplituda wypadkowa znów wzrasta do wartości $\overrightarrow{01} = \overrightarrow{12} = \overrightarrow{23}$, gdy $\varphi = 180^0$ (rys. 267b); następnie spada do zera przy $\varphi = 240^0$ (rys. 267c), aby przy $\varphi = 270^0$ (rys. 267d) wzrosnąć do wartości $\overrightarrow{01}$ i wreszcie przy $\varphi = 360^0$ znów dojść do wartości trzykrotnie większej

od amplitudy $\overrightarrow{01}$. Przyjmując amplitudę tę za równą jedności, znajdujemy, że natężenie wypadkowe przybiera wartości następujące:

$$\varphi = 0^0, \quad 90^0, \quad 120^0, \quad 180^0, \quad 240^0, \quad 270^0, \quad 360^0$$
$$I = 9; \quad 1; \quad 0; \quad 1; \quad 0; \quad 1; \quad 9.$$

Kątom φ równym 0^0 i 360^0 odpowiadają największe wartości natężeń tzw. maksima główne (maximum maximorum), wartościom $\varphi = 120^0$ i 240^0 natężenia równe zeru — minima obrazu dyfrakcyjnego (lub raczej zgodnie z przyjętą przez nas terminologią — obrazu inter-



Rys. 267, a, b, c, d,

ferencyjnego), pomiędzy którymi przy $\varphi = 180^0$ otrzymujemy znów pewne wzmocnienie natężenia, słabsze jednak, niż przy $\varphi = 0^0$ i 360^0 tzw. maksimum wtórne.

Podobnie dla siatki o czterech szczelinach znajdziemy dwa maksima główne przy $\varphi = 0$ i $\varphi = 2\pi$, trzy minima przy $\varphi = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$ i wreszcie dwa maksima wtórne przy φ mniej więcej równym $\frac{3}{4}\pi$ i $\frac{5}{4}\pi$; dla siatki o pięciu szczelinach dwa maksima główne $(\varphi = 0, 2\pi)$, cztery minima $(\varphi = \frac{2}{5}\pi, \frac{4}{5}\pi, \frac{6}{5}\pi, \frac{8}{5}\pi)$ i trzy minima wtórne itd.

Gdy liczba N szczelin jest bardzo wielka, linię łamaną konstrukcji Fresnela możemy zastąpić linią krzywą, której elementarne odcinki $\Delta\xi$ są proporcjonalne do amplitud zaburzeń, wysyłanych przez poszczególne szczeliny. Dla $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi$ krzywa przechodzi w linię prostą: amplituda

wypadkowa równa jest sumie arytmetycznej amplitud składowych, tym przeto różnicom faz odpowiadają maksima główne. Przy wszystkich innych wartościach kąta φ krzywa będzie czyniła zadość równaniu koła (por. wzór b ust. 9). Ze wzrostem φ promień tego koła będzie się zmniejszał, koniec przeto łuku o stałej długości $N\cdot\Delta\xi$ będzie się przybliżał do jego początku, tak że przy

$$\varphi=\frac{2\pi}{N}$$

łuk się zamknie, amplituda wypadkowa stanie się równa zeru. Przy dalszym wzroście φ łuk krzywej staje się dłuższy od obwodu koła, tak że jego koniec będzie się odsuwał od początku P; amplituda osiągnie pewną wartość w tym obszarze największą (maksimum wtórne), gdy koniec i początek łuku będą leżały na przeciwległych końcach średnicy koła, po czym znów zacznie się zmniejszać, dochodząc do wartości zero przy

$$\varphi=\frac{2\cdot 2\pi}{N}.$$

Zwiększając dalej kąt φ otrzymamy nowe minima za każdym razem, gdy φ będzie równe $\frac{m\cdot 2\pi}{N}$; dopiero, gdy m stanie się równe N, będziemy mieli nowe maksimum główne. Maksima główne powstają zatem przy różnicach faz równych

$$\varphi=q\cdot 2\pi=2q\cdot\pi, \tag{16}$$

gdzie q jest zerem lub dowolną liczbą całkowitą, minima przy

$$\varphi=2q\cdot\pi+\frac{2m\pi}{N}, \tag{16a}$$

gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą, mniejszą od N. W obszarze między dwoma miejscami o oświetleniu najmniejszym będzie zawsze leżało miejsce, którego oświetlenie będzie w danym obszarze największe. Z wystarczającym często przybliżeniem można przyjąć (por. ust. 9), że tym miejscom — maksima wtórne — odpowiada różnica faz

$$\varphi=2q\cdot\pi+\frac{(2m+1)\pi}{N}. \tag{16b}$$

W płaszczyźnie ogniskowej obiektywu lunety, przez którą obserwujemy zjawisko, powinniśmy zatem otrzymać między dwoma jasnymi prążkami,

których oświetlenie jest N^2 razy większe od oświetlenia przez pojedynczą szczelinę (maksima główne), $N-1$ prążków zupełnie ciemnych, oddzielonych jeden od drugiego prążkami nieco jaśniejszymi (maksima wtórne).

Pierwszy tego rodzaju prążek powstanie, gdy φ będzie mniej więcej równe $\frac{3\pi}{N}$, gdy więc długość krzywej konstrukcji **Fresnela** będzie wynosiła półtora obwodu koła o promieniu

$$3\pi\varrho_1 = N\cdot\Delta\xi,$$

wypadkowa przeto amplituda zaburzeń, interferujących w tym miejscu płaszczyzny ogniskowej, jest w przybliżeniu równa

$$2\varrho_1 = \frac{2}{3}\cdot\frac{N}{\pi}\cdot\Delta\xi,$$

natężenie zaś światła (z tym samym przybliżeniem)

$$I_1 = C\cdot(2\varrho_1)^2 = C\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{N^2}{\pi^2}\cdot\Delta\xi^2.$$

W maksimum głównym natężenie wynosi

$$I_0 = C(N\cdot\Delta\xi)^2 = C\cdot N^2\cdot\Delta\xi^2$$

stąd

$$I_1 = \frac{4}{9\pi^2}\cdot I_0 = \frac{4}{3^2\cdot\pi^2}\cdot I_0 = 0{,}045\ I_0.$$

Podobnie znajdziemy, że

$$I_2 = C\cdot(2\varrho_2)^2 = C\left(\frac{2}{5}\right)^2\cdot\frac{N^2}{\pi^2}\cdot\Delta\xi^2 = \frac{4}{5^2\pi^2}\cdot I_0 = 0{,}015\ I_0 \text{ itd.}$$

Oświetlenie zatem miejsc, w których powstają maksima wtórne, maleją w stosunku mniej więcej takim, jak kwadraty całkowitych liczb nieparzystych.

Przypuśćmy, że promienie padają prostopadle na siatkę ($\Theta = 0^0$); wzór (15) przybiera wtedy postać

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d\cdot\sin\Theta' = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot d\sin\mu, \tag{a}$$

gdzie, jak w ust. 9, μ oznacza kąt ugięcia promieni.

Minima, powstające w pobliżu środkowego maksimum głównego ($\varphi=0$), są utworzone przez interferencję promieni, ugiętych w kierunkach, wyznaczonych równaniem (16a), w którym $q=0$,

$$\frac{2m\pi}{N}=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\mu,$$

stąd

$$\sin\mu=\frac{m\cdot\lambda}{N\cdot d}.$$

Przy znaczniejszej nieco szerokości siatki Nd (rzędu kilku lub nawet paru centymetrów) dla bliższych środka prążków ciemnych (m niewielkie) można przyjąć

niemożliwe nawet!

$$\sin\mu\approx\mu,$$

skąd różnica kolejnych wartości

$$\delta=\mu_2-\mu_1=\mu_3-\mu_2=\frac{\lambda}{Nd}.$$

Prążki ciemne, a co za tym idzie, i rozmieszczone między nimi maksima wtórne są bardzo gęste, obraz więc powstający koło maksimum głównego ma wobec szybko zmniejszającego się oświetlenia prążków maksimów wtórnych małą rozciągłość, a ponieważ tego rodzaju rozkład oświetlenia powtarza się w sąsiedztwie każdego maksimum głównego, ostatecznie widzimy tylko te maksima w postaci cienkich jasnych prążków na prawie zupełnie ciemnym tle.

Jedna z siatek Rowlanda miała szerokość około 7 cm. Przy oświetlaniu światłem o długości fali 0,5 μ, padającym prostopadle na siatkę, szerokość kątowa prążka jasnego wynosiła

$$2\mu_1=\frac{0{,}5\cdot 10^{-4}}{7}=0{,}7\cdot 10^{-5}\approx 1{,}46',$$

odległość zaś kątowa od środka obrazu drugiego maksimum wtórnego, którego oświetlenie niewiele przekracza $\frac{1}{60}$ oświetlenia prążka środkowego, około

$$\mu_2'=\frac{0{,}75\cdot 10^{-4}}{7}=1{,}07\cdot 10^{-5}=2{,}2''.$$

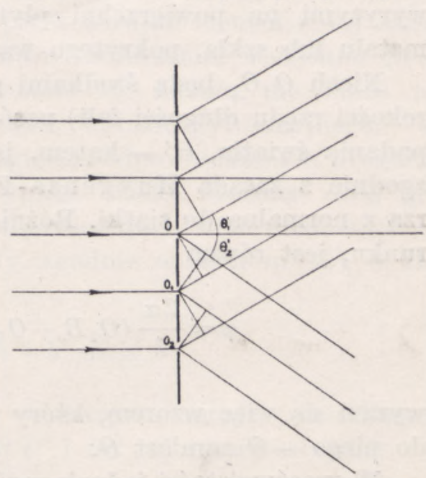
Rozciągłość zatem obrazu dyfrakcyjnego z każdej strony środka równa była 1,47″, a więc bardzo mała w porównaniu z odległością kątową pierwszego prążka maksimum głównego

$$\sin\mu'_{\max}=\frac{\lambda}{d},$$

wynoszącą przy $d=6.10^{-4}$ mm ($N=110000$) mniej więcej 54^0.

Gdy światło pada na siatkę prostopadle ($\Theta=0$) maksima główne są rozmieszczone symetrycznie względem środka obrazu. Różnica bowiem faz wiązek, wychodzących z dwóch sąsiednich szczelin i ugiętych w kierunkach symetrycznych względem normalnej (rys. 268) będzie miała tę samą wartość bezwzględną. Jeżeli więc umówimy się liczyć różnicę faz od szczeliny O, zaburzenie wysyłane przez szczeliny $O_1, O_2 \ldots$ pod kątem Θ', będą opóźnione, różnica faz między zaburzeniem, wysyłanym przez szczelinę O, i zaburzeniami, wysyłanymi przez szczeliny dalsze, będzie dodatnia, kąt Θ', będzie miał także wartość dodatnią, jak to wynika bezpośrednio ze wzoru (15)

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\Theta_1'$$



Rys. 268

Zaburzenia wysyłane przez szczeliny pod kątem Θ'_2, będą wyprzedzały zaburzenia, wysyłane przez O; różnica faz i co za tym idzie wartość kąta Θ'_2 będzie ujemna. Równym jednak wartościom bezwzględnym różnicy faz odpowiadać będą równe wartości bezwzględne kątów Θ'_1 i Θ'_2, maksima główne będą zatem powstawały w tych samych odległościach kątowych po obu stronach obrazu geometrycznego szczeliny oświetlającej, będziemy mieli

$$\sin\Theta_1' = \frac{q \cdot \lambda}{d} \quad \text{i} \quad \sin\Theta_2' = -\frac{q\lambda}{d}.$$

Symetria ta jest naruszona, gdy promienie padają na siatkę pod kątem $\Theta \neq 0$. Wtedy maksima główne są wyznaczone wzorem

$$\sin\Theta_1' = \frac{q \cdot \lambda}{d} + \sin\Theta \quad \text{i} \quad \sin\Theta_2' = -\frac{q \cdot \lambda}{d} + \sin\Theta.$$

Niech Θ będzie równe 45^0; kąty Θ_1' będą miały w siatce o 100 szczelinach na 1 mm kolejne wartości mniej więcej równe $49^0, 54^0, 59^0 \ldots$ kąty zaś $\Theta_2' = -41^0$, $-37^030'$, $-33^030', \ldots$; odległość więc kątowa od obrazu geometrycznego trzeciego np. maksimum głównego będzie wynosiła po jednej stronie 14^0, po drugiej $-11^030'$. Ta niesymetryczność staje się przy niewielkich, bliskich zera wartościach kąta Θ mała. Tak np. dla $\Theta = 1^0$, $\Theta_1' = 3^050'$, $6^045'$. $9^037', \ldots$; $\Theta_2' = -1^050', -4^045', -7^037' \ldots$

Odległości więc kątowe trzecich maksimów głównych będą miały po obu stronach w przybliżeniu tę samą wartość $8^037'$. Dlatego też przy używaniu siatki dy-

frakcyjnej przestrzeganie, aby światło padało na siatkę dokładnie pod kątem prostym, nie jest rzeczą konieczną; wystarczy, aby kąt Θ niewiele się różnił od zera. Za kąt ugięcia należy wszakże brać nie kąt Θ', lecz $\Theta'-\Theta$.

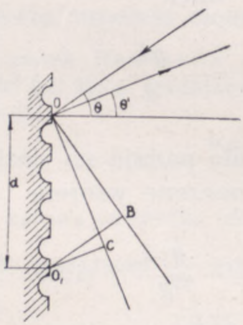
Analogiczny rozkład oświetlenia otrzymamy, używając siatki odbijającej, w której przezroczyste szczeliny są zastąpione przez odbijające paski zwierciadlane, leżące między nieprzezroczystymi rysami, wyrytymi na powierzchni płytki z materiału nieprzezroczystego np. metalu lub szkła, pokrytego warstwą srebra.

Niech O, O_1 będą środkami geometrycznymi bardzo cienkich (o szerokości rzędu długości fali) pasów zwierciadlanych (rys. 269) Θ — kątem padania światła, Θ' — kątem, jaki promienie, ugięte przez pas, będący zgodnie z zasadą Huygensa-Fresnela nowym źródłem światła, tworzą z normalną do siatki. Różnica faz zaburzeń, wysyłanych w tym kierunku, jest równa

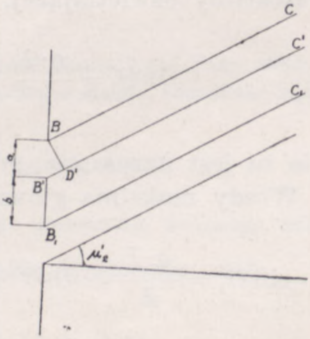
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(O_1B + O_1C) = \frac{2\pi}{\lambda} d(\sin\Theta' + \sin\Theta), \tag{17}$$

wyrazi się więc wzorem, który otrzymamy ze wzoru (15), podstawiając do niego $-\Theta$ zamiast Θ.

W rzeczywistości jednak zarówno przy użyciu siatek przezroczystych, jak i odbijających należy brać pod uwagę szerokość szczelin (lub pasów zwierciadlanych), zazwyczaj nawet w siatkach o rysach bardzo gęstych, o rzędzie wielkości 1 μ. Każda bowiem z tych szczelin daje własny obraz dyfrakcyjny, tym samym przeto założenie, że amplitudy zaburzeń, wy-



Rys. 269



Rys. 270

syłanych przez szczelinę, mają we wszystkich kierunkach wartości jednakowe, okazuje się niesłuszne. Obraz dyfrakcyjny w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu powstaje przez nałożenie na obraz dyfrakcyjny siatki o szczelinach bardzo cienkich obrazu dyfrakcyjnego poszczególnej szcze-

liny (ściślej mówiąc, obrazów dyfrakcyjnych poszczególnych szczelin; obrazy te są jednak, jak wiemy, identyczne i identycznie rozmieszczone, sprowadzają się przeto do obrazu jednej szczeliny).

Wyznaczając więc rozkład oświetleń, musimy brać pod uwagę nie tylko różnicę dróg promieni, wysyłanych przez odpowiadające sobie geometrycznie elementy powierzchni sąsiednich szczelin, lecz również i różnicę dróg promieni, wysyłanych przez skrajne elementy tej samej szczeliny. W kierunku bowiem, w którym zaburzenia, wysyłane przez elementy pojedynczej szczeliny, wzajemnie się znoszą, nie może powstać w żadnym przypadku jasny prążek obrazu dyfrakcyjnego. Tak np. niech μ'_2 (rys. 270) będzie kątem ugięcia, odpowiadającym drugiemu maksimum głównemu obrazu dyfrakcyjnego siatki. Różnica dróg promieni BC i B_1C_1, wysyłanych przez odpowiadające sobie elementy powierzchni sąsiednich szczelin, jest wtedy, zgodnie ze wzorem (15), w którym kładziemy $\Theta=0$, i (16), równa

$$2\lambda = d \cdot \sin \mu'_2 = (a+b) \sin \mu'_2,$$

gdzie a jest szerokością szczeliny, b — odstępem między szczelinami; różnica zaś dróg skrajnych promieni $B'C'$ i BC tej samej szczeliny wynosi

$$\Delta = B'D' = a \sin \mu'_2.$$

Gdy $a=b$, $\Delta=\lambda$, kierunkowi więc μ'_2 odpowiada ciemny prążek obrazu dyfrakcyjnego szczeliny, wobec czego w obrazie dyfrakcyjnym siatki drugiego maksimum nie będzie. Podobnie rzecz się będzie miała z 4, 6... $2q$-tym maksimum, będziemy bowiem mieli

$$2q\lambda = 2a \cdot \sin \mu'_{2q} \quad \text{i} \quad m\lambda = a \sin \mu'_{2q}.$$

Pozostaną jedynie nieparzyste maksima obrazu dyfrakcyjnego siatki, dla których

$$(2q+1)\lambda = 2a \sin \mu'_{2q+1} \quad \text{i} \quad (2m+1)\frac{\lambda}{2} = a \sin \mu'_{2q+1}.$$

Maksima te będą miały natężenia stopniowo, w miarę wzrostu kąta ugięcia, malejące (por. ust. 9), tak że maximum maximorum oświetlenia będzie w prążku jasnym, leżącym w obrazie geometrycznym źródła.

W ten sam sposób można wykazać, że gdy $a=\frac{b}{2}$, w obrazie dyfrakcyjnym siatki znikną maksima główne: trzecie, szóste, dziewiąte itd.; gdy $a=\frac{b}{3}$, znikną: czwarte, ósme, dwunaste itd.

Amplituda zaburzeń, wysyłanych przez poszczególne szczeliny w kierunku μ, wyznaczonym ze wzoru (p. ust. 9)

$$\sin\mu = \cos\alpha' - \cos\alpha = \sin\Theta' - \sin\Theta,$$

wynosi (p. wzór f, ust. 9)

$$M' = C' \cdot \frac{\sin 2\pi \frac{a \sin\mu}{2\lambda}}{2\pi \frac{a \sin\mu}{2\lambda}}.$$

Różnica zaś faz zaburzeń, wysyłanych przez odpowiadające sobie geometrycznie elementy powierzchni dwóch szczelin sąsiednich, jest, zgodnie z równaniem (15), równa

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot d \cdot}{\lambda} \sin\mu.$$

Wobec tego, przyjmując fazę początkową zaburzenia, wysyłanego przez szczelinę, od której liczymy różnicę faz, za równą zeru, możemy zaburzenie wypadkowe wyrazić wzorem

$$Y = C \cdot M' \left\{ \sin\frac{2\pi t}{T} + \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) + \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\varphi\right) + \ldots + \sin\left[\frac{2\pi t}{T} + (N-1)\varphi\right]\right\}.$$

Jest to suma N wektorów równych, których kąty z osią odniesienia wzrastają w postępie arytmetycznym; faza zatem wektora wypadkowego jest średnią arytmetyczną faz wektorów krańcowych: 0 i $(N-1)\varphi$, mamy więc

$$Y = C \cdot M \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N-1}{2}\varphi\right).$$

Podobnie znajdujemy, że suma N wektorów

$$Y' = CM'\left[\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right) + \ldots + \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - N\varphi\right)\right]$$

jest równa

$$Y' = CM \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N+1}{2}\varphi\right),$$

amplituda bowiem wektora wypadkowego zależy nie od wartości bezwzględnych, lecz od różnicy faz. Mamy przeto

$$Y' - Y = C \cdot M\left[\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N+1}{2}\varphi\right) - \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N-1}{2}\varphi\right)\right] =$$

$$= CM'\left[\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - N\varphi\right) - \sin\frac{2\pi t}{T}\right],$$

skąd

$$M' \cdot 2\sin\left(-\frac{N\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N\varphi}{2}\right) = M \cdot 2\sin\left(-\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{N\varphi}{2}\right),$$

wobec czego

$$M = M' \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} = C' \cdot \frac{\sin 2\pi \frac{a \sin \mu}{2\lambda}}{2\pi \frac{a \sin \mu}{2\lambda}} \cdot \frac{\sin 2\pi N \frac{a \sin \mu}{2\lambda}}{\sin 2\pi \frac{a \sin \mu}{2\lambda}}. \tag{18}$$

Szczelina o szerokości rzędu długości fali nie daje, jak wiemy, obrazu dyfrakcyjnego; amplitudy zaburzeń, przez nią wysyłanych, mają we wszystkich kierunkach wartości jednakowe, M' równe jest C', mamy wtedy

$$M = C' \frac{\sin 2\pi N \cdot \frac{d \sin \mu}{2\lambda}}{\sin 2\pi \cdot \frac{d \sin \mu}{2\lambda}} \tag{18a}$$

lub kładąc

$$2\pi d \frac{\sin \mu}{2\lambda} = u,$$

$$M = C' \frac{\sin Nu}{\sin u} = C'B. \tag{18b}$$

Dla $u = q\pi$, $B = N$ i $M = C'N$.

Maksima główne powstają zatem w kierunkach, wyznaczonych wzorem

$$2\pi d \sin \mu = 2\pi \cdot \lambda = q \cdot 2\pi \cdot \lambda \quad \text{lub} \quad \sin \mu = \frac{q\lambda}{d},$$

a którym odpowiadają różnice faz

$$\varphi = \frac{2\pi d \cdot \sin \mu}{\lambda} = q \cdot 2\pi,$$

zgodnie ze wzorem (16). Dla

Dla $u = q\pi + \frac{m\pi}{N}$, gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą, mniejszą od N,

$$M = 0.$$

Minima powstają przeto w kierunkach

$$\sin \mu = \frac{q\lambda + \frac{m}{N}\lambda}{d},$$

którym odpowiadają różnice faz

$$\varphi = \frac{2d\pi \cdot \sin \mu}{\lambda} = q \cdot 2\pi + \frac{m}{N} \cdot 2\pi,$$

zgodnie ze wzorem (16a).

Kierunki, w których powstają maksima główne i wtórne, wyznaczamy, biorąc pochodną M względem u i przyrównując ją do zera,

$$\frac{dM}{du} = C' \frac{dB}{du} = C' \frac{N \cdot \cos Nu \cdot \sin u - \sin Nu \cdot \cos u}{\sin^2 u} = 0$$

lub

$$C' \frac{\sin Nu}{\sin u} (N \cdot \operatorname{ctg} Nu - \operatorname{ctg} u) = C' B (N \operatorname{ctg} Nu - \operatorname{ctg} u) = 0 .$$

Ponieważ $B = 0$ tylko dla wartości u, wyznaczających minimum amplitudy, warunek maksimum wyrażony jest równaniem

$$N \operatorname{ctg} Nu = \operatorname{ctg} u . \tag{b}$$

Pierwiastki tego równania można znaleźć graficznie, kreśląc krzywe $z = \operatorname{ctg} Nu$ i $z = \operatorname{ctg} u$ i znajdując ich punkty przecięcia. Okazuje się, że równanie to jest spełnione nie tylko dla $u = \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$ gdy otrzymujemy maksima główne, lecz i dla wartości pośrednich. Tych pośrednich pierwiastków jest między dwoma kolejnymi pierwiastkami $q\pi$ i $(q+1)\pi$ (maksima główne) $N-2$. Z wystarczającym zazwyczaj przybliżeniem można je przyjąć za równe

$$u_1 = q\pi + \frac{3}{2} \frac{\pi}{N} ; \quad u_2 = q \cdot \pi + \frac{5}{2} \cdot \frac{\pi}{N} \ldots$$

zgodnie ze wzorem (16b).

Ze wzoru (b) wynika, że

$$N^2 \frac{\cos^2 Nu}{\sin^2 Nu} = \frac{\cos^2 u}{\sin^2 u},$$

skąd

$$\frac{\sin^2 Nu}{\sin^2 u} = \frac{N^2}{1 + (N^2 - 1) \sin^2 u} .$$

Oświetlenie więc miejsc, w których tworzą się prążki jasne, a którego miarą jest M^2, wynosi

$$I = C^2 B^2_{\max} = C^2 \frac{N^2}{1 + (N^2 - 1) \sin^2 u} . \tag{19}$$

W tych miejscach, w których powstają maksima główne, $\sin u = 0$, oświetlenie zatem

$$I_0 = C^2 N^2, \tag{19a}$$

w miejscach zaś, gdzie tworzą się maksima wtórne, oświetlenia są mniej więcej równe

$$I_0' = C^2 \frac{N^2}{1 + (N^2 - 1) \sin^2 \dfrac{\left(m + \dfrac{1}{2}\right) \pi}{N}} \tag{c}$$

Kąt $\frac{\left(m+\frac{1}{2}\right)\pi}{N}$ jest zawsze różny od zera, oświetlenia zatem w tych miejscach są zawsze mniejsze od I_0 i to tym mniejsze, im większe jest m, a więc im w większej od maksimum głównego odległości leży dane maksimum wtórne. Mamy

$$u = q\cdot\pi + \frac{3}{2}\frac{\pi}{N},\quad q\cdot\pi + \frac{5}{2}\frac{\pi}{N}\ldots$$

Dla małych wartości m (maksima wtórne bliskie maksimum głównego) możemy przyjąć

$$\sin^2 u \approx \left(\frac{3}{2}\frac{\pi}{N}\right)^2,\quad \left(\frac{5}{2}\frac{\pi}{N}\right)^2\ldots,$$

skąd po podstawieniu do (c) i uwzględnieniu równania (19a) otrzymujemy

$$\frac{I'_0}{C^2N^2} = \frac{I'_0}{I_0} \approx \frac{4}{9\pi^2},\quad \frac{4}{25\pi^2},\ldots$$

natężenie względne jest zatem niezależne od liczby szczelin. Do tych wartości zdąża istotnie wartość natężenia względnego, gdy N jest dostatecznie wielkie (mniej więcej większe od 15). Dokładne obliczenie daje wtedy

$$\frac{I'_0}{I_0} = 0{,}0447;\quad \frac{I''_0}{I_0} = 0{,}0161;\quad \frac{I'''_0}{I_0} = 0{,}0082.$$

W siatce o szczelinach szerokich $M' \neq C$. Amplituda wypadkowa wyraża się wzorem (18). Ponieważ

$$\frac{\sin 2\pi \frac{a\sin\mu}{2\lambda}}{2\pi\frac{a\sin\mu}{2\lambda}} < 1$$

i zmniejsza się ze wzrostem μ, oświetlenia miejsc, w których powstają boczne maksima główne, są zawsze mniejsze od oświetlenia maksimum środkowego i maleją ze wzrostem różnicy dróg promieni interferujących.

Gdy μ jednocześnie czyni zadość równaniu

$$\sin\mu = \frac{q\cdot\lambda}{d},$$

wyrażającemu warunek powstania maksimum głównego w obrazie dyfrakcyjnym siatki, i równaniu

$$\sin\mu = \frac{m\lambda}{a},$$

(por. wzór 10), wyrażającemu warunek minimum w obrazie dyfrakcyjnym szczeliny, dane maksimum główne znika. Mamy wtedy

$$\frac{q}{d} = \frac{m}{a}$$

lub

$$\frac{d}{a} = \frac{q}{m}.$$

Gdy $d = 2a$, $q = 2m$, znikają wszystkie parzyste maksima; gdy $d = 3a$, $q = 3m$, znika co trzecie maksimum główne itd.

12. POWSTAWANIE WIDM DYFRAKCYJNYCH. POMIAR DŁUGOŚCI FALI. SPEKTROSKOP SCHODKOWY

Rozmieszczenie prążków dyfrakcyjnych jest, jakeśmy się przekonali, zależne od długości fali użytego światła. Oświetlając siatkę światłem niejednorodnym, otrzymamy tyle wzajemnie niezależnych układów prążków jasnych, ile różnych długości fal wysyła użyte źródło; w świetle białym układy te będą stanowiły barwny pas od fioletu do czerwieni. Siatka podobnie, jak pryzmat, rozszczepia padające na nią światło, wytwarzając analogiczne do widma pryzmatycznego widmo dyfrakcyjne. Widma te są trojakiego rodzaju: widma, wytwarzane przez każdą z poszczególnych szczelin (widma pierwszej klasy), powstające w kierunkach, czyniących zadość równaniu (10b); widma, wytwarzane przez interferencję promieni, wychodzących ze wszystkich szczelin pod kątami, spełniającymi równanie (16) (widma drugiej klasy) i wreszcie (widma trzeciej klasy), wytwarzane przez maksima wtórne obrazu dyfrakcyjnego siatki. Widma tej ostatniej klasy mają, jakeśmy to stwierdzili, tak małe natężenia, że zazwyczaj są niedostrzegalne, widma klasy pierwszej jedynie osłabiają (lub nawet całkowicie znoszą) boczne maksima główne, ostatecznie więc pozostają, jako widma dyfrakcyjne, widma klasy drugiej.

W przeciwieństwie do pryzmatu siatka dyfrakcyjna daje nie jedno, lecz szereg widm coraz to wyższego rzędu interferencji, w których barwy są rozmieszczone w porządku odwrotnym do porządku barw w widmie pryzmatycznym. Bliżej środka obrazu leży w każdym widmie jego kraniec fioletowy, dalej — czerwony; najmniejszy zatem kąt odchylenia od kierunku promieni, padających na siatkę, tworzą w każdym widmie promienie o najkrótszej długości fali, jak to zresztą wynika z równań (15) i (16)

$$\sin\Theta' = \frac{q\lambda}{d} + \sin\Theta.$$

W środku obrazu dyfrakcyjnego (w obrazie geometrycznym źródła) różnica faz jest dla wszystkich długości fal równa zeru, w świetle białym przeto środek obrazu jest zawsze biały.

Długości kątowe widm, otrzymanych przy oświetleniu światłem białym, znajdziemy ze wzoru (16), przyjmując, dość zresztą dowolnie, że

skrajne długości fal są odpowiednio równe $\lambda_f = 0{,}4\ \mu$ (skrajny fiolet) i $\lambda_c = 0{,}75\ \mu$ (skrajna czerwień). Kładąc $\Theta = 0$ i $\Theta' = \mu$, znajdujemy, że widmo rzędu pierwszego zawarte jest w granicach

$$\sin \mu_f' = \frac{0{,}4}{d}; \quad \sin \mu_c' = \frac{0{,}75}{d},$$

widmo rzędu drugiego

$$\sin \mu_f'' = \frac{2.0{,}4}{d} = \frac{0{,}8}{d}; \quad \sin \mu_c'' = \frac{2.0{,}75}{d} = \frac{1{,}5}{d},$$

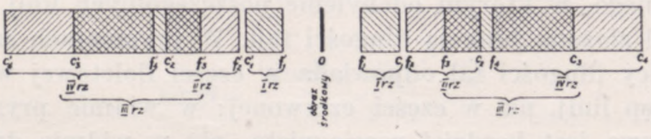
widmo rzędu trzeciego

$$\sin \mu_f''' = \frac{3.0{,}4}{d} = \frac{1{,}2}{d}; \quad \sin \mu_c''' = \frac{3.0{,}75}{d} = \frac{2{,}25}{d} \quad \text{itd.}$$

Stąd wynika, że $\sin \mu_c' < \sin \mu_f''$, widmo rzędu drugiego powstaje poza granicami widma rzędu pierwszego; widmo jednak rzędu drugiego nakłada się swym krańcem czerwonym na kraniec fioletowy widma rzędu trzeciego, gdyż $\sin \mu_c'' > \sin \mu_f'''$, podobnie widmo rzędu trzeciego nakłada się częściowo na widmo rzędu czwartego itd.

W siatce o 100 szczelinach na 1 mm ($d = 0{,}01$ mm) długość widma rzędu pierwszego zawarta jest w granicach od $\mu_f' = 2^0 17'$ do $\mu_c' = 4^0 18'$, równa jest przeto $2^0 1'$; widma rzędu drugiego, sięgającego od $\mu_f'' = 4^0 35'$ do $\mu_c'' = 8^0 38'$, wynosi $4^0 3'$; widma rzędu trzeciego, rozpościerającego się od $\mu_f''' = 6^0 53'$ do $\mu_c''' = 13^0$, wynosi $6^0 7'$.

W płaszczyźnie ogniskowej obiektywu lunety obserwacyjnej otrzymamy zatem obraz mniej więcej taki, jak na schematycznym rysunku 271;



Rys. 271

widma, zgodnie z tym, co stwierdziliśmy w ust. 11, będą symetrycznie rozmieszczone względem środka.

Odległość ε prążka jasnego, odpowiadającego długości fali λ, od środka obrazu wynosi

$$\varepsilon = \mathcal{F} \cdot \operatorname{tg} \Theta' = \mathcal{F} \cdot \operatorname{tg} \mu,$$

dla małych zatem kątów ugięcia

$$\varepsilon = \mathcal{F} \cdot \operatorname{tg} \mu \approx \mathcal{F} \cdot \sin \mu = \mathcal{F} \frac{q \cdot \lambda}{d}$$

i

$$\Delta\varepsilon = \mathcal{F} \cdot \frac{q \cdot \Delta\lambda}{d}, \tag{a}$$

a więc wzrasta proporcjonalnie do długości fali.

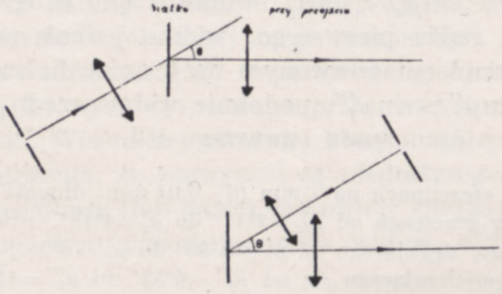
Warunek ten na ogół nie jest spełniony dla widm rzędu wyższego; można mu jednak uczynić zadość, ustawiając siatkę pod takim kątem Θ do promieni padających, aby

$$\sin\Theta = \pm \frac{q\lambda}{d},$$

wtedy

$$\sin\Theta' = \mp \frac{q\lambda}{d} \pm \sin\Theta = 0 \quad \text{i} \quad \Delta\varepsilon = \mathcal{F} \cdot \Delta\Theta' = \frac{\mathcal{F} q \cdot \Delta\lambda}{d \cos\Theta},$$

jest, wobec tego, że $\cos\Theta' = 1$, proporcjonalne do przyrostu długości fali (rys. 272).



Rys. 272

Tego rodzaju widmo nazywamy normalnym w odróżnieniu od widma pryzmatycznego, w którym odchylenie poszczególnych linij widmowych jest na ogół złożoną funkcją długości fali. W pryzmatach szklanych tej samej różnicy długości fal odpowiada w części fioletowej większy wzajemny odstęp linij, niż w części czerwonej: w widmie pryzmatycznym część fioletowa jest bardziej rozciągnięta, niż w widmie dyfrakcyjnym (rys. 273 u góry widmo dyfrakcyjne, u dołu — pryzmatyczne).

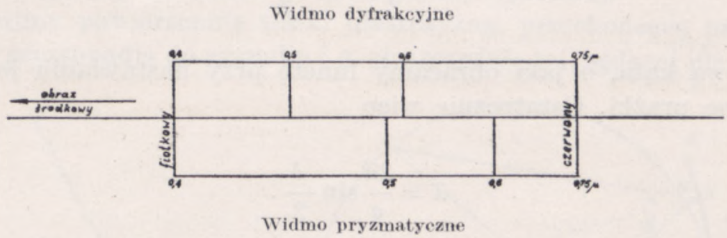
Ta prosta zależność między długością fali światła i kątem ugięcia pozwala na użycie siatki dyfrakcyjnej do dokładnego pomiaru długości fali.

Ze wzorów (15) i (16) otrzymujemy na położenie prążków jasnych, odpowiadających mierzonej długości fali

$$\sin\Theta' - \sin\Theta = \frac{q \cdot \lambda}{d}$$

wystarczy zatem zmierzyć kąty Θ i Θ' oraz znać stałą siatki d, aby móc wyznaczyć λ z widma dowolnego rzędu q.

Przy pomiarach dokładniejszych napotyka się wszakże dość duże trudności, przede wszystkim przy wyznaczaniu stałej siatki d. Zazwyczaj postępuje się w ten sposób, że mierzy się szerokość siatki, a następnie przesuwając ją pod mikroskopem liczy się rysy siatki. W siatkach



Rys. 273

o dużej liczbie rys liczenie jest uciążliwe, co więcej przy małych wartościach d obserwacja wymaga mikroskopu o dużej rozwartości optycznej (por. ust. 13).

Niemałe też trudności nastręcza dokładne wyznaczenie kąta padania Θ, a to dlatego, że nie łatwo jest dokładnie wyznaczyć kierunek normalnej do siatki. Trudność tę można usunąć, oświetlając siatkę promieniami, padającymi pod kątem, możliwie mało różniącym się od kąta prostego i mierząc odległość kątową od środka obrazu dwóch prążków tej samej długości fali i tego samego rzędu interferencji, lecz położonych po przeciwnych stronach środka. Mamy wtedy

$$\sin\Theta_1' - \sin\Theta = \frac{q\cdot\lambda}{d} \quad \text{i} \quad \sin\Theta_2' - \sin\Theta = -\frac{q\lambda}{d},$$

stąd

$$\sin\Theta = \frac{\sin\Theta_1' + \sin(-\Theta_2')}{2}.$$

i

$$\frac{q\lambda}{d} = \sin\Theta_1' - \frac{\sin\Theta_1' + \sin(-\Theta_2')}{2} = \frac{\sin\Theta_1' - \sin(-\Theta_2')}{2} =$$

$$= 2\sin\frac{\Theta_1' + \Theta_2'}{2}\cos\frac{\Theta_1' - \Theta_2'}{2}.$$

Ponieważ przez Θ_2' oznaczamy bezwzględną wartość tego kąta odchylenia, $\frac{\Theta_1'-\Theta_2'}{2}$ jest kątem bardzo małym, rzędu wielkości kąta Θ, mało, według założenia, różniącego się od zera, kąt zaś

$$\frac{\Theta_1'+\Theta_2'}{2}=\frac{\delta}{2}$$

jest połową kąta, o jaki obracamy lunetę przy nastawianiu jej kolejno na badane prążki. Ostatecznie więc

$$\lambda=\frac{2d}{q}\sin\frac{\delta}{2}.$$

Z innych metod, obmyślonych dla zmniejszenia błędu pomiaru, opiszemy jedynie metodę najmniejszego odchylenia. Niech Θ' będzie kątem, wyznaczającym kierunek maksimum głównego danej długości fali w widmie badanego rzędu. Odchylenie promieni wynosi

$$\delta=\Theta-\Theta'.$$

Ze zmianą kąta Θ odchylenie to zmienia się o

$$\frac{d\delta}{d\Theta}=1-\frac{d\Theta'}{d\Theta},$$

a ponieważ

$$\sin\Theta'-\sin\Theta=\frac{q\lambda}{d},$$

przeto

$$\frac{d\Theta'}{d\Theta}=\frac{\cos\Theta}{\cos\Theta'}.$$

Gdy

$$\frac{d\delta}{d\Theta}=1-\frac{\cos\Theta}{\cos\Theta'}=0,$$

odchylenie ma wartość najmniejszą; wtedy

$$\cos\Theta=\cos\Theta'=\cos((\Theta-\delta)=\cos(\delta-\Theta) \quad \text{i} \quad \delta=2\Theta.$$

Normalna do siatki jest dwusieczną kąta odchylenia: promienie ugięte tworzą z normalną ten sam kąt, co promienie padające, leżą jednak po drugiej stronie normalnej (rys. 274). Ustawiając zatem siatkę, tak aby niewielki obrót siatki dokoła osi równoległej do szczeliny, wywoływał nieznaczną jedynie zmianę odległości kątowej obrazu środkowego od danego prążka, mierzymy tę odległość i ze wzoru

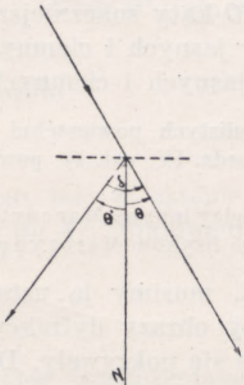
$$\sin\Theta'-\sin\Theta=2\sin\frac{\delta}{2}=\frac{q\lambda}{d}$$

wyznaczamy długość fali.

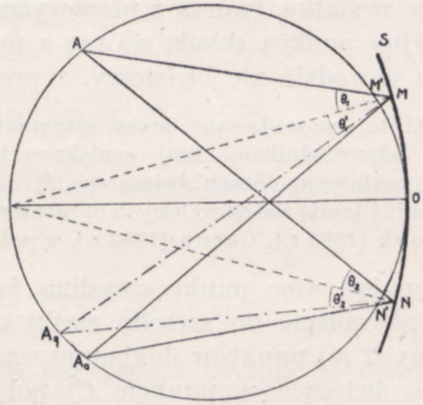
R o w l a n d zastąpił (1882 r.) w tych pomiarach siatki płaskie przez siatki, nakreślone na wklęsłej stronie kulistej powierzchni odbijającej.

Niech S będzie tego rodzaju siatką o znacznym promieniu krzywizny, C — jej środkiem krzywizny (rys. 275); rysy na siatce niech odpowiadają przecięciom powierzchni siatki płaszczyzną, równoległą do płaszczyzny, przechodzącej przez środek krzywizny C i środek geometryczny siatki O (płaszczyzna jest prostopadła do płaszczyzny rysunku).

Przetnijmy powierzchnię siatki płaszczyzną, przechodzącą przez promień OC i prostopadłą do rysunku i w płaszczyźnie tej, będącej płaszczyzną



Rys. 274



Rys. 275

rysunku, opiszmy na OC, jak na średnicy, koło $OACO$. Każdy element powierzchni siatki, leżący w pobliżu punktu M czy N tej płaszczyzny i do niej prostopadły, możemy, o ile chodzi o promienie, leżące w tej płaszczyźnie lub tworzące z nią kąt niewielki, uważać za element powierzchni płaskiej, kąty zatem Θ_1 i Θ_2, jakie z normalną do siatki (promieniami siatki CO, CM, $CN\ldots$) tworzą wiązki promieni, wychodzące z punktu świecącego A, umieszczonego na obwodzie koła $OACO$, i padające na elementy (dowolnie wybrane) M i N powierzchni siatki, za równe. Kąty te bowiem nieskończenie mało różnią się od kątów $AM'C$ i $AN'C$, opierających się na tym samym łuku AC. Podobnie promienie, ugięte przez elementy M i N i przecinające się w punkcie A_q koła $OACO$, tworzą z normalną do siatki kąty równe, tak że $\Theta_1' = \Theta_2'$. Jeżeli zatem dla promieni, ugiętych w kierunku MA_q przez element M, spełniony jest warunek (p. wzór 17)

$$\sin\Theta_1' + \sin\Theta_1 = \frac{q\cdot\lambda}{d},$$

jest on spełniony i dla promieni, ugiętych przez wszystkie pozostałe elementy siatki. W punkcie A_q otrzymujemy zatem maksimum główne

rzędu q. Maksima te są rozmieszczone na obwodzie koła $OACO$ po obu stronach obrazu geometrycznego A_0 punktu świecącego, w którym przecinają się promienie odbite prawidłowo, dla których zatem

$$\Theta_1' = \Theta_2' = -\Theta_1 = -\Theta_2,$$

$$\sin\Theta_1' + \sin\Theta = 0.$$

Tak jednak jest tylko wtedy, gdy, jak to wyżej założyliśmy, promienie leżą w płaszczyźnie $OCAO$ lub co najwyżej w płaszczyźnie, tworzącej z nią kąt niewielki. Ponieważ jednak w rzeczywistości promienie, trafiające w siatkę, tworzą z płaszczyzną $OACO$ kąty znaczniejsze, obraz dyfrakcyjny punktu składa się nie z punktów jasnych i ciemnych, lecz, czego tu dowodzić nie będziemy, z prążków jasnych i ciemnych.

Prążki te, spowodowane przez astygmatyzm kulistych powierzchni odbijających, są odpowiednikami linij ogniskowych (p. rozdz. IV, ust. 1) powstających zamiast punktowego obrazu świecącego A.

Dokładną teorię siatek wklęsłych opracowywali między innymi Mascart (1883 r.), Glazebrook (1883 r.), Cornu (1893 r.), z polskich zaś fizyków Merczyng 1883 r.).

Zastępując więc punkt szczeliną świecącą, musimy ją ustawić dokładnie równolegle do szczelin siatki tak, aby obrazy dyfrakcyjne poszczególnych jej punktów dokładnie wzajemnie się pokrywały. Dla $\Theta=0$ (szczelina świecąca w punkcie C) położenie prążków jest wyznaczone wzorem

$$\sin\Theta' = \frac{q\cdot\lambda}{d},$$

odstęp zaś wzajemny prążków (mierzony wzdłuż obwodu koła $OACO$) odpowiadających długościom fal λ i $\lambda+\Delta\lambda$,

$$\Delta\varepsilon = OC\cdot\Delta\Theta' = R\cdot\Delta\Theta' = R\cdot\frac{q}{d}\cdot\frac{\Delta\lambda}{\cos\Theta'} \qquad \text{(b)}$$

jest dla kątów małych ($\cos\Theta'=1$) proporcjonalny do $\Delta\lambda$. I tym razem przeto otrzymuje się przy zachowaniu tych samych warunków, co poprzednio, widmo normalne.

Przyjmijmy tak, jak to już czyniliśmy nieraz, że możemy odróżnić prążki, odpowiadające obrazom dyfrakcyjnym promieni o mało różniących się długościach fali np. λ i $\lambda-\Delta\lambda$, gdy maksimum główne jednego obrazu nakłada się na minimum obrazu drugiego. Mamy wtedy dla promieni, wysyłanych w tym samym kierunku przez skrajne szczeliny siatki

$$N\cdot\varphi_{\max} = 2qN\pi = 2\pi\frac{d\cdot N}{\lambda}(\sin\Theta' \pm \sin\Theta)$$

i

$$N\cdot\varphi_{\min}=2q\cdot N\cdot\pi+2\pi=2\pi(qN+1)=2\pi\cdot\frac{d\cdot N}{\lambda-\Delta\lambda}(\sin\Theta'\pm\sin\Theta),\qquad\text{(c)}$$

gdzie znak — dotyczy siatek przezroczystych, znak + siatek odbijających; (por. wzory 16 i 17), wobec czego, odrzucając $\Delta\lambda$, jako małe w porównaniu z λ i $qN\cdot\Delta\lambda$,

$$N(\sin\Theta'\pm\sin\Theta)=\frac{\lambda\cdot q\cdot N}{d}=\frac{\lambda\cdot qN+\lambda-q\cdot N\cdot\Delta\lambda}{d}$$

i ostatecznie

$$q\cdot N\cdot\Delta\lambda=\lambda.$$

Biorąc, jak w ustępie 10, za miarę zdolności rozszczepiającej stosunek λ do $\Delta\lambda$, znajdujemy

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=q\cdot N.\qquad(19)$$

Zdolność rozszczepiająca siatki jest proporcjonalna do ilości szczelin (nie do ich odległości wzajemnej) i do rzędu widma.

Tak np. dla rozszczepienia linii D_1 i D_2 sodu o długościach fal $\lambda=5895{,}9$ Å i $\lambda_2=5890$ Å w widmie rzędu pierwszego ($q=1$) należy użyć siatki o liczbie szczelin

$$N=\frac{5\,890}{5{,}9}\approx 998.$$

Rayleigh stwierdził, że linie te są widziane oddzielnie przy 1 130 szczelinach; założenie zatem, że dwa obrazy dyfrakcyjne są widziane oddzielnie, gdy maksimum jednego z nich przypada na minimum pierwsze drugiego, odpowiada rzeczywistemu przebiegowi zjawiska.

Podstawiając ze wzoru (c)

$$q=\frac{d}{\lambda}(\sin\Theta'\pm\sin\Theta),$$

mamy

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=\frac{d\cdot N}{\lambda}(\sin\Theta'\pm\sin\Theta)=\frac{l}{\lambda}(\sin\Theta'\pm\sin\Theta),\qquad(19a)$$

gdzie l jest szerokością siatki.

Siatka odbijająca, wykonana przez Michelsona, miała 30 cm szerokości. Przy $\Theta=\Theta'=45^0$ jej zdolność rozszczepiająca wynosiłaby, zgodnie ze wzorem (19a)

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=\frac{3.10^9}{\lambda}\sqrt{2}=3\cdot 1{,}46\cdot\frac{10^9}{\lambda},$$

a zatem dla $\lambda\approx 5.10^3$ Å

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\approx 9.10^5$$

i

$$\Delta\lambda\approx 0{,}0053 \text{ Å}.$$

Na zdolność rozszczepiającą pryzmatu znaleźliśmy w ust. 10 wzór

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=d\cdot\frac{dn}{d\lambda},$$

skąd, stosując wzór Cauchy'ego, otrzymaliśmy dla pryzmatu normalnego z flintu Rosette'a

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\approx 900\approx 10^3$$

A zatem pryzmat o tej samej zdolności rozszczepiającej, co siatka Michelsona, musiałby mieć podstawę długości 9 metrów; jasność jednak widma pryzmatycznego, oświetlonego przez całkowity strumień swiatła, padającego na pryzmat, jest o wiele większa od jasności widm siatki, z których każde oświetlone jest jedynie przez część padającego na siatkę strumienia.

Wzór (19a) wyznacza graniczną wartość zdolności rozszczepiającej; w praktyce zdolność ta jest ograniczona przez zbyt słabe oświetlenie widm wysokiego rzędu interferencji. Z tego też powodu w spektroskopach interferencyjnych poprzestaje się na widmach rzędu niższego, co, oczywiście, obniża zdolność rozszczepiającą przyrządu.

Inaczej jest w tzw. spektroskopie schodkowym Michelsona, utworzonym z szeregu płytek szklanych o tej samej grubości h, umieszczonych jedna na drugiej schodkowo (rys. 276).

Odkryte części płytek odgrywają rolę szczelin siatki dyfrakcyjnej. Gdy promienie padają na płytki prostopadle (kąt $\Theta=0$) różnica dróg optycznych promieni, wysyłanych też w kierunku prostopadłym do płytki ($\Theta'=0$) przez dwa sąsiednie schodki spektroskopu, jest równa

$$\Delta=(n-1)h.$$

Dla h zatem równego 7 mm (jest to najmniejsza grubość płytek, używanych przez Michelsona) i $n=1{,}5$ różnica dróg wynosi 7000 długości fal $\lambda=0{,}5\ \mu$. Różnica ta jest, oczywiście, jeszcze większa dla promieni, ugiętych pod kątem $\Theta'>0$. Mamy tu więc do czynienia z widmami bardzo wysokiego rzędu i tym samym przy niewielkiej nawet liczbie schodków (zazwyczaj około 20) przyrząd ma dużą zdolność rozszczepiającą.

Różnica dróg optycznych promieni, wysyłanych przez dwa sąsiednie schodki spektroskopu w kierunku Θ' wyznaczającym maksimum główne rzędu q wynosi

$$n \cdot h - a \cdot c = q \cdot \lambda \tag{d}$$

i wobec tego, że

$$ac = ab\cos(\alpha+\Theta') = \frac{h}{\cos\alpha}\cdot\cos(\alpha+\Theta') = h(\cos\Theta' - \sin\Theta'\,\mathrm{tg}\,\alpha).$$

Kąt Θ' jest zawsze w tym przypadku kątem małym, tak że

$$\sin\Theta' = \Theta'; \quad \cos\Theta' = 1$$

a zatem, uwzględniając, że $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{s}{h}$,

$$q\cdot\lambda = (n-1)\cdot h + s\cdot\Theta', \tag{e}$$

skąd

$$\frac{d\Theta'}{d\lambda} = \frac{1}{s}\left(q - \frac{dn}{d\lambda}h\right).$$

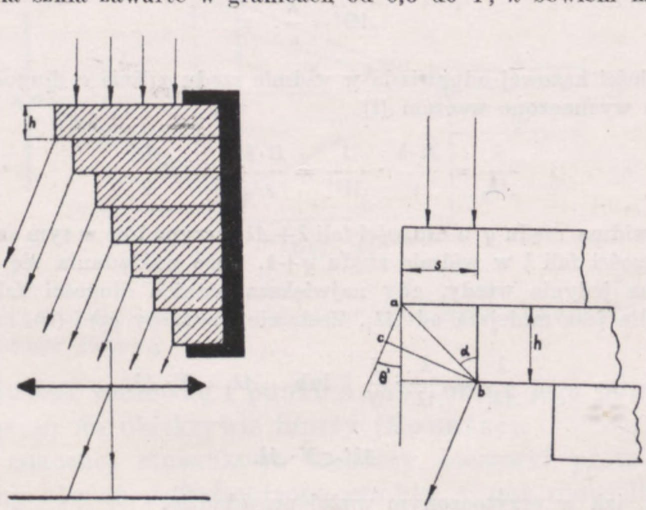
Podstawiając ze wzoru (e) przybliżoną wartość

$$q = \frac{n-1}{\lambda}\cdot h,$$

znajdujemy

$$\lambda\frac{d\Theta'}{d\lambda} = \frac{h}{s}\left[(n-1) - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right] = B\cdot\frac{h}{s}, \tag{f}$$

gdzie B jest dla szkła zawarte w granicach od 0,5 do 1; n bowiem może się w za-



Rys. 276

leżności od rodzaju szkła, zmieniać od 1,5 do 2, drugi zaś wyraz nawiasu jest bardzo mały.

Niech N będzie liczbą płytek, $N \cdot s$ jest wtedy szerokością wiązki padającej. Ze wzoru (13) wynika, że najmniejsza różnica kątów, jaki mogą tworzyć ze sobą wiązki, widziane oddzielnie, wynosi

$$\Delta\Theta' = \frac{\lambda}{N \cdot s},$$

zdolność zatem rozszczepiająca spektroskopu schodkowego jest równa

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \cdot \frac{h}{s\,\Delta\Theta'} = N \cdot \frac{B \cdot h}{\lambda} = \frac{N \cdot h}{\lambda} \cdot B, \tag{g}$$

a zatem jest proporcjonalna do liczby płytek. Powiększaniu tej liczby stoi wszakże na przeszkodzie szybkie zmniejszanie się ze wzrostem N natężenia światła przechodzącego, a to na skutek odbijania się światła od powierzchni rozdziału. Biorąc $h = 20$ mm, $N = 30$ i kładąc $B = n - 1$, mamy dla $\lambda = 0{,}5\ \mu$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{N \cdot h(n-1)}{\lambda} \approx N \cdot q = 600\,000.$$

A ponieważ dla rozszczepienia linij D_1 i D_2 wystarcza zdolność rozszczepiająca mniej więcej równa 1000, spektroskop Michelsona może rozszczepić linie, których odległość wynosi $\frac{1}{600}$ odległości linij sodu.

Przyrząd ten jednak może służyć tylko do analizowania widma, złożonego z niewielkiej liczby linij o długościach fal, zawartych w dość ciasnych granicach, kolejne bowiem widma są w bardzo małej wzajemnej odległości. Istotnie odległość kątowa linij o długościach fali λ w dwóch sąsiednich widmach rzędu q i $q+1$ jest, jak to wynika z podstawienia do równania (e) kolejno q i $q+1$ oraz Θ' i $\Theta' + \Delta\Theta'$,

$$\Delta\Theta' = \frac{\lambda}{s}.$$

Tej odległości kątowej odpowiada w widmie rzędu q linia o długości fali $\lambda + \Delta\lambda_1$, gdzie $\Delta\lambda_1$ jest wyznaczone wzorem (f)

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda_1} = \frac{B \cdot h}{s} \cdot \frac{1}{\Delta\Theta'} = \frac{B \cdot h \cdot s}{s \cdot \lambda} = B\frac{h}{\lambda}. \tag{h}$$

Linia zatem widma rzędu q o długości fali $\lambda + \Delta\lambda_1$ przypadnie w tym samym miejscu, co linia o długości fali λ w widmie rzędu $q+1$. Tego nakładania się widm różnych rzędów nie ma jedynie wtedy, gdy największa różnica długości fal $\Delta\lambda'$ promieni badanego źródła jest mniejsza od $\Delta\lambda_1$. Zestawiając wzory (g) i (h), znajdujemy

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda_1} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot \frac{1}{N} \quad \text{lub} \quad \Delta\lambda_1 = N \cdot \Delta\lambda,$$

a zatem

$$\Delta\lambda' < N \cdot \Delta\lambda.$$

Gdy więc, jak w przytoczonym wyżej przykładzie,

$$\Delta\lambda = \frac{5\,890}{600\,000} \approx 0{,}0097\ \text{Å},$$

$$\Delta\lambda' < 30 \cdot 0{,}0097 = 0{,}29\ \text{Å};$$

badane widmo nie może zajmować więcej, niż

$$\frac{0,29}{5,9} \approx \frac{1}{20}$$

odstępu między liniami D_1 i D_2.

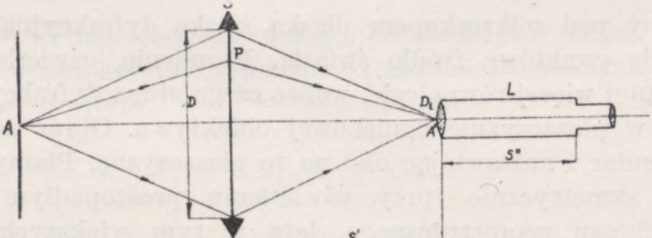
Spektroskop schodkowy nadaje się więc do analizowania linij widmowych (por. rozdz. VII, ust. 8).

13. OBRAZY MIKROSKOPOWE PRZEDMIOTÓW OŚWIETLONYCH

Obrazy dyfrakcyjne punktów lub szczelin świecących, wytwarzane przez otwory uginające, odgrywają, jak na to pierwszy zwrócił uwagę Abbe, ważną rolę przy powstawaniu obrazów tych właśnie otworów, gdy są one oświetlane wiązkami promieni optycznie spójnych (światło koherentne).

Teoria Abbego została w całości ogłoszona drukiem dopiero po jego śmierci w opracowaniu Lummera i Reichego (1910), częściowo jednak była znana od 1884 r. Z fizyków, którzy ją następnie opracowywali wymienimy Portera (1905 r.) i Wolfkego (1911, 1912 r.). Teorii tej nie będziemy tu szczegółowo rozpatrywali poprzestając na omówieniu podstawowych jej założeń.

Przypuśćmy, że badanym otworem uginającym, którego obraz chcemy otrzymać w lunecie L, jest soczewka S, oświetlona przez punktowe źródło światła prawie jednorodnego A (rys. 277).



Rys. 277

Źródłem tym może być np. mały otwór, przykryty czerwonym szkłem i oświetlony przez lampę łukową.

Ustawmy tak soczewkę i punkt A, aby obraz jego powstał w punkcie A', leżącym na obiektywie lunety (Bouasse).

Wobec znacznej stosunkowo średnicy soczewki promień środkowy jasnej plamy obrazu dyfrakcyjnego punktu A jest niewielki

$$r_s = 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot S'}{D},$$

(por. wzór 7, w którym zamiast $\mathcal{F}$ podstawiamy S'), tak że cały prawie strumień światła przechodzący przez soczewkę S jest skupiony w małym obszarze, leżącym koło punktu A'. Możnaby zatem przypuszczać, że wystarczy pozostawić odkrytą tylko tę część obiektywu lunety, aby otrzymać wyraźny obraz soczewki i nakreślonych na jej powierzchni (np. atramentem) linij P; okazuje się jednak, że tak nie jest. Takie przesłonięcie obiektywu nie tylko nie pozwala rozróżnić linij P, lecz nawet zaciera kontury soczewki. Dalsze zatem, niedopuszczane do oka pierścienie dyfrakcyjne mają mimo swego niewielkiego natężenia ważne znaczenie przy tworzeniu się obrazu soczewki.

Promień środkowej plamy obrazu dyfrakcyjnego punktu P soczewki, jaki daje luneta, równy jest

$$r_L = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda \cdot S''}{D_l},$$

biorąc zatem

$$D_l = 2r_s = 2.1{,}22 \cdot \frac{\lambda S'}{D},$$

mamy

$$r_L = \frac{D}{2} \cdot \frac{S''}{S'},$$

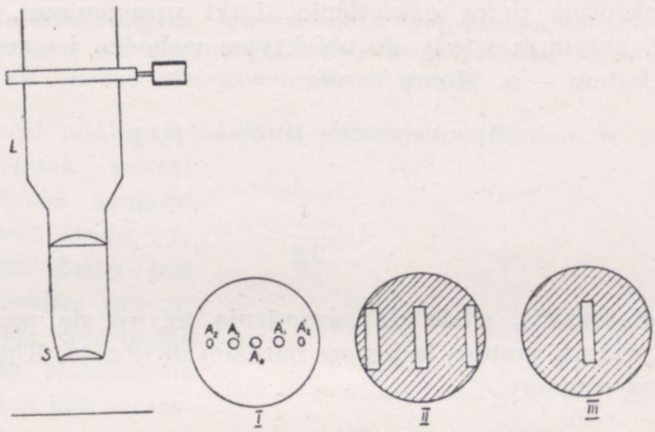
promień ten jest więc tego samego rzędu wielkości, co promień soczewki.

Umieśćmy pod mikroskopem płaską siatkę dyfrakcyjną, oświetloną przez odległe punktowe źródło światła. Promienie, oświetlające siatkę, są wtedy mniej więcej równoległe, wobec czego obraz dyfrakcyjny punktu tworzy się w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu. Obraz ten widzimy, usuwając okular i nastawiając oko na tę płaszczyznę. Plamy jasne, rozmieszczone symetrycznie (przy oświetleniu prostopadłym do siatki) względem obrazu geometrycznego, leżą w tym większych odstępach, im większa jest gęstość szczelin siatki. Podwojenie liczby szczelin zwiększa dwukrotnie odstępy między plamami.

Jeżeli liczba tych plam jest dostatecznie wielka, po założeniu okularu zobaczymy obraz siatki (achromatyczny), w którym odstęp między obrazami szczelin będzie prawie dokładnie odpowiadał odstępowi między szczelinami siatki. Gdy jednak umieścimy w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu przesłonę II (rys. 278), która będzie przepuszczała jedynie światło plamy środkowej i bocznych plam parzystych, otrzymamy obraz siatki o dwukrotnie mniejszym odstępie szczelin, odstępy bowiem plam jasnych (A_0A_2, A_0A_2') są tym razem dwa razy większe. Umieszczając przesłonę III, przepuszczającą jedynie światło plamy środkowej, otrzymamy pole widzenia jednostajnie oświetlone, tak jak gdyby siatki wcale

nie było. Jeżeli jednak przesłonę III obrócimy o 90°, otrzymamy taki obraz siatki, jak bez przesłony (Abbe).

Obraz zatem, jaki ostatecznie widzimy, odpowiada takiej siatce, jakiej obraz dyfrakcyjny w płaszczyźnie ogniskowej jest identyczny z obrazem, który widzimy po usunięciu okularu. Dla otrzymania więc obrazu, który by ujawnił budowę okresową siatki, musimy mieć w płaszczyźnie ogniskowej obraz dyfrakcyjny, składający się co najmniej z plamy



Rys. 278

środkowej i z widma rzędu pierwszego, do obiektywu muszą zatem (przy oświetleniu prostopadłym) wchodzić co najmniej promienie, ugięte pod kątem $\Theta' = \mu$, równym

$$\sin \mu = \frac{\lambda}{n \cdot d},$$

gdzie n oznacza współczynnik załamania w środowisku, w którym zachodzi ugięcie, λ – długość fali w próżni. Biorąc pod uwagę, że

$$n \cdot \sin \mu = n \cdot \sin u = A$$

rozwartości liczbowej (p. wzór 32, rozdz. IV), znajdujemy, że przy takim oświetleniu najmniejszy odstęp między szczelinami, który możemy dostrzec przy użyciu mikroskopu, wyrażony jest wzorem

$$d = \frac{\lambda}{A}. \tag{20}$$

W obiektywach immersyjnych można osiągnąć $A=1,5$ ($u=80^0$, $n=1,52$); oświetlając zatem przedmiot światłem o długości fali $\lambda=0,5\ \mu$, możemy stwierdzić budowę okresową siatki o odstępach szczelin

$$d=\frac{0,5}{1,5}=0,3\ \mu,$$

a więc o mniej więcej 3000 szczelin na mm. Granicę tę zmniejsza się prawie dwukrotnie przez oświetlenie siatki promieniami, padającymi ukośnie pod kątem u; wtedy do obiektywu wchodzą jeszcze promienie, ugięte pod kątem $-u$. Mamy zatem

$$|\sin\mu|=(\sin\Theta'-\sin\Theta)=2\sin u$$

i

$$d=\frac{\lambda}{2A}\ . \tag{20a}$$

W mikrofotografii, gdzie do oświetlenia używa się promieni fioletowej części widma, granica ta jeszcze bardziej się obniża. Kładąc $\lambda=0,4\ \mu$ $A=1,5$ otrzymujemy

$$d=\frac{0,4}{3}\approx 0,1\ \mu,$$

co odpowiada 10000 szczelin na mm.

Należy jednak zaznaczyć, że, jak wynika z teorii Abbego, podobieństwo między obrazem i przedmiotem jest tym większe, im większa jest liczba widm dyfrakcyjnych, powstających w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu. W granicznych przeto przypadkach, gdy tworzy się tylko jedno widmo dyfrakcyjne, nie można być pewnym, czy obraz podobny jest do przedmiotu.

Zjawisko jest zupełnie inne, gdy punkty przedmiotu oświetlonego wysyłają zaburzenia niespójne optycznie. Taki przypadek zachodzi, gdy przy pomocy odpowiedniego układu optycznego (**kondensora**), wytwarzamy na badanym przedmiocie obraz źródła oświetlającego, wysyłający z każdego punktu przedmiotu wiązkę, wypełniającą cały przekrój obiektywu mikroskopu. Wtedy każdy punkt przedmiotu staje się jakby niezależnym źródłem światła, dającym w mikroskopie swój własny obraz dyfrakcyjny. Oświetlenie w danym punkcie pola widzenia jest sumą oświetleń przez poszczególne punkty. Mamy wtedy do czynienia z przypadkiem, rozpatrywanym w ust. 8.

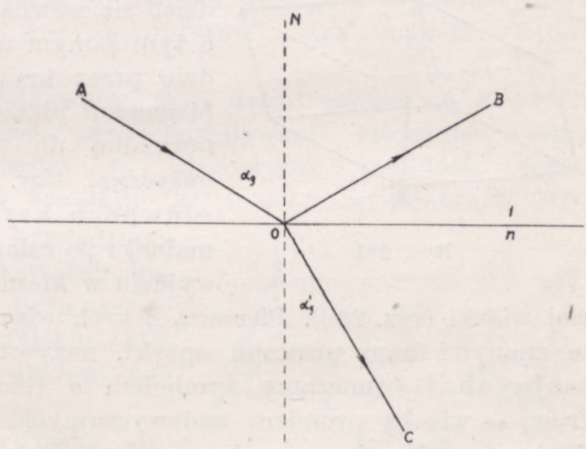
Na zgoła odmiennych zasadach opiera się tzw. obserwacja **ultramikroskopowa**. W niej bardzo małe przedmioty nieprzezroczyste (np. zawiesiny w cieczach lub gazach) oświetlone są w ten sposób, że do obiektywu wchodzi jedynie światło,

i

$$\sphericalangle BOC = \pi - \alpha_g' - \alpha_g = \frac{\pi}{2}.$$

Prawo Brewstera poddał sprawdzeniu doświadczalnemu (1830 r.) Seebeck, otrzymując wyniki, potwierdzające na ogół to prawo. Jamin wykazał (1845 r.), że w wielu przypadkach odbicie pod żadnym kątem padania nie daje światła spolaryzowanego prostoliniowo, tak że nie ma kąta całkowitej polaryzacji. Tak np. zachowują się ciała, których powierzchnie z tych lub innych powodów podległy zmianom fizycznym lub chemicznym, wobec czego powstały na nich cienkie warstewki o innych własnościach optycznych, niż podłoże.

Polaryzacji podlegają również promienie załamane w polaryzatorze. Są one jednak zawsze tylko częściowo spolaryzowane, nawet wtedy, gdy kąt padania równy jest kątowi całkowitej polaryzacji. Arago udowodnił (1850 r.), że płaszczyzna ich polaryzacji jest prostopadła do płaszczyzny polaryzacji promieni odbitych. Rzucając zatem wiązkę takich promieni na powierzchnię analizatora pod kątem α_g, największe natężenie światła odbitego otrzymamy, gdy płaszczyzny padania na polaryzator i analizator będą wzajemnie prostopadłe.



Rys. 280

Malus znalazł, że te same własności posiadają promienie, które uległy tzw. podwójnemu załamaniu w kryształach. Zjawisko to, o którym obszerniej będzie mowa w rozdziale następnym, zaobserwowane przez Bartholinusa (1671 r.) i gruntownie zbadane (1690 r.) przez Huygensa, polega na rozdzieleniu się wiązki, padającej na kryształ, na dwie wiązki, przebiegające w krysztale na ogół różne drogi.

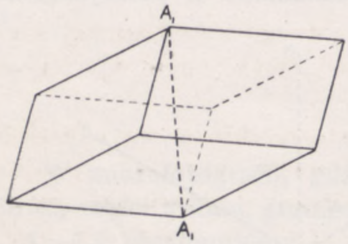
Zjawisko to szczególnie wyraźnie występuje w kalcycie (szpacie islandzkim), krysztale rombościennym o osi symetrii trzeciego rzędu (por. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II str. 274) A_1A_1, przechodzącej przez wierzchołki kryształu i tworzącej ze schodzącymi się w nim krawędziami kąty jednakowe. (rys. 281, gdzie kąt rozwarty równa się 101°54′, kąt zaś ostry 88°6′).

Okazuje się, że w kierunkach, tworzących te same kąty z osią symetrii (lub prostą do niej równoległą), kryształ posiada te same własności fizyczne. Z uwagi, że najwyraźniej cecha ta ujawnia się w jego własnościach optycznych, proste równoległe do osi symetrii, nazywamy osiami optycznymi kryształu.

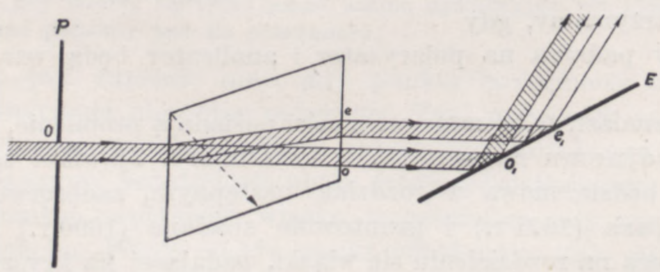
Ta równoległość osi optycznych do osi krystalograficznej cechuje wszakże tylko kryształy jednoosiowe.

Kalcyt, posiadając jeden taki wyróżniony kierunek, należy do twz. kryształów jednoosiowych.

Rzućmy wiązkę promieni równoległych o niewielkim przekroju, ograniczoną np. przez mały otwór kołowy *O* w przesłonie *P*, prostopadle na jedną ze ścian kryształu. Wiązka rozdzieli się wewnątrz kryształu na dwie wiązki o tym samym natężeniu: jedna z nich przejdzie przez kryształ bez załamania, druga, biegnąc w płaszczyźnie, przechodzącej przez normalną do powierzchni kryształu i oś optyczną, tzw. płaszczyznę przecięcia głównego kryształu, odchyli się od normalnej i po załamaniu na tylnej powierzchni wyjdzie w kierunku równoległym do pierwszej wiązki (rys. 282). Pierwszą z tych wiązek, rozchodzącą się zgodnie ze znanymi nam prawami optyki, nazywamy wiązką promieni zwyczajnych i oznaczamy symbolem *o* (łac. ordinarius — zwyczajny), drugą — wiązką promieni nadzwyczajnych, oznaczając ją symbolem *e* (łac. extraordinarius — nadzwyczajny). Patrząc przez kryształ na otwór,



Rys. 281



Rys. 282

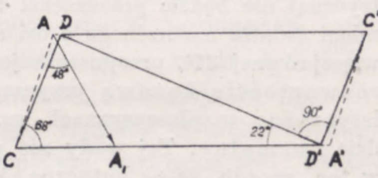
zobaczymy dwa obrazy urojone, jeden zwyczajny — w kierunku oświetlonego otworu, drugi — nadzwyczajny — przesunięty nieco w bok od pierwszego. Podobnie na ekranie *E*, umieszczonym za kryształem, zobaczymy nie jedną, lecz dwie plamy świetlne: o_1 i e_1. Rzucając kolejno te wiązki po ich wyjściu z kryształu na szybę szklaną pod kątem całko-

witej polaryzacji, stwierdzimy, że przy skrzyżowaniu płaszczyzny padania z płaszczyzną przecięcia głównego kryształu promienie zwyczajne wcale się nie odbiją, natężenie zaś odbitych promieni nadzwyczajnych będzie miało wartość największą; odwrotnie, przy równoległości tych płaszczyzn nie odbiją się wcale promienie nadzwyczajne. Promienie zwyczajne są przeto spolaryzowane prostoliniowo w płaszczyźnie przecięcia głównego, promienie nadzwyczajne — w płaszczyźnie do niej prostopadłej.

Wyrażając się ściślej, należałoby powiedzieć, że promień nadzwyczajny spolaryzowany jest w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny, przechodzącej przez ten promień i oś optyczną kryształu. W danym przypadku, gdy promień leży w płaszczyźnie przecięcia głównego, płaszczyzna jego polaryzacji jest do tej płaszczyzny prostopadła.

Tę własność kalcytu wyzyskał do budowy jednego z najbardziej używanych polaryzatorów (czy też analizatorów) fizyk angielski Nicol (1828 r.).

Pryzmat, przez niego zbudowany, tzw. nikol składa się z dwóch części, (rys. 283) otrzymanych przez rozpiłowanie kryształu wzdłuż płaszczyzny DD', prostopadłej do płaszczyzny przecięcia głównego $ACA'C'$ i do podstaw kryształu AC i $A'C'$, w punktach DD' tak spiłowanych, żeby z krawędziami tworzyły nie kąt 71^0, jak w krysztale normalnym, lecz kąt 68^0. Części te są następnie sklejone balsamem kanadyjskim, którego współczynnik załamania dla linii sodu wynosi 1,549.



Rys. 283

Gdy na nikol rzucimy wiązkę promieni równoległych światła normalnego (tak będziemy, wobec użycia wyżej terminu światła zwyczajnego, nazywali dla uniknięcia nieporozumień zwykłe światło niespolaryzowane) w kierunku równoległym do krawędzi CD' kryształu, (rys. 284) a więc pod kątem padania $\alpha_1=22^0$, promienie zwyczajne IO o współczynniku załamania $n_D=1.6584$ załamią się pod kątem β wyznaczonym wzorem

$$\operatorname{arc}\sin\beta=\operatorname{arc}\sin\left(\frac{1}{1,6584}\sin 22^0\right)\approx 13^0 3'$$

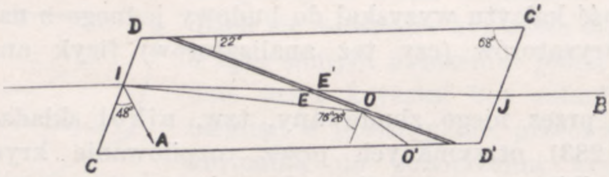
a zatem z warstewką balsamu, rozłożoną prostopadle do górnej powierzchni kryształu, tworzyć będą kąt $76^0 57'$, znacznie większy od kąta granicznego $\alpha=68^0 26'$. Wobec tego promienie zwyczajne IO odbiją się od płaszczyzny cięcia i będą pochłonięte przez zaczernione zazwyczaj boczne ściany kryształu.

Promienie nadzwyczajne IE mają w tych warunkach współczynnik załamania równy 1,515, mniejszy od współczynnika załamania w balsamie kanadyjskim, który dla nich jest środowiskiem optycznie gęstszym; przejdą więc przez płaszczyznę cięcia i wyjdą na zewnątrz (JB)

Ze wzoru

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin (90^0 - 68^0 26')} = 1{,}6584$$

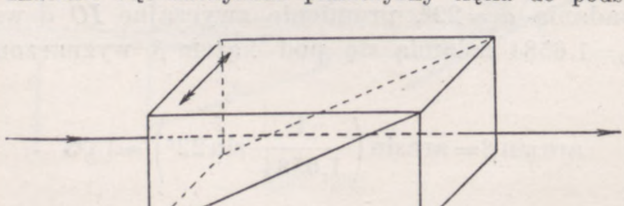
znajdujemy, że całkowite wewnętrzne odbicie promieni zwyczajnych zachodzić będzie dopóty, dopóki kąt padania nie będzie większy od $37^0 33'$, a więc dopóki kąt między promieniem padającym i boczną krawędzią nikola (jego osią geome-



Rys, 284

tryczną) nie będzie przekraczał $15^0 33'$. Nikol zatem oświetlony przez stożek promieni światła naturalnego o osi równoległej do krawędzi CD' i o rozwartości mniej więcej równej 31^0, przepuszcza jedynie promienie nadzwyczajne. Kąt 31^0 nazywamy rozwartością kątową przyrządu. Promienie wychodzące nie będą wszakże spolaryzowane w płaszczyznach wzajemnie równoległych: pole ich widzenia nie będzie normalne. Tej wady nie posiada pryzmat P. Thomsona (1881 r.), wycięty w ten sposób, że oś optyczna kryształu jest prostopadła do osi geometrycznej układu i równoległa do krawędzi łamiących pryzmatu; kąt rozwartości pryzmatu Thomsona wynosi około 39^0. W pryzmacie Glazebrooka (1883 r.), mającym własności analogiczne, krańcowe powierzchnie układu są prostopadłe do jego osi geometrycznej rys. 285.

Foucault zastąpił (1857 r.) balsam kanadyjski warstewką powietrza, przez co zmniejszył znacznie kąt nachylenia płaszczyzny cięcia do podstawy i tym samym skrócił pryzmat. Kąt rozwartości tego pryzmatu wynosi $7{,}5^0$; pole nie jest normalne. Nieco odmienny typ zaprojektował Prażmowski (1866 r.), przecinając kryształ płaszczyzną prostopadłą do osi optycznej.



Rys, 285

Nikol przepuszcza jedynie promienie spolaryzowane w płaszczyźnie prostopadłej do przecięcia głównego. Umieszczając na drodze promieni drugi nikol tak, aby płaszczyzna jego przecięcia głównego była prostopadła do płaszczyzny przecięcia głównego nikola pierwszego (nikole skrzyżowane), otrzymamy prawie zupełne zaciemnienie pola widzenia. Obracając drugi nikol koło wiązki padającej, jak koło osi, stwierdzimy stopniowe rozjaśnianie się pola widzenia, osiągające maksimum przy równoległym ustawieniu płaszczyzn przecięć głównych obu nikolów (nikole równoległe). W położeniu pośrednim natężenie światła wychodzącego wyrażać się będzie wzorem Malusa

$$I_{\varphi}=I\cos^2\varphi,$$

gdzie φ jest kątem między płaszczyznami przecięć głównych. Przyjmując, co zresztą na ogół potwierdzają wyniki doświadczeń, że natężenia wiązek zwyczajnej i nadzwyczajnej mają w kalcycie wartości jednakowe i że nikol nie pochłania światła, napiszemy

$$I_{\varphi}=\frac{1}{2}I_0\cos^2\varphi,$$

gdzie I_0 oznacza natężenie wiązki światła normalnego, padającej na nikol.

Tego rodzaju układów nikoli często używa się w pomiarach fotometrycznych dla regulowania natężenia światła (por. rozdz. I ust. 2).

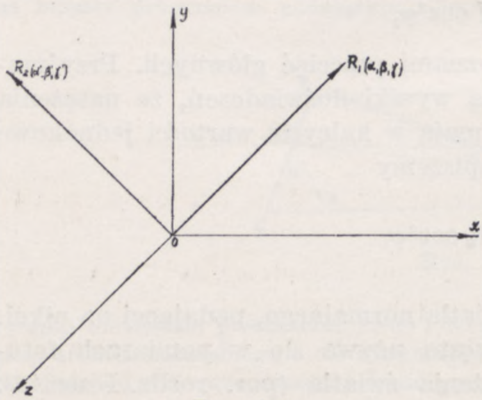
Podobne do nikola własności posiada turmalin, należący do tego samego, co kalcyt, układu krystalograficznego. Wiązka światła normalnego, padając prostopadle na powierzchnię płytki turmalinowej, której boki są równoległe do osi kryształu, rozdziela się tak, jak w kalcycie, na dwie wiązki; z nich turmalin przepuszcza tylko wiązkę nadzwyczajną, promienie zwyczajne są przez kryształ pochłaniane. Silne zabarwienie tego kryształu (najczęściej na zielono) powoduje wszakże znaczne osłabienie przechodzącego przez płytkę światła, wobec czego jest ona mniej dogodna od pryzmatu Nicola.

Posługując się taką właśnie płytką, jako polaryzatorem, Fresnel i Arago stwierdzili, (1816 r.), że: 1) wiązki spolaryzowane w płaszczyznach równoległych interferują tak, jak wiązki światła normalnego: zwierciadła Fresnela dają w tak spolaryzowanym świetle ten sam, co w świetle normalnym, układ prążków; 2) wiązki, których płaszczyzny polaryzacji są wzajemnie prostopadłe, żadnych zjawisk interferencji nie wywołują: w tych warunkach prążki w ogóle nie powstają.

Drugie z tych praw udowodniono, stosując układ doświadczenia Younga z tą tylko różnicą, że oba otwory przykryto płytkami turmalinu o jednakowej grubości. Gdy płytki były „skrzyżowane", na ekranie były widoczne jedynie prążki dyfrakcyjne; przy obracaniu płytek tak, aby kąt między ich osiami optycznymi

stawał się coraz mniejszy, zaczynały się pokazywać prążki interferencyjne, szczególnie wyraźne przy „równoległym" ustawieniu płytek.

Wszystkie te zjawiska wskazują, że zaburzenia świetlne mają cechy wielkości kierunkowych, przy czym odtwarzający je wektor jest prostopadły do kierunku promienia, inaczej bowiem trudno byłoby zrozumieć zależność światła odbitego czy załamanego od kąta padania lub od kąta, jaki wiązka padająca tworzy z pewną wyróżnioną płaszczyzną w krysztale. Wektor ten nazywać będziemy wektorem świetlnym. W promieniach, których płaszczyzny polaryzacji są wzajemnie prostopadłe, kierunki tych wektorów muszą tworzyć kąt prosty, gdyż tylko wtedy ich suma geometryczna może mieć wartość niezależną od różnicy faz zaburzeń składowych.



Rys, 286

Niech OR_1 i OR_2 będą kierunkami wektorów interferujących (rys. 286) OZ — kierunkiem rozchodzenia się światła, α, β, γ i α', β', γ' kątami, jakie te wektory tworzą z osiami współrzędnych. Zaburzenia świetlne czynić będą zadość równaniom

$$y_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

$$y_2 = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right).$$

Składowe zaś w kierunku osi współrzędnych wyniosą

$$y_{1x} = a \cos\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right); \; y_{1y} = a \cos\beta \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right); \; y_{1z} = a \cos\gamma \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

$$y_{2x} = b \cos\alpha' \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right); \; y_{2y} = b \cos\beta' \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right);$$

$$y_{2z} = b \cos\gamma' \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right);$$

wartości zatem wypadkowych zaburzeń w kierunku osi będą równe

$$y_x = a \cos\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right) + b \cos\alpha' \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{d}{\lambda}\right) =$$

$$= c_x \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \frac{\Delta}{\lambda}\right) \text{ itd.}$$

We wzorach tych c_x, c_y, c_z będą odpowiednio równe (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 47)

$$c_x^2 = a^2 \cos^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha' + 2ab \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha' \cdot \cos 2\pi \frac{d}{\lambda}.$$

Wobec tego amplituda wypadkowa

$$c^2 = c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 = a^2 + b^2 + 2ab(\cos\alpha\cdot\cos\alpha' + \cos\beta\cdot\cos\beta' + \cos\gamma\cdot\cos\gamma')\cdot\cos 2\pi\frac{d}{\lambda}.$$

Jeżeli, jak to wynika z doświadczeń Fresnela i Arago wartość tej amplitudy nie zależy od różnicy faz $\delta = 2\pi\frac{d}{\lambda}$, trzeci wyraz tego wzoru musi być równy zeru, co jest możliwe tylko wtedy, gdy

$$\cos\alpha\cdot\cos\alpha' + \cos\beta\cdot\cos\beta' + \cos\gamma\cdot\cos\gamma' = 0,$$

a więc gdy wektory OR_1 i OR_2 tworzą kąt prosty.

Odwracając jedną z płaszczyzn polaryzacji np. wektora OR_2 o 90°, otrzymamy układ prążków taki, jak w świetle normalnym, a więc o amplitudzie

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

wtedy jednak kierunki wektorów muszą być równoległe, gdyż

$$\cos\alpha\cdot\cos\alpha' + \cos\beta\cdot\cos\beta' + \cos\gamma\cdot\cos\gamma' = 1.$$

Stąd wynika, że wzajemnie prostopadłe wektory OR_1 i OR_2 są również prostopadłe do promienia.

Rozwijając więc fresnelowskie założenie o podobieństwie zaburzeń świetlnych do drgań w ciałach sprężystych, moglibyśmy powiedzieć, że promienie w ten właśnie sposób spolaryzowane mają cechy takie, jak drgania poprzeczne o oznaczonym stałym kierunku drgań lub o oznaczonej stałej płaszczyźnie drgań tzn. płaszczyźnie, przesuniętej przez promień i kierunek drgania. Z tego też względu nazwaliśmy je spolaryzowanymi prostoliniowo.

Na takie właśnie drgania, że użyjemy tu tej nazwy, rozkładają się zaburzenia światła normalnego, nie wykazujące, jak wiemy, żadnej płaszczyzny wyróżnionej. I te zaburzenia normalne muszą, podobnie jak drgania spolaryzowane, mieć kierunek prostopadły do kierunku promienia; gdyby bowiem posiadały składowe podłużne, suma natężeń promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych, nie posiadających tej składowej, musiałaby być po wyjściu z kalcytu mniejsza od natężenia światła padającego, czego, jak wiemy, doświadczenie nie potwierdza. Światło normalne może zatem różnić się od spolaryzowanego jedynie tym, że kierunek jego drgań ulega w ciągu czasu obserwacji wielokrotnym zmianom, tak że kąty, jakie tworzy z dwiema dowolnymi przesuniętymi przez promień i wzajemnie prostopadłymi płaszczyznami XX_1 i YY_1, mają co chwila inną wartość.

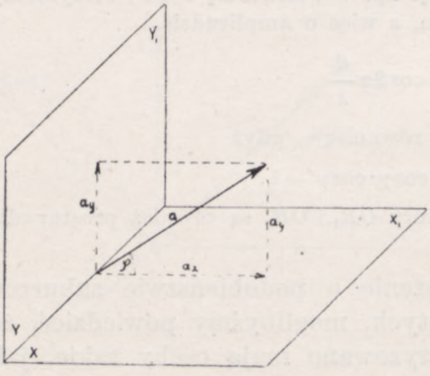
Amplitudy drgań składowych będą w chwili, w której kierunek wektora świetlnego tworzy kąt φ z płaszczyzną XX_1 (rys. 287), odpowiednio równe

$$a_x = a\cos\varphi; \qquad a_y = a\sin\varphi.$$

Ponieważ kąt φ przybiera w ciągu czasu obserwacji wszystkie możliwe znaczenia tak, że przeciętna wartość jego cosinusa wynosi $\frac{\sqrt{2}}{2}$, przeciętna wartość amplitud składowych równa jest

$$a_x = a_y = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gdy więc płaszczyznami XX_1 i YY_1 są płaszczyzny drgań promieni, spolaryzowanych w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach, natężenia tych wiązek, proporcjonalne do kwadratu ich amplitud, są przeciętnie jednakowe i równe



Rys, 287

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_0,$$

co, jak wyżej była mowa, potwierdzają na ogół pomiary natężeń promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych, wychodzących z kalcytu.

W promieniach częściowo spolaryzowanych przeważać będzie pewien oznaczony kierunek drgań, pewna więc wartość kąta φ będzie się powtarzała częściej, niż inne, wobec czego amplitudy a_x i a_y nie będą wzajemnie równe.

W promieniach całkowicie spolaryzowanych prostoliniowo kąt φ będzie miał wartość stałą. Jeżeli więc wiązkę takich promieni rzucimy na analizator odbijający (jak płytka szklana) lub przepuszczający (jak nikol), jedynie promienie o oznaczonej płaszczyźnie drgań (lub inaczej o oznaczonej płaszczyźnie polaryzacji) np. XX_1, tworzącej z daną płaszczyzną drgań kąt φ, natężenie światła odbitego (lub przepuszczonego) wyrazi się wzorem

$$I_1 = I_0 \cdot \cos^2 \varphi,$$

zgodnie z prawem Malusa.

Zmienność wektora świetlnego w promieniu normalnym można wyrazić jeszcze inaczej, a mianowicie, zakładając, że koniec tego wektora opisuje elipsy, których kształt i długość osi ciągle się zmienia. Drgania składowe w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach XX_1 i YY_1 są wtedy równe

$$x = a \cos\varphi \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} = a_x \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = a \sin\varphi \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right) = a_y \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right),$$

gdzie δ jest zmieniającą się co chwila różnicą początkowych faz drgań składowych (por. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 47).

Otwierając nawiasy i wyrażając $\sin\frac{2\pi t}{T}$ i $\cos\frac{2\pi t}{T}$ w funkcji x, otrzymamy

$$y = \frac{a_y}{a_x} x \cos\delta - \frac{a_y}{a_x}\sqrt{a_x^2 - x^2}\cdot\sin\delta$$

lub

$$\frac{y}{a_y} = \frac{x}{a_x}\cos\delta - \frac{1}{a_x}\sqrt{a_x^2 - x^2}\cdot\sin\delta$$

i wreszcie

$$-\frac{x}{a_x}\cos\delta + \frac{y}{a_y} = -\frac{1}{a_x}\sqrt{a_x^2 - x^2}\cdot\sin\delta.$$

Po podniesieniu do kwadratu mamy

$$\frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} - \frac{2xy}{a_x a_y}\cos\delta = \sin^2\delta$$

i ostatecznie

$$\frac{x^2}{a^2\cos^2\varphi} + \frac{y^2}{a^2\sin^2\varphi} - \frac{2xy\cos\delta}{a^2\sin\varphi\cdot\cos\varphi} = \sin^2\delta. \qquad \text{(a)}$$

Jest to równanie elipsy, odniesione do środka. jako początku współrzędnych, o osiach, stale leżących w płaszczyźnie XOY; długość tych osi zmienia się ze zmianą kąta φ, który w promieniu normalnym przybiera, zgodnie z założeniem, co chwila inne wartości. Kąt δ też będzie miał wartość zmienną.

Natężenia przeciętne tych drgań i tym razem będą równe połowie natężenia światła normalnego. W każdej bowiem chwili mamy

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2,$$

przeciętne zaś wartości kosinusa kąta φ są i tym razem równe $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

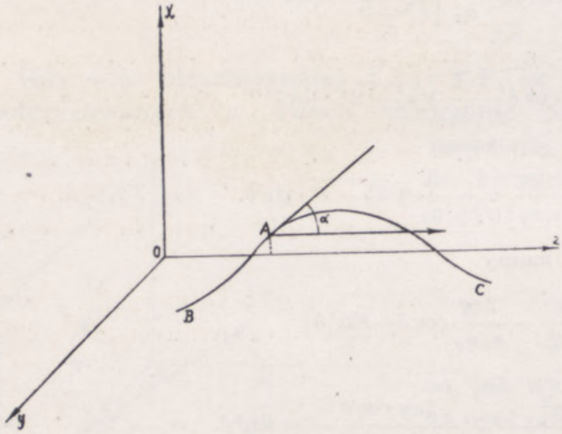
W promieniu spolaryzowanym prostoliniowo kąt φ ma wartość stałą, kąt δ jest zawsze równy zeru, drgania więc w kierunkach XX_1 i YY_1 będą wzajemnie związane. Równanie (a) przekształca się wtedy w równanie linii prostej.

Kierunku jednak wektora świetlnego w promieniach spolaryzowanych prostoliniowo przytoczone wyżej doświadczenia wyznaczyć nie pozwalają: może on równie dobrze leżeć w płaszczyźnie polaryzacji, jak i być do niej prostopadłym; w obu przypadkach interpretacja zjawisk pozostaje ta sama.

Analogia z poprzecznymi drganiami sprężystymi, na której oparł Fresnel swoje wywody, też nie może zagadnienia tego wyjaśnić. W poprzecznych bowiem drganiach sprężystych mamy do czynienia z dwoma wzajemnie prostopadłymi wektorami: wektorem prędkości ruchu elementów objętości środowiska o kierunku zgodnym z kierunkiem przesunięć, i wektorem odkształcenia danego elementu (w falach podłużnych odkształcenie jest wielkością skalarną). Tak np. w przypadku

drgań struny *BAC* (rys. 288), zachodzących w płaszczyźnie *XOZ*, wektor prędkości odchyleń od położenia równowagi jest równoległy do *OX*, wektor zaś odkształcenia, którego miarą jest kąt $a = \frac{\delta x}{\delta z}$ i które uważać możemy za obrót dookoła osi prostopadłej do płaszczyzny *XOZ*, jest do wektora prędkości prostopadły.

Otóż wektor świetlny może równie dobrze odpowiadać wektorowi prędkości, jak i wektorowi odkształcenia; w pierwszym przypadku natężenie światła będzie analogiczne do energii ruchu drgań poprzecznych, w drugim do energii potencjalnej środowiska odkształconego.



Rys. 288

Przyjmiemy za Fresnelem, że wektor świetlny jest w promieniu spolaryzowanym prostopadły do płaszczyzny polaryzacji, taki bowiem wniosek zdaje się wynikać z badań nad stojącymi falami świetlnymi.

2. FALE STOJĄCE

Doświadczalne badanie tego zjawiska rozpoczął (1890 r.) Wiener, wszechstronnie rozpatrując warunki jego powstawania.

Nie bez pewnej słuszności możnaby wszakże związać odkrycie istnienia świetlnych fal stojących z nazwiskiem E. Becquerela, który stwierdził (1850 r.), że płytka srebrna, pokryta warstewką czułą na światło (chlorek srebra) i wystawiona przez pewien czas (kilka minut) na działanie silnego widma, wykazuje następnie przy oświetleniu światłem białym obraz tego widma. Becquerel jednak ani nie dał objaśnienia tego zjawiska ani też nie potrafił utrwalić otrzymanej w ten sposób barwnej fotografii widma. Dopiero Zenker (1867 r.) i następnie Rayleigh (1887 r.) uchwycili łączność tego zjawiska z tworzeniem się w warstewce płaszczyzn węzłów i strzałek, powstających na skutek interferencji promieni padających z odbitymi (por. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 50 i dalsze).

W doświadczeniach Wienera fale stojące tworzyły się przez odbicie od warstewki srebra, pokrywającej płytkę szklaną. Do tego zwierciadła była ze strony, z której światło padało, przystawiona pod bardzo małym kątem nachylenia do płytki (rzędu paru minut kątowych) szybka szklana, okryta cienką warstewką, czułą na światło, o grubości rzędu ułamka długości fali użytego światła. Warstewka ta była rozpostarta na stronie zwróconej ku zwierciadłu.

Wiener używał rozcieńczonych roztworów azotanu srebra i soli kuchennej w kolodium. Na szybkę nakładano drugą taką samą szybkę i wpuszczano między

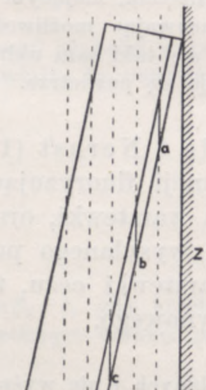
nie parę kropel roztworu, krople, rozchodząc się pod działaniem włoskowatości, równomiernie rozpościerały się na płytkach. Wówczas odrywano szybki i suszono. Grubość utworzonej błonki można obliczyć z objętości substancji stałej, zawartej we wpuszczonych między szybki kroplach, i z powierzchni szybek. W jednym z doświadczeń Wienera grubość błonki wynosiła mniej więcej 2.10^{-5} mm, była zatem trzy razy mniejsza od długości fali żółtej linii sodu ($\lambda \approx 6.10^{-5}$ mm).

Światło łuku elektrycznego, skupione przez odpowiedni układ soczewek w wiązkę równoległą, było po rozszczepieniu w pryzmacie rzucane przy pomocy innego układu soczewek prostopadle na zwierciadło Z. Zgodnie z teorią, płaszczyzny węzłów fali stojącej, utworzonej przez interferencję promieni padających i odbitych, powinny powstawać w odległościach równych połowie długości fali użytego światła. Powinniśmy zatem otrzymać rozkład taki, jak na rys. 289, gdzie linie punktowane a, b, c oznaczają płaszczyzny węzłów.

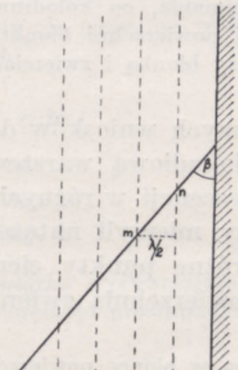
Płaszczyzny te przecinają błonkę, nachyloną pod kątem β do zwierciadła, wzdłuż prostych, leżących w odległościach wzajemnych (rys. 290)

$$\overline{mn} = \frac{\lambda}{2\sin\beta}. \qquad \text{(a)}$$

W tych miejscach przecięcia natężenie światła powinno być, zgodnie z założeniem, równe zeru; a więc te miejsca, jako nie naświetlone, po-



Rys, 289



Rys, 290

winny po wywołaniu i utrwaleniu być jasne. Inaczej będzie w miejscach przecięcia przez płaszczyzny strzałek, gdzie działanie światła jest najsilniejsze. Ostatecznie przeto w świetle przechodzącym widać będzie szereg prążków jasnych na ciemniejszym tle. Odległość tych prążków

przy odpowiednio małym kącie β jest dostatecznie wielka (od 0,5 do 2 mm), aby mogły być zaobserwowane.

Warunkiem jednak niezbędnym jest bardzo mała grubość błonki, inaczej błonka wyda się jednostajnie zaczerniona.

Wiener stwierdził, że zjawisko takie istotnie zachodzi; co więcej, ustalił na nieco innej drodze zgodność danych pomiarowych z obliczeniami, wynikającymi z teorii fal stojących, oraz ważny fakt, że na powierzchni zwierciadła powstaje płaszczyna węzłowa, a więc, że podobnie, jak w omawianym w rozdz. VII ust. 3 doświadczeniu Fresnela faza zaburzenia świetlnego zmienia się przy odbiciu od środowiska optycznie gęstszego na przeciwną.

Mogłaby wszakże powstać wątpliwość, czy prążki Wienera nie są prążkami, wytworzonymi przez interferencję promieni odbitych od powierzchni zetknięcia błonki z powietrzem i od powierzchni zetknięcia powietrza ze zwierciadłem, innymi słowy, czy nie są to prążki analogiczne do prążków Newtona. Wtedy jednak mielibyśmy do czynienia z interferencją promieni o znacznej różnicy amplitud, zdolność bowiem odbijająca tylnej powierzchni błonki jest znacznie mniejsza od zdolności odbijającej zwierciadła, wobec czego minima niewiele by się różniły od maksimów. Dopiero zastępując zwierciadło innym, mniej odbijającym ciałem, np. szybką szklaną, możnaby otrzymać prążki wyraźniejsze. Wiener wszakże wykazał, że właśnie wtedy prążki prawie całkowicie zanikają. Stwierdził również, że wypełniając przestrzeń między błonką i zwierciadłem benzolem, mającym prawie ten sam współczynnik załamania, co kolodium, a więc, usuwając możliwość odbijania się światła od tylnej powierzchni błonki, otrzymuje się taki sam układ prążków, jak wtedy, gdy między błonką i zwierciadłem znajduje się powietrze.

Do tych samych wniosków doszli Drude i Nernst (1892 r.), zastępując błonkę kolodiową warstewką substancji fluoryzującej i badając natężenie fluorescencji w różnych miejscach warstewki, oraz Ives i Fry (1933 r.), którzy mierzyli natężenie prądu, wysyłanego pod działaniem światła przez różne punkty cieniutkiej warstewki cezu, tworzącej niewielki kąt z powierzchnią zwierciadła platynowego.

Powstawaniem w błonce powierzchni wyświetlanych i nie wyświetlanych, dzielących błonkę na warstewki, objaśnia Zenker wynik doświadczenia Becquerela. Przyjmijmy, co wobec bardzo małej grubości błonki będzie zgodne z rzeczywistością, że błonka jest na ogół przezroczysta i że jedynie na powierzchniach wyświetlonych zachodzi pewne niewielkie zresztą odbijanie się promieni.

Oznaczając przez jedność wartość amplitudy promieni, padających na błonkę, w której fale stojące już uprzednio wytworzyły odpowiedni układ warstewek, amplitudę promieni, odbitych od pierwszej powierzchni, a więc takich, które przeszły tam i z powrotem przez warstewkę pierwszą, oznaczymy przez rt^2, gdzie r oznacza część odbitą amplitudy, t — część przechodzącą (r i t są oczywiście ułamkami, przy czym, zgodnie z założeniem, r jest wielkością bliską zera, t zaś prawie równe jed-

ności). Zaburzenia te wykazują w porównaniu z odbitymi od przedniej powierzchni błonki różnicę faz

$$\delta = 2\pi \frac{2\varepsilon \sin\beta_1}{\lambda_1} = 2\pi \cdot \frac{\lambda \sin\beta_1}{\lambda_1 \sin\beta}, \tag{b}$$

gdzie $\varepsilon = \overline{mn} = \frac{\lambda}{2\sin\beta}$ wyraża odstęp między płaszczyznami strzałek (p. wzór a), λ — długość fali światła, użytego do wytwarzania fal stojących, β_1 — kąt, jaki promienie oświetlające czułą błonkę tworzą z jej powierzchnią (nie z normalną do niej), λ_1 — ich długość fali. Podobnie amplituda promieni odbitych od drugiej powierzchni, takich przeto, które przeszły przez dwie pierwsze warstewki, wyniesie rt^4, różnica faz w porównaniu z promieniami, odbitymi od przedniej powierzchni błonki

$$2\delta = 2\ 2\pi \frac{\lambda \cdot \sin\beta_1}{\lambda_1 \sin\beta}.$$

Ostatecznie zatem zaburzenie odbite będzie sumą szeregu zaburzeń

$$Y = r \sin 2\pi \frac{t}{T} + rt^2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right) + rt^4 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\delta\right) + \ldots,$$

natężenie zaś światła odbitego będzie równe (p. wz. 19, rozdz. VII, ust. 8)

$$I_0 = \frac{r^2}{1 - 2t^2 \cos\delta + t^4}.$$

Ma ona wartość największą, gdy $\cos\delta = 1$, gdy zatem

$$\delta = 0, 2\pi, 4\pi \ldots$$

Wobec skończonej grubości warstewek δ nigdy nie może być równe zeru: dla $\delta = 2\pi$ mamy, podstawiając tę wartość do wzoru (b),

$$\frac{2\pi \cdot \lambda \cdot \sin\beta_1}{\lambda_1 \cdot \sin\beta} = 2\pi,$$

skąd

$$\frac{\lambda}{\sin\beta} = \frac{\lambda_1}{\sin\beta_1}.$$

Gdy $\sin\beta = \sin\beta_1 = 1$, gdy przeto zarówno wiązka wytwarzająca falę stojącą, jak i wiązka oświetlająca błonkę, padają na zwierciadło prostopadle,

$$\lambda = \lambda_1.$$

Natężenie promieni odbitych jest największe przy oświetleniu promieniami o tej samej długości fali, co promienie, które wytworzyły falę stojącą; promienie o innych długościach odbiją się na ogół znacznie słabiej. Jeżeli więc oświetlimy błonę światłem białym, w świetle odbitym zobaczymy barwy, odpowiadające tym długościom fali, jakie były poprzednio użyte do naświetlania błony.

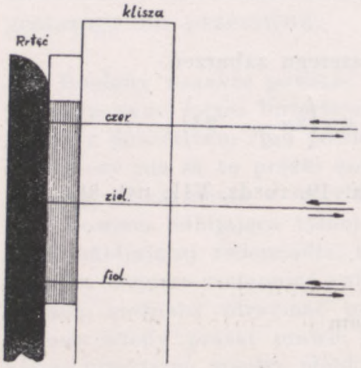
Gdy kąt padania promieni oświetlających nie jest równy 0^0, β_1 nie jest równe β, lecz mniejsze od β,

$$\lambda_1 = \lambda \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta},$$

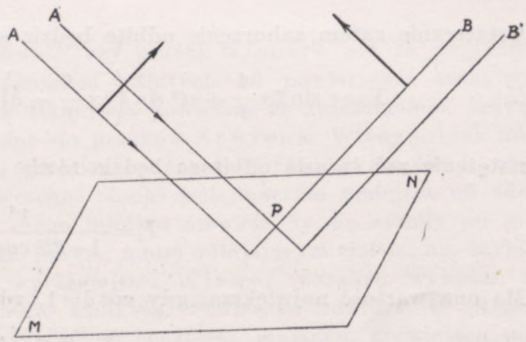
długość fali światła odbitego jest mniejsza od długości fali światła wytwarzającego falę stojącą: barwy błonki są przesunięte ku fioletowi.

Lippmannowi udało się w r 1891 otrzymać klisze, w których warstewki Zenkera mogły być utrwalone, czego Becquerel nie próbował. Dla otrzymania tych tzw. fotografij barwnych, umieszczał odpowiednio przygotowaną kliszę tak, aby warstwa czuła na światło była zwrócona ku zwierciadłu, którym była powierzchnia R rtęci (rys. 291).

Taki sam rozkład prążków otrzymuje się, jak to również wykazał Wiener, w świetle spolaryzowanym; w tym jednak przypadku zjawisko występuje zupełnie wyraźnie jedynie wtedy, gdy płaszczyzną polaryzacji jest płaszczyzna padania; przy skrzyżowaniu tych dwóch płaszczyzn



Rys. 291



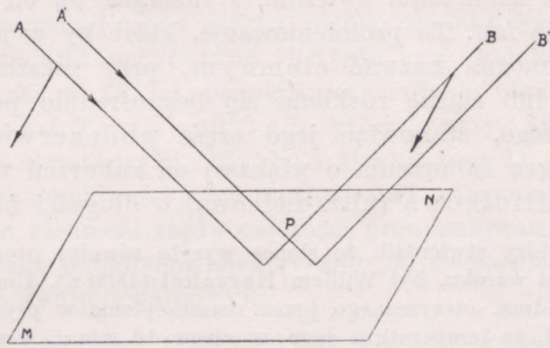
Rys. 292

prążki całkowicie zanikają. Stąd wynika, że wektor świetlny tzn. ten wektor, z którym wiążemy działanie na nasz zmysł wzroku i z którym, jak tego dowodzą doświadczenia Wienera, Drudego i Nernsta oraz Ives'a i Fry'a, musimy wiązać działania chemiczne i fotoelektryczne światła, jest prostopadły do płaszczyzny polaryzacji, a więc ma kierunek taki, jaki mu, na innych zgoła założeniach się opierając, przypisał Fresnel.

Istotnie, przypuśćmy, że wiązka AA' promieni spolaryzowanych prostoliniowo w płaszczyźnie padania pada pod kątem 45° na zwierciadło MN (Wiener). Gdyby wektor świetlny, prostopadły do promienia, leżał w płaszczyźnie polaryzacji, a więc w płaszczyźnie padania (rys. 292), wektor promieni odbitych BB' byłby zawsze prostopadły do wektora promieni padających: interferencja w punkcie P zaburzeń okresowych zachodzących w prostopadłych wzajemnie kierunkach, byłaby niemożliwa, prążki by nie powstawały, co byłoby, jak wiemy, sprzeczne z wynikami doświadczeń Wienera, Jeżeli zaś wektor świetlny jest prostopadły do płaszczyzny polaryzacji (rys. 293), wtedy wektor promienia odbitego

jest równoległy do wektora promienia padającego: interferencja tego rodzaju zaburzeń okresowych w punkcie P jest zawsze możliwa.

Na tej zasadzie przyjmiemy, że wektor świetlny jest wektorem Fresnela, prostopadłym do płaszczyzny polaryzacji.



Rys. 293

3. ZWIĄZEK MIĘDZY ZJAWISKAMI ŚWIETLNYMI I DRGANIAMI ELEKTROMAGNETYCZNYMI

Daleko sięgająca analogia między zaburzeniami świetlnymi i drganiami poprzecznymi ciał sprężystych nie obejmuje wszakże jednej z najważniejszych cech światła, a mianowicie jego zdolności rozchodzenia się w próżni. Ze znanych nam zjawisk fizycznych własność tę posiadają jedynie drgania elektromagnetyczne (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz IX), rozchodzące się w próżni, jak tego dowodzi zestawienie odpowiednich pomiarów, z tą samą prędkością, co zaburzenia świetlne i mające również cechy drgań poprzecznych. Zjawia się zatem pytanie, czy nie mamy tu do czynienia ze zjawiskami w istocie swej identycznymi. Na to pytanie odpowiedział twierdząco (1873 r.) Maxwell, kładąc w ten sposób podwaliny elektromagnetycznej teorii światła.

Według Maxwella, różnica działań na nasz zmysł wzroku światła i drgań elektromagnetycznych spowodowana jest jedynie przez różnicę długości ich fal, wrażliwość bowiem oka na światło jest, jak wiemy (p. rozdz. V, ust. 4), funkcją tej długości, zmniejszając się dość szybko w miarę zbliżania się do krańców widma, przypadających na fale o długości mniej więcej 400 $m\mu$ i 760 $m\mu$.

Według Goodeve'a i de Groota (1934 r.) niektóre osoby są wrażliwe na promienie o długości fali 310 $m\mu$; z wiekiem wrażliwość przesuwa się ku falom dłuższym (Fabry, 1934 r.).

Otóż doświadczenia wykazują, że promieniowanie widzialne — światło w ścisłym tego słowa znaczeniu — stanowi zaledwie część promie-

niowania, wysyłanego przez każde źródło: przy pomocy bolometru czy kliszy fotograficznej czy wreszcie ciała fluoryzującego możemy stwierdzić w wiązce, wysyłanej przez dane źródło, istnienie zaburzeń, podlegających dokładnie tym samym prawom załamania, odbicia, uginania, interferencji, co zaburzenia świetlne, i różniące się od tych ostatnich jedynie długością fali. To promieniowanie, które by w przeciwstawieniu do świetlnego można nazwać ciemnym, przy rozszczepieniu wiązki przez pryzmat lub siatkę rozkłada się bezpośrednio po obu stronach widma widzialnego, stanowiąc jego część podczerwoną (infra-czerwoną), obejmującą zaburzenia o większej od zaburzeń widzialnych długości fali, i nadfiołkową (ultra-fiołkową) o długości fali krótszej.

Pierwszym, który stwierdził, że słońce wysyła również promienie, nie działające na nasz zmysł wzroku, był William Herschel (1800 r.). Umieszczając, w różnych częściach widma, otrzymanego przez rozszczepienie w pryzmacie, czuły termometr, stwierdził, że temperatura jego w ciągu 10 minut wzrasta w części fioletowej o 1,1°, w części zielonej o 1,8°, w czerwonej o 3,8°, bezpośrednio poza nią o 3,5° i w odległości 5 cm od niej o 1,75°. Draper wykazał (1843 r.) istnienie w podczerwonej części widma słonecznego trzech linij ciemnych, odpowiadających liniom Frauenhofera w widmie widzialnym; Abney, używając odpowiednio przygotowanych, czułych na promienie podczerwone klisz fotograficznych, otrzymał (1880 r.) pierwszą fotografię tej części widma, sięgającą do $\lambda = 0{,}98\,\mu$; w ten sposób mógł wykazać w tej części około 180 linij Frauenhofera. Analogiczne doświadczenia pozwoliły stwierdzić, że inne źródła światła wysyłają promienie o większej od promieni widzialnych długości fali.

Dokładną metodę pomiaru długości fali i współczynnika załamania promieni podczerwonych dał Langley (1881 r. i późniejsze). Bolometr jego składał się z wstążeczki platynowej o szerokości 1 do 2 mikromów, pokrytej sadzą i połączonej z bardzo czułym galwanometrem. Promieniowanie pochłaniane przez wstążeczkę, ogrzewało ją i zmieniało jej opór; czułość galwanometru była tak wielka, że pozwalała wykryć wzrost temperatury o 0,000 001° C.

W pomiarach tego rodzaju używa się siatek dyfrakcyjnych i pryzmatów z ciał przezroczystych dla promieni podczerwonych; ciałami takimi są: szkło dla długości fal nie większych od $2\,\mu$, fluoryna od 2,5 do $8\,\mu$, sól kamienna od 7 do $14\,\mu$ i sylwin do $23\,\mu$.

Zamiast bolometrów obecnie częściej używa się ogniw termoelektrycznych.

Pierwszą obserwację nadfiołkowej części widma należy, jak się zdaje, przypisać Wollastonowi (1803 r.), który stwierdził, że chlorek srebra czernieje nawet wtedy, gdy jest umieszczony poza fioletowym końcem widma widzialnego. E. Becquerel wykazał (1843 r.), rzucając widmo słoneczne na papier, pokryty chlorkiem srebra, że również w jego części nadfiołkowej znajdują się linie, analogiczne do linij Frauenhofera. I tu jednak spektroskopy o pryzmacie szklanym mogą być stosowane tylko do pewnych niezbyt odległych od fiołkowego końca widma granic: fale o długości $320\,m\mu$ są prawie całkowicie przez szkło pochłaniane. Użycie pryzmatów kwarcowych przesuwa tę granicę do mniej więcej $200\,m\mu$, poniżej której nie tylko kwarc, lecz nawet powietrze staje się środowiskiem nieprzezroczystym. Zastąpienie kwarcu przez fluorynę i usunięcie powietrza z drogi, którą przebiegają promienie świetlne, pozwala na dojście do mniej więcej $120\,m\mu$ (Schumann, 1889 r.). Millikan, używając wklęsłej siatki dyfrakcyjnej, otrzymał

(1920 r.) w próżni, rozszczepiając światło iskry, przeskakującej między elektrodami glinowymi, linię, odpowiadającą długości fali 13,66 $m\mu$. Fotografowanie tych części widma wymaga specjalnych klisz (klisze Schumanna), wrażliwych jedynie na fale niewidzialnej części widma.

Drgania elektromagnetyczne tworzą, według Maxwella, jakby przedłużenie podczerwonej części widma, różniąc się od drgań, obserwowanych zwykłymi metodami optycznymi, jedynie swą mniejszą częstością. To założenie zostało w 60 lat później potwierdzone doświadczalnie przez E. F. Nicholsa i Teara (1923 r.), którzy przy pomocy oscylatora Hertza (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz. IX, ust. 7), o bardzo małej pojemności i indukcji własnej, otrzymali drgania elektromagnetyczne o częstości rzędu częstości promieniowania podczerwonego, wysyłanego przez pobudzoną elektrycznie do świecenia parę rtęci, umieszczonej w naczyniu kwarcowym.

Najmniejsza długość fali, którą otrzymali przy pomocy swego przyrządu Nicols i Tear, wynosiła 220 μ; największa zaś długość fali promieniowania podczerwonego, którą udało się osiągnąć Rubensowi i von Bayerowi była 320 μ.

Z dwóch wektorów — natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ i natężenia pola magnetycznego $\vec{H}$, charakteryzujących drgania elektromagnetyczne w próżni lub w środowisku jednorodnym i równokierunkowym, wektorowi świetlnemu odpowiada wektor elektryczny. Podobnie bowiem, jak na powierzchni zwierciadła powstaje zawsze płaszczyzna węzłowa stojącej fali świetlnej, przy odbiciu fal elektromagnetycznych powstaje na powierzchni odbijającej węzeł pola elektrycznego (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, str. 655).

Ściśle biorąc w przypadku drgań elektromagnetycznych mamy jeszcze do czynienia z wektorami indukcji elektrycznej $\vec{D}$, magnetycznej $\vec{B}$; wektory te mają wszakże w środowiskach jednorodnych i równokierunkowych kierunki odpowiednio te same, co wektory $\vec{E}$ i $\vec{H}$, wartości zaś proporcjonalne do wartości tych wektorów, jak to wynika ze wzorów

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad \text{i} \quad \vec{B} = \mu\vec{H},$$

gdzie ε i μ mają we wszystkich elementach środowiska wartości jednakowe. Równie dobrze przeto moglibyśmy za wektor świetlny przyjąć wektor indukcji elektrycznej (por. rozdz. X, ust. 3).

Strumień jednak światła jest zależny zarówno od natężenia pola elektrycznego, jak i magnetycznego.

Rozpatrzmy prosty przypadek wiązki jednorodnych promieni równoległych spolaryzowanych prostoliniowo. W wiązce takiej wektor świetlny ma kierunek stały, np. osi OX, tym samym i prostopadły do niego wektor magnetyczny ma

też stały kierunek osi OY. Rozkład wektorów w przestrzeni dany jest przez dwie sinusoidy (rys. 294).

Wyodrębnijmy w badanym środowisku element objętości o przekroju s, prostopadłym do osi OZ i o długości dz. Energia elektromagnetyczna, zawarta w tym elemencie, równa sumie energii elektrycznej i magnetycznej, wynosi

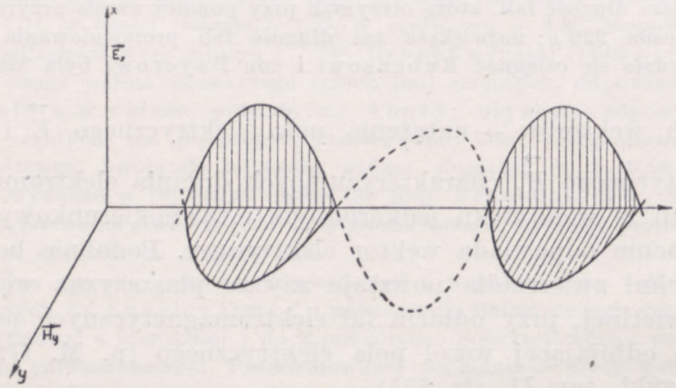
$$dU = \frac{1}{8\pi}\,(\varepsilon E^2 + \mu H^2)\cdot dz\cdot s,$$

skąd po podstawieniu

$$E = E_0 \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right) \quad \text{i} \quad H = H_0 \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right),$$

gdzie c_1 jest prędkością rozchodzenia się zaburzeń w danym środowisku, otrzymujemy

$$dU = \frac{1}{8\pi}\left[\varepsilon E_0^2 \sin^2\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right) + \mu H_0^2 \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right)\right] dz\cdot s.$$



Rys. 294

Mamy jednak (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. IX wzór 19a).

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,E_0, \tag{a}$$

wobec czego

$$dU = \frac{\varepsilon}{4\pi}\cdot E_0^2 \sin^2\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right) dz\cdot s.$$

Ta energia przechodzi przez dany element w przeciągu czasu

$$dt = \frac{dz}{c_1},$$

w jednostce zatem czasu przechodzi przez przekrój s energia

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,c_1\,E_0^2 \sin^2\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{z}{c_1}\right)\cdot s,$$

co, uwzględniając wzór (a), możemy przepisać w postaci

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{4\pi} c_1 E \cdot H \cdot s. \tag{b}$$

Zgodnie wszakże z wywodami ust. 2 rozdz. I, strumień światła, przechodzący przez przekrój s, jest równy (p. wzór 7a rozdz. I)

$$\Phi = C \cdot \frac{dU}{dt} = C \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{4\pi} c_1 E \cdot H \cdot s, \tag{c}$$

gdzie C jest większe od zera, gdy dana wiązka zawiera również promienie o długościach fal, leżących w granicach widma widzialnego.

Wzór ten można uprościć, podstawiając wartość c_1 ze wzoru (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, str. 651 wz. (18a)

$$c_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

tak że mamy

$$\Phi = C \cdot \frac{c}{4\pi} \cdot E \cdot H \cdot s. \tag{d}$$

Wprowadźmy nowy wektor $\vec{S}$, prostopadły do wektorów $\vec{E}$ i $\vec{H}$ i skierowamy w stronę dodatniej osi Oz, a zatem mający kierunek rozchodzenia się zaburzeń, i równy

$$\frac{c}{4\pi} E \cdot H.$$

W myśl określenia, podanego w t. I Wykładów fizyki M. Grotowskiego str. 61 wektor ten możemy uważać za iloczyn zewnętrzny wektorów E i H

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H},], \tag{3}$$

tworzących w tym przypadku szczególnym (drgań elektromagnetycznych) kąt prosty.

Strumień światła będzie zatem

$$\Phi = C \cdot S \cdot s. \tag{3a}$$

Wektor $\vec{S}$, wyznaczający kierunek rozchodzenia się energii zaburzeń i tym samym kierunek promienia świetlnego, nosi nazwę **wektora promieniowania** lub **wektora Poyntinga** od nazwiska fizyka, który pierwszy wykazał (1884 r.) jego znaczenie fizyczne.

Zaburzenia elektromagnetyczne rozchodzą się, jak wiemy, z prędkością

$$c_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Dla drgań o częstości wielkiej (o długości fali rzędu paru milimetrów) zdolność magnetyczna środowiska nie tylko w środowiskach przezro-

czystych, lecz nawet ferromagnetycznych, znikomo mało różni się od jedności (Rubens i Hagen, 1902 r., a zwłaszcza Arkadiew, 1913 r.), wobec tego możemy napisać

$$c_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Stosunek zatem prędkości w próżni i w danym środowisku, równy w myśl określenia (ust. 1, rozdz. VII) współczynnikowi załamania danego środowiska,

$$n = \frac{c}{c_1} = \sqrt{\varepsilon_1}$$

(zdolność elektryczną próżni przyjmujemy za równą jednostce, ε jest zatem równe stałej dielektrycznej środowiska), skąd

$$\varepsilon_1 = n^2. \qquad (4)$$

Sprawdzenie doświadczalne tego wniosku nastręcza duże trudności, bowiem równania Maxwella dotyczą dielektryków doskonałych, pozbawionych całkowicie przewodnictwa i tym samym nie pochłaniających zupełnie energii drgań elektromagnetycznych, a więc doskonale przezroczystych. W takich ciałach ε ma wartość stałą, niezależną od szybkości zmian pola elektrycznego i magnetycznego (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, str. 260), a więc wartość stałą, niezależną od długości fali zaburzenia, miałby w nich również współczyńnik załamania n, ciała te nie rozszczepiałyby zupełnie światła. Takich jednak nie rozszczepiających światła ciał nie znamy. Istnieją co prawda ciała przezroczyste dla wszystkich promieni widma widzialnego (np. szkło, kwarc, sól kamienna) i one jednak, jak wiemy, światło rozszczepiają.

Otóż we wszystkich tego rodzaju ciałach — przezroczystych w zwykłym tego słowa znaczeniu — współczynnik załamania wzrasta ze zmniejszaniem się długości fali, w analogiczny sposób, jak przy rozszczepianiu anomalnym, gdzie, jak widzieliśmy, (rozdz. III, ust. 6), ma on wartość najmniejszą dla barwy, zbliżonej od strony fioletowej widma do barwy pochłanianej, i wzrastającą stopniowo w miarę zbliżania się do końca fioletowego. Zjawia się zatem pytanie, czy i ciała, zazwyczaj uważane za przezroczyste, nie posiadają pasów absorpcyjnych poza widzialną częścią widma. Doświadczenie daje na to pytanie odpowiedź twierdzącą. Z pomiarów Rubensa (od 1892 r.), Nicholsa (1897 r.), Paschena (1894 r.) i innych wynika, że kwarc pochłania promienie o długości fali 8,5 μ i 21 μ, a więc należące do bardzo stosunkowo odległej od widma

widzialnego podczerwieni; sól kamienna ma pas absorpcyjny jeszcze dalej, gdyż dla długości fali 61,67 μ (Fuchs i Wolff, 1928 r.), sylwin, jedno z najbardziej przezroczystych ciał pochłania fale o długości 71 μ.

Okazuje się zatem, że żadne ze znanych nam ciał przezroczystych nie jest jednakowo przezroczyste dla wszystkich długości fal; nic też dziwnego, że, jakkolwiek ciała są na ogół tym mniej dla światła przezroczyste, im większe jest ich przewodnictwo (por. niżej, ust. 5), to jednak niektóre dielektryki, jak ebonit, parafina są nieprzezroczyste, dobrze zaś przewodzące roztwory elektrolityczne są przezroczyste dla promieni światła. Rozszczepienie jest przeto ściśle związane z selekcyjnym (łac. selectio — wybór) pochłanianiem drgań elektromagnetycznych.

Związek ten możemy z gruba sobie wyjaśnić, zakładając, że naboje elementarne dielektryka, wytrącone z położenia równowagi, co powoduje powstanie polaryzacji dielektryka (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. III, ust. 10), podlegają działaniu sił dwojakiego rodzaju: siły, proporcjonalnej do odchylenia od położenia równowagi, mającej przeto cechy siły sprężystości, i siły, proporcjonalnej do prędkości przesuwania się naboju, analogicznej zatem do siły tarcia. Na skutek działania siły pierwszej nabój, wytrącony z położenia równowagi, będzie się wahał z częstością własną, zależną od masy, związanej z danym nabojem i od wartości danej quasi sprężystej siły. Drgania te na skutek działania siły drugiej — rozpraszającej — będą stopniowo zanikały. Pod działaniem zmiennego pola elektrycznego o częstości tak, jak w falach elektromagnetycznych, bardzo wielkiej, drgania naboju będą drganiami wymuszonymi o amplitudzie na ogół tym większej, im wartość zmian pola zewnętrznego mniej się będzie różniła od częstości drgań własnych naboju elementarnego. Przy zupełnej ich zgodności cała energia dostarczona z zewnątrz zużyje się na podtrzymanie energii ruchu drgającego naboju, przechodząc na skutek działania sił rozpraszających w inne postacie energii; wtedy otrzymamy pas absorpcyjny. W myśl tych, niewątpliwie zbyt prostych i przy bliższym rozpatrzeniu nastręczających sporo wątpliwości założeń, można oprzeć rozpatrywanie polaryzacji dielektryków na teorii drgań wymuszonych i, co za tym idzie, zależności stałej dielektrycznej od częstości zmian pola elektrycznego. Takie właśnie były podstawy teorii dyspersji, opracowanej ostatecznie (1892 r.) przez H. A. Lorentza, którego poprzednikiem na tej drodze byli Maxwell (1869 r.), Sellmeier (1872 r.) i Helmholtz (1874 r.), przy czym dwaj ostatni zjawiska dyspersji nie wiązali z elektromagnetyczną teorią światła.

Chcąc przeto wyrazić współczynnik załamania w funkcji długości fali, należy znać dokładnie położenie pasów absorpcyjnych, co szczególniej w częściach widma odległych od części widzialnej jest rzeczą niełatwą.

Wzory, do których prowadzą wyżej naszkicowane rozważania, mają postać równania

$$n^2 = 1 + \sum_i \frac{M\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \qquad (5)$$

gdzie λ_i oznacza długość fal kolejnych pasem absorpcyjnym, M zaś jest wielkością stałą, charakterystyczną dla danego środowiska. Wzór (5) bywa nazywany wzorem Sellmeiera. Gdy ciało posiada pasma absorpcyjne jedynie w części nadfiołkowej, na wartość współczynnika załamania promieni widzialnych otrzymujemy po uwzględnieniu, że λ jest większe od λ_i

$$\frac{M\lambda^2}{\lambda^2-\lambda_i^2} = \frac{M}{\left(1-\frac{\lambda_i}{\lambda}\right)^2} = M\left(1-\frac{\lambda_i^2}{\lambda^2}\right)^{-1} = M\left(1+\frac{\lambda_i^2}{\lambda^2}+\frac{\lambda_i^4}{\lambda^4}\right)+\ldots,$$

skąd, kładąc

$$1+M=A;\quad M\lambda_i^2=B;\quad M\lambda_i^4=C\ldots,$$

mamy

$$n^2=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4}, \tag{5a}$$

tzw. wzór Cauchy'ego (1866 r.), którym posługiwaliśmy się już uprzednio (p. str. 346). Wzór ten dobrze odtwarza dyspersję używanych w optyce rodzajów szkła.

H. A. Lorentz, uzupełniając wzór Sellmeiera, udowodnił (1880 r.), że

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{\varrho}=\text{stałej} \tag{5b}$$

(por. rozdz. III, ust. 6), gdzie ϱ jest gęstością danego środowiska, stała zaś wielkość, charakterystyczna dla danego ciała, jest zależna od długości fali. Wzór ten sprawdza się szczególnie dobrze przy porównywaniu współczynników załamania danego ciała w stanie ciekłym i w stanie pary. Tak np. promienie, mające w wodzie o gęstości 0,9991 współczynnik załamania 1,333 7, w parze wodnej o gęstości 0,008 09 mają współczynnik załamania 1,000 250, a więc taki sam, jaki byśmy otrzymali ze wzoru (5b), podstawiając w nim odpowiednią wartość gęstości. Podobnie w parze dwusiarczku węgla o gęstości 0,003 41 promienie, dla których w cieczy n wynosi 1,6320, mają współczynnik załamania równy 1,001 48, gdy ze wzoru (5b) otrzymujemy 1,001 44. W parze eteru etylowego o gęstości 0,003 32 na wartość n promieni, mających w cieczy współczynnik załamania 1,355 8, otrzymujemy z pomiaru 1,001 52, ze wzoru zaś (5b) 1,001 51.

Stosując wzór Lorentza do fal długich, elektromagnetycznych w ściślejszym tego słowa znaczeniu, znajdujemy wzór

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}\cdot\frac{1}{\varrho}=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{1}{\varrho}=C, \tag{5c}$$

wyrażający zależność zdolności elektrycznej od gęstości.

Jedynie w ciałach o małej zdolności rozszczepiającej możemy wyniki pomiarów optycznych bezpośrednio zestawić z danymi pomiarów elektrostatycznych. Do takich ciał należą gazy. Porównując wartości stałej dielektrycznej gazów (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, str. 261) ze współczynnikiem załamania w tych gazach żółtej linii sodu otrzymu-

jemy całkowitą prawie zgodność wartości K i n_D^2, jak tego dowodzi poniższa tablica

	K	n_D^2
powietrze	1,000 573	1,000 583
dwutlenek węgla	1,000 987	1,000 901
wodór	1,000 273	1,000 258
tlenek węgla	1,000 69	1,000 668
tlen	1,000 546	1,000 540
azot	1,000 330	1,000 322

Godne uwagi jest, że dla parafiny wartości K i n_D^2 mało się różnią

$$K=1{,}974 \qquad n_D^2=2{,}022.$$

Przyjęcie założeń Maxwella nie przesądza wszakże w niczym słuszności czy niesłuszności hipotezy Fresnela, wiążącej zaburzenia świetlne z drganiami sprężystymi, rozszerza jedynie jej zakres na drgania elektromagnetyczne w ścisłym tego słowa znaczeniu. Przyjmując bowiem zaburzenia świetlne i drgania elektromagnetyczne za zjawiska tego samego rodzaju, możemy jednocześnie obie te grupy zjawisk uważać za szczególne przypadki drgań sprężystych, podlegających prawom mechaniki. Taka sprężysta teoria światła, opracowana przez Fresnela na wiele lat przed ogłoszeniem teorii Maxwella, wymaga wszakże dodatkowych założeń, z których najważniejsze jest założenie istnienia sprężystego środowiska, przenikającego wszystkie ciała i wypełniającego nawet próżnię, własności bowiem światła wykluczają całkowicie możliwość przenoszenia drgań świetlnych (lub biorąc rzecz ogólniej, drgań elektromagnetycznych) przez którekolwiek ze znanych nam środowisk materialnych. Temu nowemu środowisku — eterowi (gr. aither, górna warstwa atmosfery, w przeciwieństwie do dolnej aer) — należałoby przypisać własności, w przyrodzie niespotykane, m. in. sztywność, (inaczej bowiem nie mogłyby w nim powstawać drgania poprzeczne), i równocześnie wielką lub nawet ujemną ściśliwość (W. Thomson, 1888 r.). Fresnel, dobierając odpowiednio własności eteru, zdołał ująć w ścisłe wzory, na ogół potwierdzone przez doświadczenie, zjawiska odbicia i załamania światła. Do tych samych jednak wzorów można dojść i bez założeń Fresnela, opierając się na znanych nam prawach zjawisk elektrycznych i magnetycznych. Dlatego też, nie wchodząc w bliższe rozpatrywanie hipotez Fresnela, oprzemy się w dalszych wywodach wyłącznie na założeniach Maxwella.

4. ODBICIE I ZAŁAMANIE NA POWIERZCHNI CIAŁ PRZEZROCZYSTYCH

Rozpatrzmy nieco dokładniej zjawiska odbicia i załamania fal świetlnych na powierzchni ciał przezroczystych.

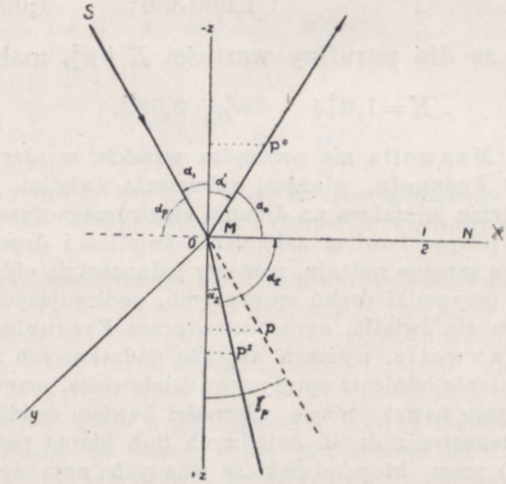
a) Przypuśćmy, że na płaską powierzchnię rozdziału doskonałych dielektryków (i tym samym środowisk doskonale przezroczystych) pada pod kątem α_1 wiązka promieni równoległych, spolaryzowanych w płaszczyźnie padania.

Powierzchnię tę weźmiemy za płaszczyznę xOy, płaszczyznę padania za płaszczyznę zOx, osi zaś Oz nadamy taki kierunek, aby środowisko 2, do którego światło

wchodzi, leżało po stronie dodatnich wartości z (rys. 295). W tych warunkach składowe wektora E_x i E_z elektrycznego $\vec{E}$, prostopadłego do płaszczyzny padania są równe zeru, mamy przeto

$$E^{(p)} = E_y^{(p)} = E_p^{(p)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{\varrho}{c_1}\right), \tag{a}$$

gdzie przez E_p oznaczamy amplitudę drgań padających, prostopadłych do płaszczyzny padania, przez ϱ zaś odległość danego punktu środowiska od tej powierzchni fali, dla której punktów przyjmiemy fazę początkową drgań równą zeru.



Rys, 295

Faza drgań ma we wszystkich punktach osi Oy wartość jednakową, oś Oy jest bowiem prostą, wzdłuż której powierzchnia fali przecina powierzchnię rozdziału. Licząc zatem odległość dowolnego punktu P, leżącego na jednym z promieni, padających w punktach prostej Oy na powierzchnię rozdziału, od tej prostej, będziemy mogli napisać ogólnie

$$E^{(p)} = E_p^{(p)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \cos \alpha_p + z \cos \gamma_p}{c_1}\right), \tag{b}$$

gdzie α_p i γ_p oznaczają kąty, jakie promień tworzy z osiami Ox i Oz.

Na powierzchni MN wiązka padająca dzieli się na dwie części: jedna z nich odbija się z powrotem od środowiska pierwszego, druga załamując się, wchodzi do środowiska drugiego. Zaburzenia te możemy ująć we wzory

$$E^{(0)} = E_p^{(p)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \cos \alpha_0 + y \cos \beta_0 + z \cos \gamma_0}{c_1}\right),$$

$$E^{(z)} = E_p^{(z)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \cos \alpha_z + y \cos \beta_z + z \cos \gamma_z}{c_2}\right), \tag{c}$$

gdzie c_2 oznacza prędkość rozchodzenia się zaburzeń w drugim środowisku, $E_p^{(0)}$ i $E_p^{(z)}$ amplitudy drgań w promieniach odbitych i załamanych.

Z praw elektrostatyki (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. III, ust. 5) wynika, że składowe styczne natężenia pola elektrycznego mają przy przejściu z jednego dielektryka do drugiego w punktach obu dielektryków, bliskich powierzchni rozdziału, wartości jednakowe, kładąc zatem we wzorach (b) i (c) $z=0$, otrzymujemy

$$E_p^{(p)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\cos a_p}{c_1}\right) + E_p^{(\sigma)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\cos a_0 + y\cos\beta_0}{c_1}\right) =$$

$$= E_p^{(z)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\cos a_z + y\cos\beta z}{c_2}\right),$$

gdyż w pierwszym środowisku zaburzenia na powierzchni rozdziału składają się z zaburzeń padającego i odbitego.

Równość ta powinna być spełniona dla wszystkich znaczeń t i dla wszystkich wartości x i y, a zatem musimy mieć

$$\frac{\cos a_p}{c_1} = \frac{\cos a_0}{c_1} = \frac{\cos a_z}{c_2} \tag{e}$$

oraz

$$\cos\beta_0 = \cos\beta_z = 0,$$

$$E_p^{(p)} + E_p^{(0)} = E_p^{(z)}.$$

Promienie odbity i załamany tworzą z osią Oy kąt prosty, tak jak promień padający, leżą więc w płaszczyźnie padania. Poza tym

$$a_p = a_0$$

i

$$\frac{\cos a_p}{c_1} = \frac{\cos a_z}{c_2}$$

lub

$$\frac{\cos a_p}{\cos a_z} = \frac{c_1}{c_2}.$$

Kąty a_p i a_z są dopełnieniami kątów padania i załamania, które oznaczaliśmy przez a_1 i a_2, ostatecznie zatem otrzymujemy

$$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n,$$

prawo Descartes'a. Wynik ten można było z góry przewidzieć, gdyż prawa Descartes'a są wnioskiem z równań, wyrażających rozchodzenie się ze stałą prędkością zaburzeń okresowych.

Wektor $\vec{H}$ natężenia pola magnetycznego, prostopadły do kierunku promienia i do wektora $\vec{E}$, będzie tym razem leżał w płaszczyźnie padania.

Gdy $\vec{E}_p^{(p)}$ ma kierunek dodatnich wartości y, wektor $\vec{H}$ tworzy z osią Ox kąt $\pi - a_1$ (rys. 296), wobec czego jego składowa styczna H_x jest równa

$$H_x^{(p)} = -H_p^{(p)} \cos a_1 \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sin a_1 + z\cos a_1}{c_1}\right) =$$

$$= -\sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_p^{(p)} \cos a_1 \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sin a_1 + z\cos a_1}{c_1}\right).$$

Składowa styczna wektora $\vec{H}$ po odbiciu tworzy z osią Ox kąt a_1, gdy E_y jest jak poprzednio, skierowane w stronę dodatnich y, gdyż odbicie zmienia kierunek rozchodzenia się drgań. Wobec tego składowa ta będzie równa

$$H_x^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_p^{(0)} \cos a_1 \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin a_1 + z \cos a_1}{c_1}\right).$$

Kierunek wektora $\vec{H}$ wyznaczamy bezpośrednio ze wzoru (3), wektor Poyntinga wyznacza kierunek rozchodzenia się zaburzeń.

Składowa styczna wektora $\vec{H}$ w promieniu załamanym wyniesie

$$H_x^{(z)} = -\sqrt{\varepsilon_2} \cdot E_p^{(z)} \cos a_2 \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin a_2 + z \cos a_2}{c_2}\right).$$

Warunek więc równości składowych stycznych pola magnetycznego w punkcie $z=0$ wyrazi się równaniem

$$(-\sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_p^{(p)} + \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_p^{(0)}) \cos a_1 = -\sqrt{\varepsilon_2} \cdot E_p^{(z)} \cos a_2. \qquad \text{(f)}$$

Z tego równania i z ostatniego z równań (e) można wyznaczyć amplitudy drgań odbitych i załamanych w funkcji amplitudy drgań padających. Po prostych przeróbkach znajdujemy

$$E_w^{(0)} = \frac{\dfrac{\cos a_1}{\cos a_2} - \sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}{\dfrac{\cos a_1}{\cos a_2} + \sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}} \cdot E_p^{(p)} \qquad \text{(g)}$$

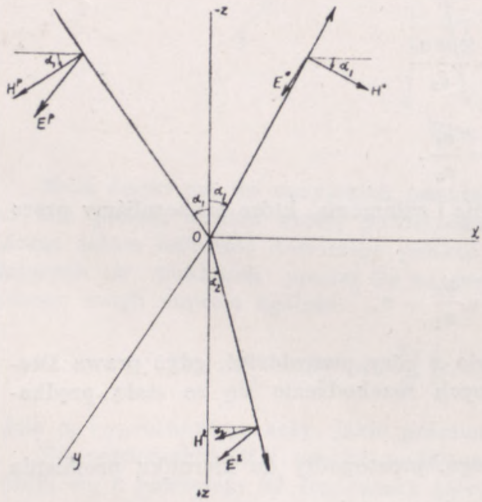
skąd podstawiając

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = n = \frac{\sin a_1}{\sin a_2},$$

$$E_p^{(0)} = -\frac{\sin(a_1 - a_2)}{\sin(a_1 + a_2)} E_p^{(p)}. \qquad (6)$$

Podobnie

$$E_p^{(z)} = \frac{2 \cos a_1 \cdot \sin a_2}{\sin(a_1 + a_2)} E_p^{(p)}. \qquad \text{(6a)}$$



Rys, 296

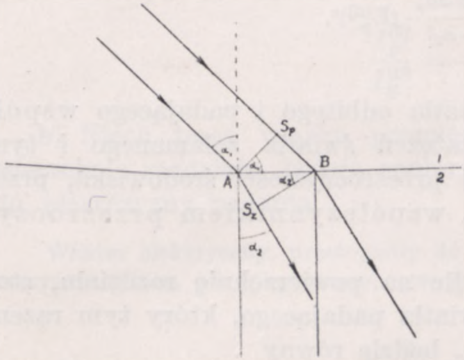
W przypadku zatem przechodzenia zaburzeń ze środowiska optycznie rzadszego do optycznie gęstszego ($n > 1$) amplitudy drgań odbitego i padającego mają bez względu na wartość kąta padania a_1 znaki przeciwne, gdyż kąt a_1 jest zawsze większy od kąta a_2. Kierunki wektorów są przeto takie, jak na rys. 296.

Przekrój wiązki odbitej i prędkość jej rozchodzenia się są odpowiednio równe przekrojowi i prędkości wiązki padającej, wobec czego stosunek natężeń światła

odbitego do padającego jest równy po prostu stosunkowi kwadratów odpowiednich amplitud

$$\frac{I_p^{(0)}}{I_p^{(p)}} = \left(\frac{E_p^{(0)}}{E_p^{(p)}}\right)^2 = \frac{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}. \tag{7}$$

Wiązka załamania ma inny przekrój i inną prędkość rozchodzenia się. Przez powierzchnię S_p przekroju wiązki padającej (rys. 297) przechodzi w jednostkę czasu strumień światła, proporcjonalny do energii, zawartej w walcu o przekroju $S_p = AB \cdot \cos\alpha_1$ i o wysokości $1 = c_1$, a więc równej



Rys, 297

$$\frac{c_1}{8\pi}(E_p^{(p)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_1,$$

przez przekrój wiązki załamanej S_z przechodzi w jednostkę czasu strumień, proporcjonalny do energii, zawartej w objętości $c_2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_2$ i równej

$$\frac{c_2}{8\pi}(E_p^{(z)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_2.$$

Stosunek tych strumieni równy jest stosunkowi natężeń światła załamanego i padającego. Mamy zatem

$$\frac{I^{(z)}}{I^{(p)}} = \frac{\frac{c_2}{8\pi}(E_p^{(z)})^2 AB \cdot \cos\alpha_2}{\frac{c_1}{8\pi}(E_p^{(p)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_1} = \left(\frac{E_p^{(z)}}{E_p^{(p)}}\right)^2 \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1} = \left(\frac{E_p^{(z)}}{E_p^{(p)}}\right)^2 \frac{\sin\alpha_1 \cos\alpha_2}{\sin\alpha_2 \cos\alpha_1},$$

skąd po podstawieniu wartości $E_p^{(z)}$ ze wzoru (6a) otrzymujemy

$$\frac{I^{(z)}}{I^{(p)}} = \frac{4\cos^2\alpha_1 \cdot \sin^2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot \frac{\sin\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2}{\sin\alpha_2 \cdot \cos\alpha_1} = \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}. \tag{7a}$$

Łatwo sprawdzić, że wzory powyższe czynią zadość zasadzie zachowania energii. Istotnie powinniśmy mieć

$$\frac{c_1}{8\pi}(E_p^{(p)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_1 = \frac{c_1}{8\pi}(E_p^{(0)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_1 + \frac{c_2}{8\pi}(E_p^{(z)})^2 \cdot AB \cdot \cos\alpha_2$$

lub

$$c_1 \cos\alpha_1[(E_p^{(p)})^2 - (E_p^{(0)})^2] = c_2 (E_p^{(z)})^2 \cos\alpha_2,$$

skąd

$$(E_p^{(p)})^2 - (E_p^{(0)})^2 = (E_p^{(z)})^2 \frac{\sin\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2}{\sin\alpha_2 \cdot \cos\alpha_1} = \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)} (E_p^{(p)})^2.$$

Podstawiając wartość $E_p^{(0)}$ ze wzoru (6), znajdujemy, że lewa część równania równa jest

$$(E_p^{(p)})^2-(E_p^{(0)})^2=\frac{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)-\sin^2(\alpha_1-\alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)}(E_p^{(p)})^2=$$

$$=\frac{[\sin(\alpha_1+\alpha_2)-\sin(\alpha_1-\alpha_2)]\cdot[\sin(\alpha_1+\alpha_2)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)}(E_p^{(p)})^2=$$

$$=\frac{\sin 2\alpha_1\cdot\sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)}(E_p^{(p)})^2,$$

a zatem równa części prawej.

Nazwijmy stosunek natężeń światła odbitego i padającego **współczynnikiem odbicia**, stosunek natężeń światła załamanego i tym samym, wobec założenia doskonałej przezroczystości środowiska, przechodzącego przez środowisko drugie, **współczynnikiem przezroczystości**.

Gdy promienie padają prostopadle na powierzchnię rozdziału, stosunek natężeń światła odbitego i światła padającego, który tym razem nazwiemy **zdolnością odbijającą**, będzie równy

$$\frac{I_p^{(0)}}{I_p^{(p)}}=\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2, \tag{7b}$$

gdzie znaczek p u dołu oznacza, że mamy do czynienia ze światłem spolaryzowanym w płaszczyźnie padania.

Istotnie kładąc we wzorze (g)

$$\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}=1\,; \qquad \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}=n\,,$$

otrzymujemy

$$E_p^{(0)}=-\frac{n-1}{n+1}E_p^{(p)}, \tag{7c}$$

stąd stosunek natężeń

$$\frac{I_p^{(0)}}{I_p^{(p)}}=\left(\frac{E_p^{(0)}}{E_p^{(p)}}\right)^2=\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2. \tag{7d}$$

I w tym przeto przypadku, gdy $\alpha_1=\alpha_2$ część światła, spolaryzowanego w płaszczyźnie padania, odbija się od powierzchni rozdziału.

Zdolność odbijająca pozostaje bez zmiany przy odwróceniu biegu promieni, istotnie, podstawiając $\frac{1}{n}$ zamiast n, otrzymujemy tę samą wartość stosunku natężeń, zależną jedynie od wartości współczynnika załamania środowiska drugiego względem pierwszego i tym większą, im bardziej n różni się od jedności.

Przyjmując we wzorze (7a)

$$\cos\alpha_1 = \cos\alpha_2 = 1 \quad \text{i} \quad \sin\alpha_1 \approx \alpha_1 = n \sin\alpha_2 \approx n\alpha_2,$$

znajdujemy

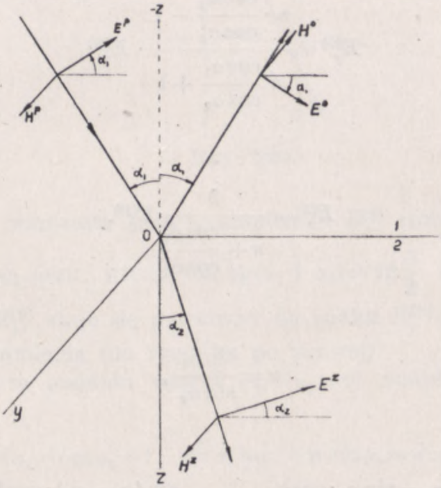
$$\frac{I_p^{(z)}}{I_p^{(p)}} = \frac{4n}{(n+1)^2},$$

Przezroczystość środowiska drugiego wyraża się wzorem

$$\frac{I_p^{(z)}}{I_p^{(p)}} = \frac{4n}{(n+1)^2}. \tag{7e}$$

b) Niech teraz wiązka promieni równoległych, padających na powierzchnię rozdziału, będzie spolaryzowana w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania.

Wektor elektryczny, prostopadły do promienia, będzie tym razem leżał w płaszczyźnie, którą, jak poprzednio, przyjmiemy za płaszczyznę padania (rys. 298).



Rys. 298

Jego składowe styczne do powierzchni rozdziału będą odpowiednio równe

$$E_x^{(p)} = E_r^{(p)} \cos\alpha_1 \cdot \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sin\alpha_1 + z\cos\alpha_1}{c_1}\right),$$

$$E_x^{(0)} = -E_p^{(p)} \cos\alpha_1 \cdot \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sin\alpha_1 + z\cos\alpha_1}{c_1}\right),$$

$$E_x^{(z)} = E_r^{(z)} \cos\alpha_2 \cdot \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sin\alpha_2 + z\cos\alpha_2}{c_2}\right),$$

gdzie znaczek r oznacza drgania równoległe do płaszczyzny padania. Składowe styczne wektora $\vec{H}$, prostopadłego do płaszczyzny padania, wyrażą się wzorami

$$H_p^{(p)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_r^{(p)} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin \alpha_1 + z \cos \alpha_1}{c_1}\right),$$

$$H_y^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_r^{(0)} \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin \alpha_1 + z \cos \alpha_1}{c_1}\right),$$

$$H_y^{(z)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_r^{(z)} \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_2}{c_2}\right).$$

Z twierdzenia o równości składowych stycznych po obu stronach powierzchni rozdziału ($z=0$) otrzymujemy

$$E_r^{(p)} \cos \alpha_1 - E_r^{(0)} \cos \alpha_1 = E_r^{(z)} \cos \alpha_2,$$

$$\sqrt{\varepsilon_1} E_r^{(p)} + \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_r^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_2} \cdot E_r^{(z)},$$

skąd

$$E_r^{(0)} = \frac{n \cdot \dfrac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} - 1}{n \dfrac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} + 1} \cdot E_r^{(p)} \tag{8}$$

i

$$E_r^{(z)} = \frac{2}{n + \dfrac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}} E_r^{(p)}.$$

Podstawiając

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2},$$

znajdujemy

$$E_r^{(0)} = \frac{\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2}{\sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2} E_r^{(p)} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} E_r^{(p)} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2)} E_r^{(p)} \tag{8a}$$

i

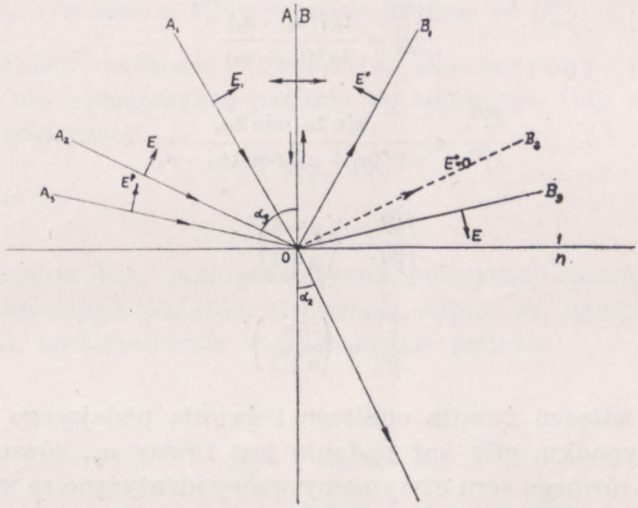
$$E_r^{(z)} = \frac{2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \sin \alpha_2 \cos \alpha_2} E_r^{(p)} = \frac{2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} E_r^{(p)}.$$

Amplituda drgania odbitego równa jest zeru przy $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^0$, mamy wtedy

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \operatorname{tg} \alpha_1,$$

kąt $\alpha_1 = \alpha_g$ jest zatem, zgodnie z prawem **Brewstera**, kątem całkowitej polaryzacji, pod którym promienie spolaryzowane w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania wcale się nie odbijają.

Gdy środowisko drugie jest optycznie gęstsze od środowiska pierwszego ($n>1$, $\alpha_1 > \alpha_2$), kierunki wektorów elektrycznych są takie, jak na rys. 299. Dopóki kąt α_1 jest mniejszy od α_g, wektor odbity jest po tej samej stronie promienia (na rysunku po lewej, gdy patrzymy w kierunku rozchodzenia się światła), co wektor pada-



Rys. 299

jący. Ze stopniowym wzrostem kąta α_1 amplituda $E_r^{(0)}$ stopniowo maleje, aby przy $\alpha_1 = \alpha_g$ stać się równą zeru; wtedy też $\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$ przechodzi od wartości $+\infty$ do $-\infty$, znak $E_r^{(0)}$ staje się przeciwny do znaku $E_r^{(p)}$: wektor odbity leży po przeciwnej stronie promienia (na rysunku po prawej).

Przy prostopadłym padaniu wiązki ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) znajdujemy, kładąc, jak poprzednio,

$$\cos\alpha_1 = \cos\alpha_2 = 1 \qquad \sin\alpha_1 \approx \alpha_1 = n\sin\alpha_2 \approx n\alpha_2,$$

że

$$E_r^{(0)} = \frac{n-1}{n+1} E_r^{(p)},$$

$$E_r^{(z)} = \frac{2}{n+1} E_r^{(p)}. \tag{9}$$

I tym razem przeto wektor odbity leży po tej samej stronie promienia, gdy patrzymy stale w kierunku rozchodzenia się światła; światło odbite obserwujemy wszakże w kierunku promienia padającego: wektor odbity będzie skierowany w stronę przeciwną do wektora padającego, jak to bezpośrednio wynika z rys. 299, gdy promienie AO i BO przybliżymy do normalnej. W tym więc przypadku jednakowe

znaki amplitud oznaczają przeciwne położenia wektorów względem normalnej. Wzory przeto (9) są w istocie identyczne ze wzorem (7b), co można było z góry przewidzieć, gdyż przy $\alpha_1=0$ za płaszczyznę padania możemy brać dowolną płaszczyznę, przesuniętą przez oś Oz; tym samym przeto znika różnica między promieniami spolaryzowanymi w płaszczyźnie padania i promieniami spolaryzowanymi w płaszczyźnie do niej prostopadłej.

Rozumując w ten sam sposób, co przy wyprowadzaniu wzorów (7), (7a), (7c) (7e) znajdziemy, że

$$\frac{I_r^{(0)}}{I_r^{(p)}} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha_1-\alpha_2)}{\operatorname{tg}^2(\alpha_1+\alpha_2)} \tag{10}$$

i

$$\frac{I_r^{(z)}}{I_r^{(p)}} = \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)\cos^2(\alpha_1-\alpha_2)}$$

i przy $\alpha_1=0$ 10a)

$$\frac{I_r^{(0)}}{I_r^{(p)}} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

oraz

$$\frac{I_r^{(z)}}{I_r^{(p)}} = \left(\frac{4n}{n+1}\right)^2.$$

Stosunek natężeń światła odbitego i światła padającego będzie tym razem w przypadku, gdy kąt padania jest równy α_g, równy zeru. Dla kąta padania równego zeru otrzymamy wzory identyczne ze wzorami (7c).

c) Przypuśćmy teraz, że wiązkę padającą tworzą promienie, spolaryzowane w płaszczyźnie, tworzącej kąt φ z płaszczyzną padania.

Amplitudę $E_{90-\varphi}^{(p)}$, tworzącą z płaszczyzną padania kąt $90-\varphi$, rozkładamy na dwie składowe: prostopadłą i równoległą do płaszczyzny padania. Pierwsza z nich, odpowiadająca drganiom, spolaryzowanym w płaszczyźnie padania, równa jest

$$E_p^{(p)} = E_{90-\varphi}^{(p)}\cos\varphi,$$

druga, odpowiadająca drganiom, spolaryzowanym w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania,

$$E_r^{(p)} = E_{90-\varphi}^{(p)}\sin\varphi.$$

Zgodnie ze wzorami (6), (6a) i (8a) amplitudy tych składowych po odbiciu i załamaniu będą odpowiednio równe

$$E_p^{(G)} = -\frac{\sin(\alpha_1-\alpha_2)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}\cos\varphi \cdot E_{90-\varphi}^{(p)}$$

$$E_p^{(z)} = \frac{2\cos\alpha_1\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}\cos\varphi \cdot E_{90-\varphi}^{(p)}$$

oraz

$$E_r^{(0)} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1-\alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1+\alpha_2)}\sin\varphi\, E_{90-\varphi}^{(p)}$$

$$E_r^{(z)} = \frac{2\cos\alpha_1\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)\cos(\alpha_1-\alpha_2)}\sin\varphi\, E_{90-r}^{(p)}.$$

Sumy geometryczne tych par składowych, mających różnicę fazy 0, dają po odbiciu i załamaniu drgania spolaryzowane prostoliniowo w płaszczyznach, tworzących z płaszczyzną padania kąty φ_0 i φ_z. Pierwszy z tych kątów otrzymujemy ze wzorów

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{E_r^{(0)}}{E_p^{(0)}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1-\alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot \frac{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}{\sin(\alpha_1-\alpha_2)} \operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos(\alpha_1+\alpha_2)}{\cos(\alpha_1-\alpha_2)} \operatorname{tg}\varphi. \tag{11a}$$

Kąt φ_0 jest zawsze mniejszy od φ, gdyż suma kątów $\alpha_1+\alpha_2$ jest zawsze większa od różnicy $\alpha_1-\alpha_2$, tym samym $E_r^{(0)}$ jest zawsze mniejsze od $E_p^{(0)}$.

Przy odbiciu zachodzi skręcenie płaszczyzny polaryzacji: kąt między nią i płaszczyzną padania się zmniejsza. Gdy $\alpha_1=\alpha_g$, kątowi całkowitej polaryzacji,

$$\operatorname{tg}\varphi_0=0.$$

Wtedy bowiem

$$\cos(\alpha_1+\alpha_2)=0,$$

gdzie φ_0 oznacza kąt, jaki płaszczyzna polaryzacji promieni odbitych tworzy z płaszczyzną padania: promienie odbite są, zgodnie z prawem Brewstera, spolaryzowane w płaszczyźnie padania.

Podobnie

$$\operatorname{tg}\varphi_z = \frac{E_r^{(z)}}{E_p^{(z)}} = \frac{1}{\cos(\alpha_1-\alpha_2)} \cdot \operatorname{tg}\varphi. \tag{11b}$$

Ponieważ $\cos(\alpha_1-\alpha_2)$ jest zawsze mniejszy od jedności, $\operatorname{tg}\varphi_z$ jest większy od $\operatorname{tg}\varphi$; i $\varphi_z>\varphi$.

Płaszczyzna polaryzacji promieni załamanych zbliża się do płaszczyzny, prostopadłej do płaszczyzny padania. Odbicie i załamanie skręcają płaszczyznę polaryzacji w kierunkach przeciwnych. Ten wniosek ze wzorów Fresnela doświadczenie całkowicie potwierdza.

Natężenie wiązek odbitej i załamanej otrzymamy, sumując natężenia drgań składowych, które, jako wzajemnie prostopadłe, nie podlegają interferencji. Będziemy więc mieli

$$\frac{I_\varphi^{(0)}}{I_\varphi^{(p)}} = \frac{I_p^{(0)}+I_r^{(0)}}{I_\varphi^{(p)}} = \frac{I_p^0}{I_p^{(p)}} \cdot \cos^2\varphi + \frac{I_r^{(0)}}{I_p^{(p)}} \sin^2\varphi = \frac{\sin^2(\alpha_1-\alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)} \cos^2\varphi + \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha_1-\alpha_2)}{\operatorname{tg}^2(\alpha_1+\alpha_2)} \sin^2\varphi \tag{11c}$$

oraz

$$\frac{I_\varphi^{(z)}}{I_\varphi^{(p)}} = \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)} \cos^2\varphi + \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1+\alpha_2)\cos^2(\alpha_1-\alpha_2)} \sin^2\varphi. \tag{11d}$$

d) W ten sam sposób możemy wyznaczyć amplitudy i natężenia promieni odbitych i załamanych, gdy wiązka padająca jest wiązką drgań naturalnych (niespolaryzowanych).

Wtedy jednak wartość kąta φ będzie miała co chwila inne wartości, przeciętna jednak wartość $\cos\varphi$ i $\sin\varphi$ będzie w ciągu czasu obserwacji wielkością stałą, równą

$\frac{\sqrt{2}}{2}$, tak że składowe $E_p^{(p)}$ i $E_r^{(p)}$ będą przeciętnie wzajemnie równe. Wzory (11), (11c) i (11d) przekształcą się w następujące:

$$E_p^{(0)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot E^{(p)}$$

$$E_p^{(z)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\cos\alpha_1 \sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} E^{(p)} \tag{12}$$

$$E_r^{(0)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2)} E^{(p)}$$

$$E_r^{(z)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\cos\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)\cos(\alpha_1 - \alpha_2)} E^{(p)}$$

oraz

$$\frac{I^{(0)}}{I^{(p)}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}^2(\alpha_1 + \alpha_2)}\right]$$

$$\frac{I^{(z)}}{I^{(p)}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)}\right]. \tag{12a}$$

Zarówno w promieniu odbitym, jak i załamanym, przeciętne wartości składowych równoległych i prostopadłych do płaszczyzny padania nie są wzajemnie równe, promienie te są przeto częściowo spolaryzowane.

W promieniach odbitych nadwyżka stosunku natężeń drgań spolaryzowanych w płaszczyźnie padania, będąca miarą polaryzacji promieni odbitych, wynosi

$$I_{\text{spol}}^{(0)} = I_p^{(0)} - I_r^{(0)} = \frac{1}{2}\frac{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}\left[1 - \frac{\cos^2(\alpha_1 + \alpha_2)}{\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)}\right] I^{(p)} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2 \cdot \sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)} \cdot I^{(p)}. \tag{12b}$$

W promieniu załamanym przeważają drgania spolaryzowane w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania

$$I_{\text{spol}}^{(z)} = I_r^{(z)} - I_p^{(z)} = \frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}\left(\frac{1}{\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)} - 1\right) I^{(p)} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha_1 \cdot \sin 2\alpha_2 \cdot \sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2)} \cdot I^{(p)}. \tag{12c}$$

Nadwyżki te są wzajemnie równe, jak to doświadczalnie stwierdził (1815 r.) Arago.

Stosunek natężenia światła spolaryzowanego w płaszczyźnie padania do natężenia wiązki padającej jest w wiązce odbitej równy stosunkowi natężenia w wiązce załamanej światła, spolaryzowanego w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania, do natężenia wiązki padającej (prawo Arago).

Gdy wiązka światła naturalnego pada na płaszczyznę rozdziału pod kątem całkowitej polaryzacji α_g, promienie odbite są, jak wiemy, całkowicie spo aryzowane w płaszczyźnie padania. Jeżeli przeto wiązka kolejno odbija się pod tym kątem od szeregu ułożonych jedna na drugiej równoległych powierzchni przezroczystych, polaryzacja wiązki załamanej stopniowo wzrasta, gdyż do uprzednio spolaryzowanych przez załamanie i nie odbijających się promieni dochodzą za każdym razem nowe, otrzymane przez załamanie z tej części wiązki, która nie była spolaryzowana w poprzednich odbiciach czy załamaniach.

Na tej zasadzie oparta jest budowa tzw. stosu szklanego (pile de glaces), składającego się z wielu nałożonych jedna na drugą cienkich szybek szklanych. Wiązka, padająca na stos pod kątem całkowitej polaryzacji, wychodzi po załamaniu prawie całkowicie spolaryzowana w płaszczyźnie, prostopadłej do płaszczyzny padania. Przyrząd ten pozwala zatem otrzymać jednocześnie wiązki spolaryzowane we dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach: jedna z tych wiązek polaryzuje się przez odbicie, druga przez załamanie.

Kładąc we wzorze (12c) $\alpha_1 = \alpha_g$ i $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_g$

oraz

$$\sin\alpha_g = n\cos\alpha_g = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}, \qquad \cos\alpha_g = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}},$$

znajdujemy, że po pierwszym załamaniu stosunek natężenia promieni, spolaryzowanych w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania, do natężenia promieni padających wynosi

$$\frac{I_{\text{spol}}}{I} = \frac{1}{2}\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{(n^2+1)^2-(n^2+1)^2+(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{4n^2}{(n+1)^2}\right)\right].$$

Po załamaniu dwukrotnym np. po przejściu przez jedną płytkę stosu szklanego (promień załamuje się na przedniej i tylnej powierzchni płytki)

$$\frac{I_{\text{spol}}}{I} = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{4n^2}{(n^2+1)^2}\right)^2\right]$$

i po $2p$ załamaniach, po przejściu zatem przez p płytek

$$\frac{I_{\text{spol}}}{I} = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{4n^2}{(n+1)^2}\right)^{2p}\right].$$

Ściśle więc biorąc całkowitą polaryzację otrzymamy po nieskończenie wielu załamaniach. Już jednak po kilku załamaniach natężenie światła spolaryzowanego stanowi znaczny ułamek połowy natężenia wiązki padającej Tak np. stos szklany ($n = 1{,}51$) o 10 płytkach doskonale przezroczystych daje światło spolaryzowane mniej więcej w 96%.

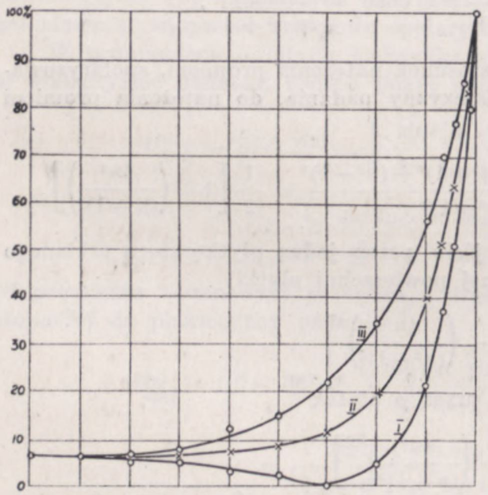
Stokes obliczył (1848 r) stopień polaryzacji światła padającego pod różnymi kątami na stos o 1, 2, 4, 8, 16, 32 i nieskończenie wielkiej liczbie płytek, uwzględniając pochłanianie światła przez szkło.

Wzory Fresnela były niejednokrotnie poddawane sprawdzaniu doświadczalnemu. W obszarze widzialnej części widma pomiary takie wykonali m. in. Rayleigh (1892 r.), Conroy (1889 r.), a zwłaszcza Murphy (1896 r.). Dały one wyniki, niewiele odbiegające od obliczonych ze wzorów Fresnela. Tak np. Murphy, używając światła o długości 0,67 μ spolaryzowanego w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45° z płaszczyzną padania, otrzymał na natężenie światła odbitego od powierzchni szkła następujące dane:

kąt padania	wynik pomiaru	Obliczone ze wzoru Fresnela
20°	4,8	4,8
40°	5,6	5,38
60°	9,62	9,87
80°	39,07	39,65,

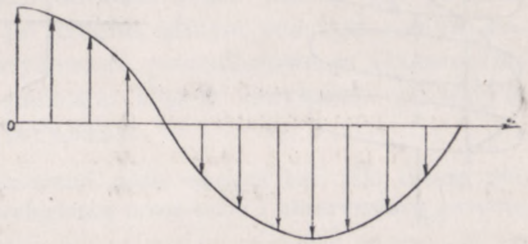
co z uwagi na trudność pomiarów fotometrycznych należy uznać za bardzo dobre potwierdzenie wzorów Fresnela.

Na ogół zgodność doświadczenia z teorią jest tym lepsza, im bardziej środowisko czyni zadość warunkowi doskonałej przezroczystości, im dalej zatem od prążka absorpcyjnego leży użyty do pomiarów obszar widma. Z góry też można przewidzieć, że największą zgodność z teorią otrzyma się przy użyciu fal długich — elektromagnetycznych, w ścisłym tego słowa znaczeniu. Nic też dziwnego, że Pfannenberg, mierząc odbicie od powierzchni asfaltu fal elektromagnetycznych, otrzymał (1926 r.) wyniki, całkowicie zgodne z teorią, jak tego dowodzi wzięty z książki Schaefera „Einführung in die Theoretische Physik", 1932 r., rys. 300, na którym krzywe odtwarzają zależność stosunku natężeń światła odbitego i padającego od kąta padania, gdy światło padające jest spolaryzowane w płaszczyznie padania (krzywa I), naturalne (krzywa II) i wreszcie spolaryzowane w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania (krzywa III), kółka zaś na krzywych wyznaczają dane otrzymane z pomiarów.



Rys. 300

e) Wspominaliśmy wyżej, że wzory Fresnela zachowują swą moc i przy odwróceniu biegu promieni, że przeto obowiązują zarówno przy przejściu ze środowiska optycznie rzadszego do gęstszego, jak i odwrotnie: ze środowiska gęstszego do rzadszego. Tak jednak będzie tylko dopóty, dopóki kąt padania nie będzie przewyższał kąta α_m całkowitego wewnętrznego odbicia. Wtedy bowiem, jak to doświadczalnie stwierdził (1816 r.) Fresnel, światło, spolaryzowane w płaszczyźnie, tworzącej kąt φ z płaszczyzną padania, po odbiciu traci cechy polaryzacji, „depolaryzuje się", że użyjemy określenia Fresnela: obserwując wiązkę odbitą przez nikol, przy żadnym położeniu jego płaszczyzny przecięcia głównego nie otrzymamy zupełnego zaciemnienia pola widzenia, co najwyżej stwierdzimy w pewnych położeniach zwiększenie, w innych zmniejszenie natężenia światła. Wiązka odbita wykazuje zatem cechy częściowo spolaryzowanego światła naturalnego, w rzeczywistości jednak nim nie jest, przy dalszych bowiem odbiciach w warunkach analogicznych (p. niżej) występują w wiązce cechy, niespotykane w świetle częściowo spolaryzowanym.



Rys. 301

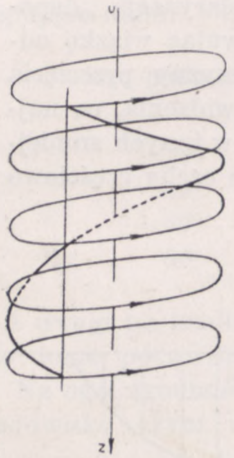
Fresnel, kierowany genialną intuicją, założył, że w danym przypadku wzajemnie prostopadłe składowe drgania odbitego — składowa prostopadła do płaszczyzny padania i składowa równoległa do tej płaszczyzny — nabywają przy odbiciu stałej różnicy faz, wobec czego odbity wektor świetlny, będący sumą geometryczną tych dwóch wektorów, opisuje elipsę, mającą stałe położenie i stały kształt (por. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz. I, ust. 9). Światło odbite jest spolaryzowane eliptycznie.

Różnicę między światłem spolaryzowanym prostoliniowo i spolaryzowanym eliptycznie można z gruba przedstawić w sposób następujący. Odkładajmy w kierunku rozchodzenia się płaskiej, prostoliniowo spolaryzowanej fali chwilowe wartości wektorów świetlnych (rys 301); krzywa, łącząca końce tych wektorów jest znaną nam sinusoidą, leżącą w płaszczyźnie, prostopadłej do płaszczyzny polaryzacji. Niech teraz badana fala będzie eliptycznie spolaryzowana. Wektory świetlne w różnych punktach promienia Oz w danej chwili nie leżą w tej samej płaszczyźnie (rys 302); krzywa, łącząca ich końce, nie jest krzywą płaską, przypomina raczej linię śrubową. W promieniu światła naturalnego końce wektorów świetlnych też nie leżą w jednej płaszczyźnie, kształty jednak kolejnych elips są różne.

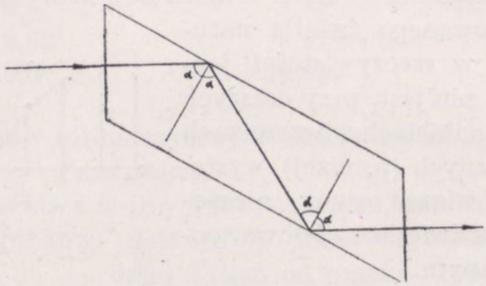
Różnica faz jest zależna od kąta padania, zawsze większego od kąta α_m całkowitego wewnętrznego odbicia, i od wartości współczynnika załamania środowiska, do którego światło wchodzi, względem środowiska, z któ-

rego wychodzi ($n=n_2:n_1$ zawsze <1). W przypadku szczególnym, gdy promienie padające są spolaryzowane w płaszczyźnie tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania i różnica faz wynosi $\frac{\pi}{2}$, światło odbite jest spolaryzowane kołowo.

Do otrzymania tak spolaryzowanego światła może służyć tzw. równoległościan Fresnela zrobiony ze szkła St. Gobain o współczynniku załamania 1,51: światło, spolaryzowane prostoliniowo w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania, po dwukrotnym całkowitym odbiciu pod kątem $54^0 37'$ wychodzi spolaryzowane kołowo (rys. 303). Obserwując przez nikol wiązkę



Rys. 302


Rys. 303

wychodzącą, nie będziemy mogli przy obracaniu nikola dokoła jego osi optycznej stwierdzić żadnej różnicy w oświetleniu pola widzenia. Światło będzie miało cechy światła naturalnego. Jeżeli jednak wiązkę rzucimy na drugi równoległościan tak ustawiony, żeby płaszczyzny padania były w obu równoległościanach równoległe, stwierdzimy, że światło wychodzące jest spolaryzowane prostoliniowo; do poprzedniej bowiem różnicy faz, wynoszącej $\frac{\pi}{2}$, dochodzi na skutek przejścia przez drugi równoległościan znowu ta sama różnica, wobec czego fazy wychodzących wzajemnie prostopadłych drgań składowych różnią się o π. W ten sposób sprawdzamy, że mamy tu do czynienia istotnie z wiązką spolaryzowaną kołowo, nie zaś ze światłem naturalnym.

5. ODBICIE I ZAŁAMANIE NA POWIERZCHNIACH PRZEWODZĄCYCH

Ustalone wyżej prawa polaryzacji nie stosują się, jak to wykazał Malus, do metali: przy żadnej wartości kąta padania nie można przez odbicie z wiązki światła naturalnego otrzymać wiązki spolaryzowanej prostoliniowo; wiązka odbita zawsze wykazuje cechy światła częściowo

spolaryzowanego. Stopień tej polaryzacji jest najsilniejszy przy pewnej wartości kąta padania; a zatem kątowi całkowitej polaryzacji w ciałach przezroczystych odpowiada w metalach kąt, który by można nazwać kątem największej polaryzacji. Kąt ten, który oznaczać będziemy tak, jak kąt całkowitej polaryzacji, przez α_g, nazwiemy głównym kątem padania.

Brewster, badając dokładniej to zjawisko, znalazł (1815 i 1830 r.), że dopiero po wielokrotnym odbiciu (np. ośmiokrotnym pod kątem, zawartym w granicach między 60^0 i 80^0, w przypadku płytki stalowej) można otrzymać z wiązki światła naturalnego wiązkę całkowicie spolaryzowaną w płaszczyźnie padania.

Wiązka promieni, spolaryzowanych w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania po odbiciu się „depolaryzuje", podobnie, jak rozpatrywana w ustępie poprzednim wiązka, odbita pod kątem większym od kąta całkowitego wewnętrznego odbicia. Jeżeli jednak kąt padania jest równy głównemu kątowi, to po drugim odbiciu pod tym samym kątem wiązka znów staje się spolaryzowana prostoliniowo w płaszczyźnie tworzącej kąt Φ z płaszczyzną padania. Kąt Φ nazywamy głównym azymutem przywróconej polaryzacji.

Termin azymut wzięty jest z astronomii, gdzie oznacza kąt, jaki tworzy płaszczyzna południka z płaszczyzną, przechodzącą przez zenit i obserwowaną gwiazdę.

Po odbiciu trzykrotnym (w tych samych warunkach) wiązka się znów depolaryzuje, aby po jeszcze jednym odbiciu stać się z powrotem spolaryzowaną prostoliniowo itd.

Na zasadzie analogii między tymi zjawiskami, a rozpatrywanym wyżej przypadkiem odbicia pod kątem większym od kąta całkowitego wewnętrznego odbicia, można przypuścić, że i tym razem powstaje przy odbiciu różnica faz drgań prostopadłych i równoległych do płaszczyzny padania, a więc że po odbiciu mamy do czynienia ze światłem, spolaryzowanym eliptycznie.

Nazwy tej użył Brewster, omawiając wyniki swych pierwszych doświadczeń, nadawał jej wszakże zupełnie inne znaczenie, niż to, które jej przypisał Fresnel.

Założenie to istotnie pozwala zdać sobie sprawę z przebiegu najważniejszych zjawisk z tej dziedziny.

Niech δ oznacza tę różnicę faz; po q odbiciach wzrośnie ona do $m\pi$, gdzie m niech będzie liczbą całkowitą nieparzystą. Gdyby odbicie nie zmieniało stosunku amplitud drgań składowych, wiązka, początkowo spolaryzowana w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania, stałaby się po q odbiciach z powrotem spolaryzowana prostoliniowo w płaszczyźnie prostopadłej do początkowej płaszczyzny polaryzacji. Doświadczenie wykazuje wszakże, że tak nie jest: kąt między tymi

płaszczyznami jest zawsze mniejszy od 90^0; płaszczyzna polaryzacji promieni odbitych zbliża się do płaszczyzny padania. Stąd wynika, że amplituda drgania spolaryzowanego w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania (zachodzącego zatem w tej płaszczyźnie) ulega przy odbiciu stosunkowo silniejszemu osłabieniu, niż amplituda drgania spolaryzowanego w płaszczyźnie padania. Tym się tłumaczy, że wiązka światła naturalnego, w której amplitudy drgań prostopadłych i równoległych są, jak wiemy, przeciętnie równe, poddana wielokrotnym odbiciom, staje się w końcu wiązką światła, spolaryzowanego prostoliniowo w płaszczyźnie padania. Ilość koniecznych do tego odbić, jest, jak wiemy, najmniejsza, gdy wiązka pada pod głównym kątem padania, wtedy przeto osłabienie amplitudy drgań, zachodzących w płaszczyźnie padania, jest największe.

W przypadku światła spolaryzowanego prostoliniowo w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania, wystarczy, jak wykazał Brewster, dwukrotne odbicie pod głównym kątem padania, aby przywrócić prostoliniową polaryzację; należy przeto przypuścić, że przy odbiciu pod tym kątem różnica faz δ wynosi $\frac{\pi}{2}$. Przy innych kątach padania różnica ta ma inne wartości, zmieniając się od zera przy $\alpha=0^0$ (wiązka pada prostopadle) do π przy $\alpha=90^0$ (wiązka ślizga się po powierzchni odbijającej); w tych dwóch zatem przypadkach światło prostoliniowo spolaryzowane pozostaje po odbiciu spolaryzowane prostoliniowo, co istotnie doświadczenie potwierdza.

Te własności środowisk metalicznych są w niewątpliwym związku z niepomiernie silniejszą w porównaniu z ciałami przezroczystymi ich zdolnością odbijającą. Natężenie światła odbitego jest zawsze o wiele większe od natężenia światła wchodzącego do środowiska metalicznego. Co więcej, światło wchodzące ulega szybkiemu pochłanianiu, tak że jedynie bardzo cienkie warstewki metalu są jako tako przezroczyste dla światła.

Przyjmując, że warstwy tej samej grubości pochłaniają ten sam ułamek światła padającego i że wobec tego zmniejszanie amplitudy zaburzeń, rozchodzących się w metalu, wyraża się funkcją wykładniczą, możemy napisać, że w wiązce, padającej prostopadle (w kierunku osi OZ), stosunek amplitud w odległościach z_1 i z_2 od powierzchni jest równy

$$e^{-a(z_2-z_1)},$$

gdzie a jest wielkością stałą dla danego metalu i danej długości fali.

Słuszność tego założenia potwierdziły pomiary Wernicke'go (1876 r.), który mierzył natężenie światła, przechodzącego przez warstewki o różnych grubościach.

Najczęściej wszakże za miarę zmniejszania się amplitudy przyjmuje się wielkość K, związaną z a wzorem

$$a = \frac{2\pi K}{\lambda}, \tag{a}$$

gdzie λ jest długością fali danej wiązki w próżni. A więc amplituda zaburzenia świetlnego zmniejsza się o $e^{2\pi K}$ po przebyciu w metalu drogi $z_2 - z_1 = \lambda$, długości fali użytego światła. Współczynnik K nazywamy współczynnikiem wygaszania (indice de l'extinction, coefficient of extinction).

Witkowski wielkość tę nazywa wykładnikiem absorpcji.

Stąd wynika, że własności optyczne metalu charakteryzują dwie stałe optyczne — współczynnik załamania n i współczynnik wygaszania K — nie zaś jedna n, jak w przypadku ciał doskonale przezroczystych.

Obie te stałe można wyznaczyć z pomiarów bezpośrednich, używając dostatecznie cienkich warstewek badanego ciała i mierząc dla wyznaczenia n kąt odchylenia promieni w pryzmatach z danego metalu o bardzo małej rozwartości (por. rozdz. III, ust. 6, str. 77), dla wyznaczenia zaś K natężenie światła przechodzącego przez warstewkę o znanej grubości.

Grubość warstewek musi być bardzo mała, zmniejszanie się bowiem natężenia światła jest, jakeśmy mówili, szybkie. Tak np. w srebrze K dla długości fal 0,55 μ wynosi mniej więcej 3,8; amplituda zatem zmniejsza się po przebyciu drogi 0,55 μ o

$$e^{2\pi \cdot 3,8} \approx e^{24} \approx 10^{10}.$$

Natężenie przeto światła przechodzącego jest po przejściu tej drogi mniejsze od natężenia światła, wchodzącego do warstewki, 10^{20} razy.

Tego rodzaju pomiary nie dają, z uwagi na trudności doświadczalne, dokładnych wyników i służą raczej do sprawdzenia, przynajmniej z gruba, wyników otrzymanych przy pomocy metod pośrednich. Jest rzeczą oczywistą, że metody takie nie mogą się opierać na wzorach Fresnela, które, wychodząc z założeń, słusznych jedynie dla ciał doskonale przezroczystych, nie uwzględniają wcale pochłaniania światła w środowiskach. Okazuje się jednak, że i w tym przypadku, zmieniając odpowiednio podstawowe założenia, możemy otrzymać wzory formalnie identyczne ze wzorami fresnelowskimi i wyznaczyć n i K z pomiarów natężenia światła odbitego.

Gdy światło pada prostopadle na powierzchnię odbijającą, z odpowiednio przekształconych wzorów (7b) lub (10a) otrzymujemy na natężenie światła odbitego

$$\frac{I_p^{(0)}}{I_p^{(p)}} = \frac{I_r^{(0)}}{I_r^{(p)}} = \frac{(n-1)^2 + K^2}{(n+1)^2 + K^2} = R, \tag{13}$$

co przy $K=0$ daje z powrotem wzory fresnelowskie.

Z powodów, o których będzie mowa niżej, nazywamy współczynniki n i K w tym wzorze **głównymi współczynnikami załamania i wygaszania**.

Dla wiązki, spolaryzowanej prostoliniowo w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania, współczynniki te są związane z głównym kątem padania a_g i głównym azymutem przywróconej polaryzacji wzorami

$$\begin{aligned} K &= \sin a_g \cdot \operatorname{tg} a_g \cdot \sin 2\Phi, \\ n &= \sin a_g \cdot \operatorname{tg} a_g \cdot \cos 2\Phi. \end{aligned} \tag{14}$$

Wystarczy przeto wyznaczyć główny kąt padania i główny azymut przywróconej polaryzacji, aby ze wzorów (14) otrzymać główny współczynnik załamania i główny współczynnik wygaszania.

Kąty a_g i Φ można zmierzyć w sposób następujący. Zmieniajmy stopniowo kąt, pod którym dana wiązka, spolaryzowana prostoliniowo w płaszczyźnie, tworzącej kąt 45^0 z płaszczyzną padania, odbija się dwukrotnie od powierzchni badanego metalu i obserwujmy przez nikol światło odbite. Kąt, przy którym otrzymamy dla pewnego położenia płaszczyzny przecięcia głównego nikola zaciemnienie pola widzenia, będzie szukanym kątem a_g, gdyż wiązka odbita będzie znów spolaryzowana prostoliniowo; kąt zaś między płaszczyzną polaryzacji wiązki odbitej i płaszczyzną padania będzie kątem Φ. Tę lub do niej zbliżoną metodę stosowali Jamin (1845 i nast.), Quincke (1863 r. i nast.), Hayghton (1873 r.), Drude i inni.

Drude zwrócił uwagę na konieczność dokładnego oczyszczenia powierzchni badanego metalu; warstewka powierzchniowa, powstająca na skutek przypadkowych zanieczyszczeń, może w znacznym nieraz stopniu wpłynąć na wyniki pomiaru (por. ust. 1, str. 379).

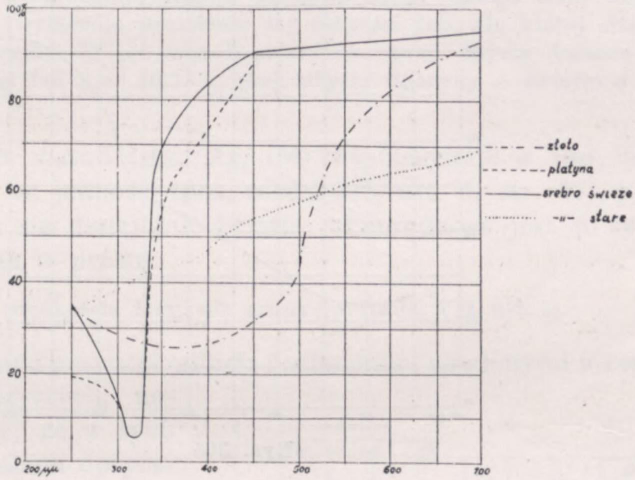
Dla żółtej linii D sodu Drude otrzymał następujące wartości stałych optycznych:

	a_g	Φ	n	K
platyna	78°30′	32°35′	2,06	4,26
złoto	72°18′	41°39′	0,37	2,82
srebro	75°42′	43°35′	0,18	3,67
miedź	71°35′	38°57′	0,64	2,62
nikiel	76°01′	31°41′	1,79	3,33
stal	77°03′	27°49′	2,41	3,40

Znając wartości n i K, zdolność odbijającą metalu obliczamy ze wzoru (13)

$$R = \frac{I^{(0)}}{I^{(p)}}.$$

Wielkość tę można wyznaczyć bezpośrednio, mierząc fotometrycznie natężenia światła padającego i odbitego. Najdokładniejsze i najrozleglejsze pomiary tego rodzaju wykonali Rubens i Hagen (1900 i 1902 r.), używając do badań w widzialnej części widma spektrofotometrów, w nadfiołkowej zaś i podczerwonej stosów termoelektrycznych. Okazało się,



Rys. 304

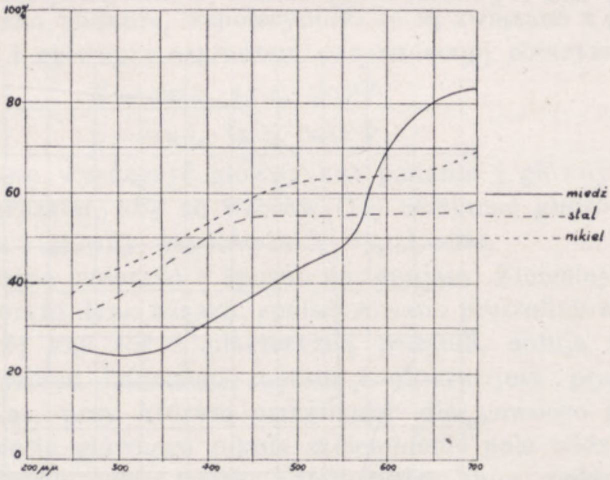
co zresztą już przedtem stwierdzili inni badacze (Langley, 1889 r. Nichols, 1897 r., Trowbridge, 1888 r.), że zdolność odbijająca w wysokim stopniu zależy od długości fali użytego światła. W niektórych metalach zdolność ta przechodzi przez wyraźne minimum (rys. 304).

W srebrze minimum przypada w nadfiołkowej części widma: przy $\lambda = 305\ m\mu$ zdolność odbijająca wynosi zaledwie 4,2 %, podczas gdy w podczerwonej części widma ($\lambda = 1500\ m\mu$) dochodzi do 98,4 %.

Wyraźne minimum wykazuje również złoto (w pobliżu $\lambda = 385\ m\mu$, na pograniczu przeto widzialnej i nadfiołkowej części widma, $R = 27\%$), odbijając na ogół słabo fale krótsze od 500 $m\mu$ (przy $\lambda = 500\ m\mu$, $R = 47\%$). Miedź posiada minimum R mniej więcej w tej samej części widma ($\lambda = 357\ m\mu$, $R = 27\%$); ze wzrostem długości fali jej zdolność odbijająca wzrasta wolniej, niż zdolność odbijająca złota (rys. 304).

Tej wyraźnej zależności R od długości fali zawdzięczają złoto i miedź swe zbarawienie w świetle odbitym; podobne zabarwienie (czerwonawe) można stwierdzić i w świetle, odbitym wielokrotnie od powierzchni srebra.

W innych metalach jak platyna (rys. 304), nikiel, stal (rys. 305) R wzrasta mniej więcej równomiernie ze wzrostem długości fali. W widzialnej części widma prawie stałą zdolność odbijającą wykazuje stop magnalinu (69% glinu, 31% magnezu), dla którego R w granicach od $\lambda=420\, m\mu$ do $\lambda=700\, m\mu$ zachowuje stałe wartości (83%); mało też zmienia się zdolność odbijająca szkła, posrebrzonego na tylnej powierzchni (R waha się około 82%) i szkła w zetknięciu z rtęcią (R około 71%).



Rys. 305

Zestawiając te dane z wartościami R, obliczonymi ze wzoru (13) po podstawieniu do niego wyników pomiarów Drude'go, otrzymujemy wystarczającą zgodność wyników i tym samym potwierdzenie słuszności wzorów (14). Oto zestawienie.

	srebro	złoto	platyna	miedź	stal	nikiel
R obliczone w %	95,3	85,1	76,1	73,2	58,5	62,0
R zmierzone w %	92,6	84,0	64,2	72,0	55,0	65,0

Uwzględniając, że K jest zazwyczaj większe od n, możemy przyjąć, że w przybliżeniu

$$R=\frac{n^2-2n+1+K^2}{n^2+2n+1+K^2}=\frac{n^2+K^2+1-2n}{n^2+K^2+1+2n}=1-\frac{4n}{n^2+K^2+1+2n}\approx 1-\frac{4n}{K^2}. \tag{1}$$

Zdolność odbijająca jest przeto zależna zarówno od głównego współczynnika załamania, jak i od głównego współczynnika wygaszania.

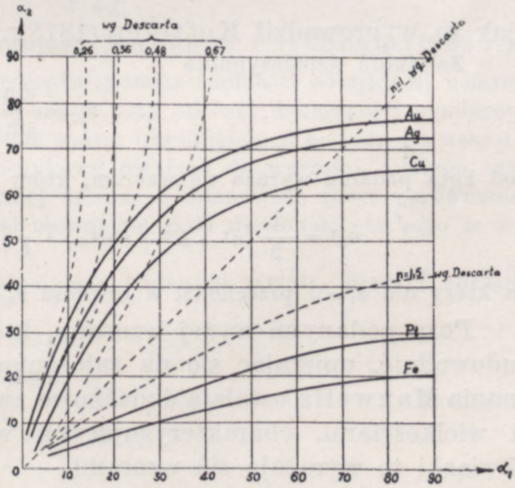
Ta właśnie wysoka wartość zdolności odbijającej metali w znacznym stopniu decyduje o ich nieprzezroczystości. Srebro np. odbija, jak widzieliśmy, 95% światła padającego, pochłania zatem jedynie 5%.

Na podstawie wzoru możnaby przypuszczać, że podobny połysk metaliczny wykazywać będą i ciała o absorpcji selekcyjnej, o których była mowa w ust. 6 rozdz. III. W pobliżu pasa absorpcyjnego w ciałach tych K osiąga znaczną wartość, tym samym i zdolność odbijająca dla danych długości fali powinna też być duża. Doświadczenie wniosek ten potwierdza (fuksyna, cjanina). Na tym Rubens i Nichols oparli (1897 r.) metodę otrzymywania w podczerwonej części widma światła możliwie jednorodnego (metoda promieni pozostających, rayons restants, residual rays). Po wielokrotnym odbiciu od powierzchni danego ciała wiązka odbita zawiera prawie wyłącznie promienie tej długości fali, dla której ciało wykazuje prążek absorpcyjny. W ten sposób otrzymano przy użyciu kwarcu światło jednorodne o długości fali 9 μ i 20,75 μ, przy użyciu fluoryny — światło o długości 24,4 μ itd.

Dla niektórych metali (*Au*, *Ag*, *Cu*) współczynnik n jest, jakeśmy widzieli, mniejszy od jedności (por. rozdz. III, ust. 6, str. 77), prędkość więc rozchodzenia się danej fali światła jednorodnego jest w tych metalach większa, niż w próżni.

Prędkość ta jest prędkością fazy, nie grupy (p. rozdz. VII, ust. 1).

A zatem, zgodnie z prawami odbicia i załamania, ustalonymi w rozdz. III dla ciał przezroczystych, należałoby oczekiwać, że w tych metalach, jako ciałach optycznie rzadszych, występuje przy przejściu światła z próżni lub powietrza zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Tak wszakże nie jest: kąt załamania nigdy nie dochodzi do 90°, ze wzrostem bowiem kąta padania wzrasta i współczynnik załamania, stając się większym od jedności, zanim kąt padania osiągnie wartość graniczną.



Rys. 306

Wbrew prawu Descartes'a współczynnik załamania metali nie jest dla danej długości fali wielkością stałą. Tym się tłumaczy nazwa głównego współczynnika załamania, jaki nadaliśmy wielkości n przy $\alpha_1 = 0^0$.

Charakter zjawiska dobrze oddaje wykres rys. 306, wzięty z cytowanej już wyżej książki Schaefera. Na osi odciętych odłożone są kąty padania α_1, na osi rzędnych — rzeczywiste kąty załamania α_2; krzywe ciągłe odtwarzają istotną zależność α_2 od α_1, krzywe kreskowane — zależność, wyznaczoną przez prawo Descartes'a, w którym na współczynnik załamania przyjęto wartość n.

Na rysunku wartość ta jest wzięta z pomiarów Daniela Shea (1892 r.), dla *Cu* — 0,48, dla *Ag* — 0,36, dla *Au* — 0,26; liczby te znacznie odbiegają od otrzymanych przez Drude'go i bliższych, jak się zdaje, rzeczywistości.

Z rysunku wynika, że właśnie te metale, dla których n posiada anormalnie małą wartość, wykazują największe odchylenie od prawa Descartes'a. W żelazie i platynie, dla których n jest znacznie większe od jedności, zależność współczynnika załamania od kąta padania jest tak nieznaczna, że krzywa prawa Descartes'a i krzywa z pomiarów prawie dokładnie się pokrywają. Prosta (kreskowana), dla której $\alpha_1=\alpha_2$, a więc $n=1$, przecina krzywą *Au*, *Ag*, *Cu*. Przy pewnej przeto wartości kąta padania, różnym od zera, światło wchodzi do metalu bez załamania; przy kątach większych od danego kąta wyróżnionego dany metal jest środowiskiem optycznie gęstszym, przy mniejszych — rzadszym od próżni. Kąt ten jest równy: dla miedzi 62,9°, dla srebra 71,9°, dla złota 76,2°. Podobnie zmienia się współczynnik wygaszania. Dla wszystkich jednak kątów mamy

$$n_a^2 - K_a^2 = n^2 - K^2, \tag{15}$$

jak to wyprowadził Ketteler (1875 r.).

Zależność współczynnika

$$n_a = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$

od kąta padania wyraża się wzorem, który przytaczamy bez wyprowadzenia

$$n_a{}^2 = \frac{1}{2}\left[n^2 - K^2 + \sin^2\alpha_1 + \sqrt{4n^2K^2 + (n^2 - K^2 - \sin^2\alpha_1)}\right]^2 \tag{15a}$$

a który dla $\alpha_1=0$ przechodzi w równość $n_0=n$.

Poza podanymi wyżej wzorami, które, jak to zauważyliśmy, można udowodnić, opierając się na założeniach sprężystej teorii światła, równania Maxwella ustalają dodatkowe związki między stałymi optycznymi i wielkościami, charakteryzującymi własności elektryczne środowiska. Związki te wyrażają się wzorami

$$n^2 - K^2 = \varepsilon \tag{16}$$

$$nK = kT$$

gdzie ε jest zdolnością elektryczną środowiska, K — jego przewodnictwem, T okresem drgania.

We wszystkich prawie metalach K^2 w dziedzinie widma widzialnego jest większe od n^2, wobec czego z równania (16) otrzymujemy ujemną wartość stałej dielektrycznej: co, oczywiście, nie posiada żadnego znaczenia fizycznego. W tej przeto dziedzinie założenia Maxwella całkowicie zawodzą, podobnie, jak zawiodły przy próbie związania stałej dielektrycznej, niezależnej od częstości zaburzeń, ze współczynnikiem załamania, będącym funkcją długości fali. Możemy jednak przypuszczać, że podobnie jak w tamtym przypadku, tak i tym razem, w miarę wzrastania długości fali użytego światła rozbieżność między danymi, otrzymanymi z pomiarów i obliczonymi z równań (16) będzie się stopniowo zmniejszała.

Dla wielkich długości fali i tym samym dla znacznych stosunkowo wartości okresu drgania T iloczyn nK będzie się wyrażał tak wielką liczbą, że w porównaniu z nią stała różnica ε kwadratów tych wielkości będzie stosunkowo mała. Przyjmując ją za znikomo małą i kładąc

$$n = K = \sqrt{kT},$$

otrzymujemy ze wzoru (13)

$$R = \frac{n^2 - 2n + 1 + K^2}{n^2 + 2n + 1 + K^2} = \frac{2n^2 - 2n}{2n^2 + 2n} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} \approx 1 - \frac{2}{n} = 1 - \frac{2}{\sqrt{kT}}$$

lub

$$1 - R = \frac{2}{\sqrt{kT}}. \tag{17}$$

Wzór ten istotnie potwierdziły pomiary Rubensa i Hagena (1902 r.).

Sprawdzenie wzoru (17) przez bezpośredni pomiar zdolności odbijającej nastręcza trudności, nie do pokonania, jak się zdaje, przy obecnej dokładności pomiarów fotometrycznych. W tej bowiem dziedzinie widma (fal długich) R posiada dla wszystkich metali bardzo wielkie i mało stosunkowo różniące się wartości. Dlatego też Rubens i Hagen wyznaczali R na innej drodze, a mianowicie przez porównanie promieniowania badanego ciała z promieniowaniem ciała doskonale czarnego w tej samej temperaturze.

Oznaczmy przez A zdolność pochłaniającą badanego metalu, przez I energię padającą. Mamy

$$A = I - R.$$

Na podstawie prawa Kirchoffa piszemy

$$\frac{E(\lambda, T)}{A(\lambda, T)} = E_c(\lambda, T),$$

gdzie E jest zdolnością emisyjną badanego ciała dla danej długości fali w danej temperaturze, E_c — zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego dla tej samej długości fali w tej samej temperaturze. A zatem

$$A = I - R = \frac{E}{E_o}.$$

Pomiar przeto sprowadza się do wyznaczenia stosunku zdolności emisyjnych danego ciała i ciała doskonale czarnego.

Oto otrzymane przez nich wartości $I - R$ dla długości fali $\lambda = 25{,}5\ \mu$ w temperaturze 170°C

	srebro	miedź	złoto	platyna	nikiel	stal	rtęć
zmierzone w %	1,16	1,17	1,56	2,82	3,20	3,66	7,66
obliczone ze wzoru (17) w %	1,15	1,27	1,39	2,96	3,16	3,99	7,55

znaczne odchylenie wykazał jedynie bizmut.

Przyjmując na podstawie tych wyników, że założenia Maxwella sprawdzają się całkowicie dla fal o znacznej długości, otrzymamy w przypadku drgań elektromagnetycznych, w ścisłym tego słowa znaczeniu, dla $\lambda = 1\ mm$, a więc dla $T = \frac{1}{3} \cdot 10^{-11}$ sek na zdolność odbijającą miedzi

$$R_{Cu} = 1 - \frac{2}{\sqrt{5{,}14 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-11}}} = 1 - \frac{2}{1{,}3 \cdot 10^{3}} = 1 - 0{,}0015 = 0{,}9985,$$

a zatem liczbę niewiele różną od jedności.

Fale elektromagnetyczne są przeto prawie całkowicie odbijane przez metale.

Rozdział X

ROZCHODZENIE SIĘ ŚWIATŁA W ŚRODOWISKACH RÓŻNOKIERUNKOWYCH

1. UWAGI OGÓLNE

Z omówionego pokrótce w rozdziale poprzednim (ust. 1) załamania światła w kalcycie wynika, że i w zjawiskach optycznych ujawnia się podobnie, jak w zjawiskach sprężystych (M. Grotowski, Wykłady fizyki tom I, str. 202), cieplnych (str. 318, 476) i elektrycznych (tom II, str. 273) różnokierunkowość ciał, będących siedliskiem tych zjawisk.

Jak wskazuje doświadczenie, różnokierunkowość (anizotropia) może być albo stała, związana niezmiennie z innymi własnościami danego ciała, albo też chwilowa (wymuszona), wywołana przez działanie czynników zewnętrznych. Do ciał o różnokierunkowości stałej należą kryształy, będące poza tym ciałami jednorodnymi tzn. takimi, których każdy element objętości ma jednakowe własności fizyczne i które wobec tego wykazują w kierunkach wzajemnie równoległych te same własności.

Prawa symetrii w połączeniu z prawami krystalografii prowadzą do ustalenia trzydziestu dwóch możliwych przypadków symetryczności krystalograficznych (rodzajów krystalograficznych), które można ująć w siedem układów krystalograficznych.

W odniesieniu do własności optycznych kryształy dzielimy na trzy grupy: kryształów optycznie równokierunkowych, kryształów o jednym kierunku wyróżnionym — jednoosiowych i kryształów o dwóch kierunkach wyróżnionych — dwuosiowych.

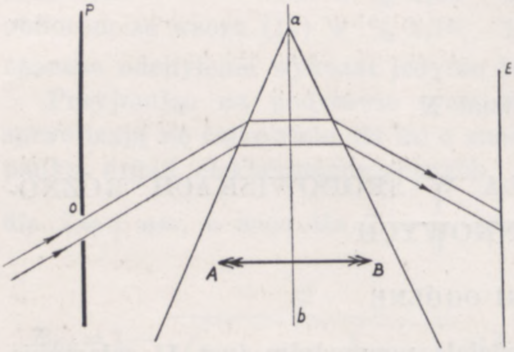
Do pierwszej grupy należą kryształy układu regularnego, do drugiej — kryształów jednoosiowych — kryształy układów heksagonalnego, trygonalnego i tetragonalnego, do trzeciej — dwuosiowych — rombowego, jednoskośnego i trójskośnego.

Symetria optyczna kryształów jest przeto rzędu wyższego od ich symetrii krystalograficznej.

Optycznie różnokierunkowymi są zatem jedynie kryształy dwóch ostatnich grup: jedno i dwuosiowej.

2. KRYSZTAŁY JEDNOOSIOWE. ZAŁOŻENIE HUYGENSA

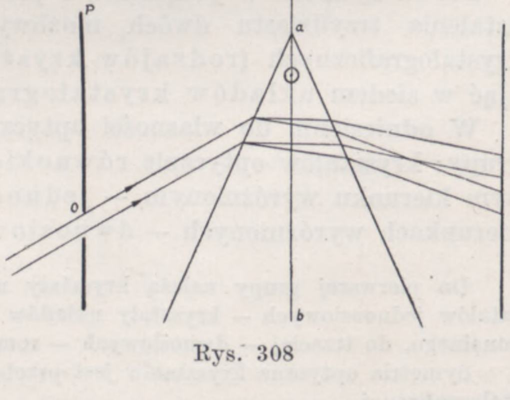
W kryształach jednoosiowych, do których należy kalcyt (szpat islandzki), załamanie podwójne występuje jedynie wtedy, gdy kierunek rozchodzenia się zaburzeń świetlnych nie jest zgodny z kierunkiem osi krystalograficznej kryształu; przy rozchodzeniu się w kierunku osi załamania podwójnego nie ma. Jeżeli więc wytniemy z kalcytu pryzmat, tak aby oś krystalograficzna *AB* (lub prosta równoległa do tej osi) była prostopadła do płaszczyzny *ab*, dzielącej kąt łamiący pryzmatu na dwie równe części (prosta przecięcia tej płaszczyzny z płaszczyzną padania jest dwusieczną kąta łamiącego), i rzucimy na niego pod kątem najmniejszego odchylenia wiązkę promieni równoległych, ograniczoną przez mały otwór kołowy *O* przesłony *P* na ekranie *E* (rys. 307) otrzymamy tylko jedną plamkę świetlną. W przypadku więc oświetlenia pryzmatu światłem naturalnym promienie wychodzące tworzyć będą wiązkę niespolaryzowaną.



Rys. 307

Gdy pryzmat wytniemy w ten sposób, aby krawędź łamiąca była równoległa do osi krystalograficznej, na ekranie otrzymamy dwa obrazy świetlne, wytworzone przez dwie wiązki, na które rozszczepia się wiązka padająca (rys. 308).

Rzucając kolejno wiązki wychodzące na odpowiednio ustawione szybki szklane, stwierdzimy, że pryzmat z kalcytu odchyla bardziej promienie zwyczajne, niż nadzwyczajne, prędkość więc rozchodzenia się wiązki zwyczajnej jest w tym krysztale mniejsza od prędkości rozchodzenia się wiązki nadzwyczajnej. Prędkości te możemy wyznaczyć w ten sam sposób, jak współczynniki załamania środowisk równokierunkowych (izotropowych). Nastawiając pryzmat na minimum odchylenia wiązki zwyczajnej a następnie nadzwyczajnej i mierząc za każdym razem kąty odchylenia



Rys. 308

wiązek, szukane prędkości znajdziemy ze wzoru (6a), rozdz. III)

$$\frac{c}{c_0} = \frac{\sin \frac{\delta_0 + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad \text{i} \quad \frac{c}{c_e} = \frac{\sin \frac{\delta_e + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \qquad (1)$$

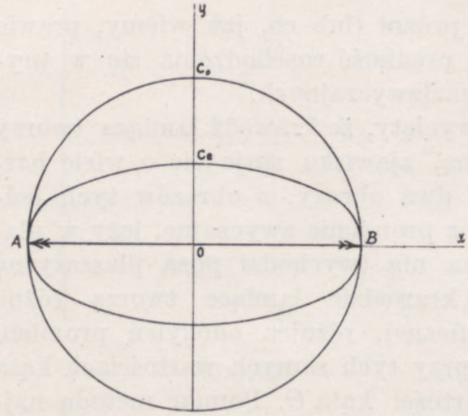
gdzie c oznacza prędkość światła w próżni (lub co, jak wiemy, prawie na jedno wychodzi, w powietrzu), c_0 prędkość rozchodzenia się w pryzmacie promieni zwyczajnych, c_e — nadzwyczajnych.

Gdy wreszcie pryzmat jest tak wycięty, że krawędź łamiąca tworzy dowolny kąt z osią krystalograficzną, zjawisko staje się o wiele bardziej złożone. I wtedy otrzymujemy dwa obrazy, z obrazów tych jednak tylko jeden o, wytworzony przez promienie zwyczajne, leży w płaszczyźnie padania, drugi e leży poza nią (wychodzi poza płaszczyznę rysunku). W pryzmatach, których krawędzie łamiące tworzą różne kąty Θ z kierunkiem osi krystalograficznej, różnica odchyleń promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych jest przy tych samych wartościach kąta łamiącego φ różna, zależnie od wartości kąta Θ. Pomiar metodą najmniejszego odchylenia prędkości promieni zwyczajnych pozwala stwierdzić, że prędkość ta jest niezależna od położenia w pryzmacie osi krystalograficznej i zachowuje stale wartość, wyznaczoną wzorem (a). Różnicę zatem odchyleń promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych należy przypisać zmianie prędkości rozchodzenia się zaburzeń nadzwyczajnych, zachodzących przy zmianie kąta Θ.

Z doświadczeń tych wynika, że, jak to już zaznaczyliśmy w ust. 1 rozdz. IX przy omawianiu załamania się światła w kalcycie, zaburzenia zwyczajne rozchodzą się zgodnie z prawami, ustalonymi dla środowisk równokierunkowych, rozchodzenie się zaś promieni nadzwyczajnych wykazuje znaczne od tych praw odstępstwo oraz, że oś krystalograficzna tej grupy kryształów wyznacza pewien kierunek optycznie wyróżniony, co usprawiedliwia nazwę osi optycznej, jaką nadaliśmy zarówno tej osi, jak i wszystkim prostym do niej równoległym.

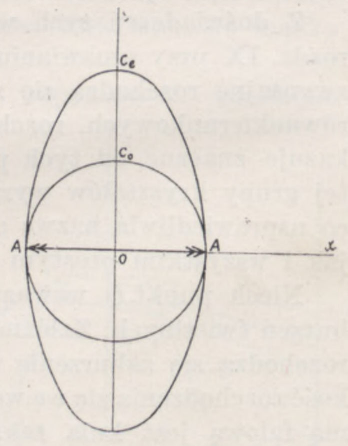
Niech punkt O wewnątrz kryształu będzie punktowym źródłem zaburzeń świetlnych. Załóżmy za Huygensem (1690 r.), że z tego punktu rozchodzą się zaburzenia dwojakiego rodzaju: jedne z nich mają prędkość rozchodzenia się we wszystkich kierunkach jednakową; ich powierzchnią falową jest kula tak, jak w środowiskach równokierunkowych — są to zaburzenia zwyczajne; drugie rozchodzą się z prędkością, zmieniającą się zależnie od kąta, jaki kierunek ich rozchodzenia się tworzy z osią optyczną, będącą osią symetrii danego zjawiska — są to promienie nadzwyczajne. Ich powierzchnią falową jest elipsoida obrotowa, której osią obrotu jest oś optyczna kryształu.

Po upływie więc czasu τ od chwili wzbudzenia zaburzeń w punkcie O będziemy mieli zaburzenia o jednakowej fazie rozłożone nie na jednej powierzchni, jak w środowiskach równokierunkowych, lecz na dwóch: kuli i elipsoidzie, stycznych ze sobą w punktach przecięcia z osią optyczną AB (rys. 309), w tym bowiem kierunku zaburzenia obu rodzajów rozchodzą się z tą samą prędkością. Zależnie od tego, czy prędkość rozchodzenia się promieni nadzwyczajnych w kierunku prostopadłym do osi jest mniejsza czy też większa od prędkości rozchodzenia się promieni zwyczajnych c_0, elipsoidalna powierzchnia falowa znajduje się wewnątrz (rys. 309) lub zewnątrz (rys. 309a) powierzchni kulistej.



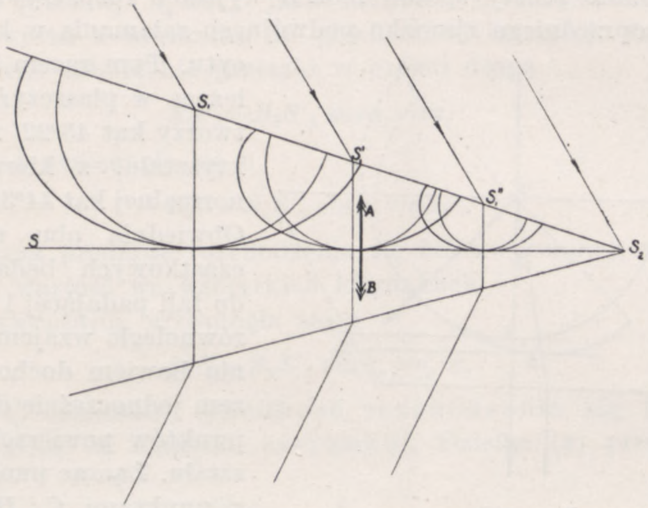
Rys. 309

Jeżeli punkt O jest jednym z punktów fali płaskiej, rozchodzącej się w krysztale, położenie kolejne tej fali otrzymamy, prowadząc, zgodnie z zasadą Huygensa, obwiednie do fal cząstkowych wysyłanych przez różne punkty O. Tak np. w pierwszym z rozpatrywanych przez nas wyżej przypadków (pryzmatu z kalcytu o osi optycznej prostopadłej do dwusiecznej kąta łamiącego) otrzymamy konstrukcję następującą (rys. 310). W chwili, gdy zaburzenie będzie dochodziło do punktów prostej S_2, (prostopadłej do płaszczyzny rysunku) zaburzenia, które już wcześniej doszły do S_1, S'_1, S_1''... wytworzą dwojakiego rodzaju powierzchnie falowe: zwyczajną i nadzwyczajną. Elipsoidy zaburzeń nadzwyczajnych będą do siebie podobne i ich rozmiary liniowe będą, oczywiście, proporcjonalne do odległości S_1S_2, S'_1S_2... Obwiednią ich będzie płaszczyzna, przechodząca przez prostą S_2. Ale ponieważ w danych warunkach doświadczenia zaburzenie w krysztale rozchodzi się wzdłuż osi optycznej AB, drogi więc przebyte przez zaburzenia obu rodzajów, wysyłane przez każdy z punktów linij prostych $S_1, S'_1 \ldots S_2$, są jednakowe, ta sama płaszczyzna SS_2 będzie obwiednią zwyczajnych fal cząstkowych. Fala załamana będzie jedna, równoległa do SS_2, podwój-



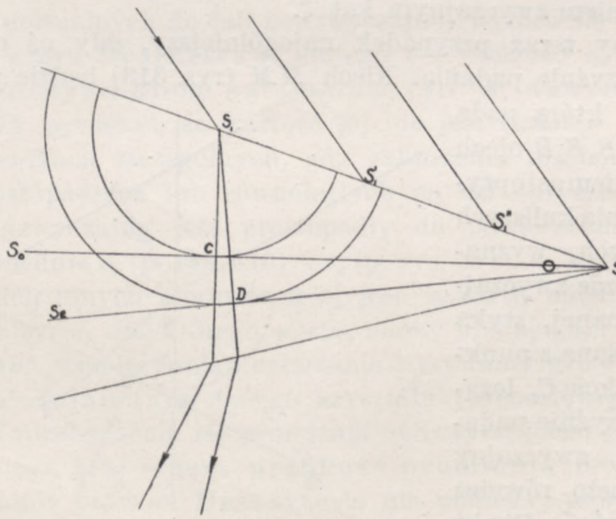
Rys. 309a

nego załamania nie będzie. Gdy zaś krawędź łamiąca pryzmatu jest równoległa do osi optycznej, zaburzenia nadzwyczajne, rozchodząc się prosto-



Rys. 310

padle do osi optycznej, mają prędkość $c_e > c_0$ (w kalcycie) wobec czego otrzymujemy dwie różne obwiednie fal cząstkowych, równoległe do S_0S_2 i S_eS_2 (rys. 311).

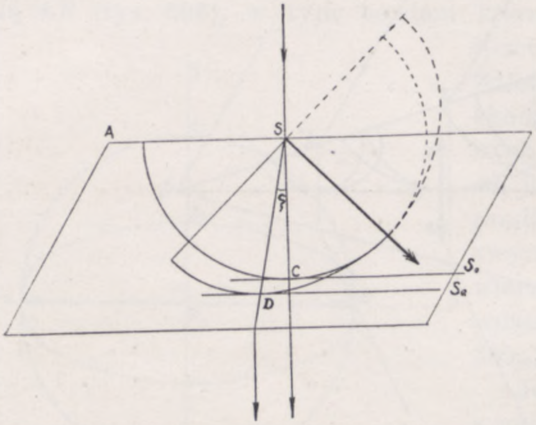


Rys. 311

Łącząc punkty styczności C, D z punktem S_1, otrzymujemy kierunki promieni załamanych: zwyczajnego S_1C i nadzwyczajnego S_1D. Z pry-

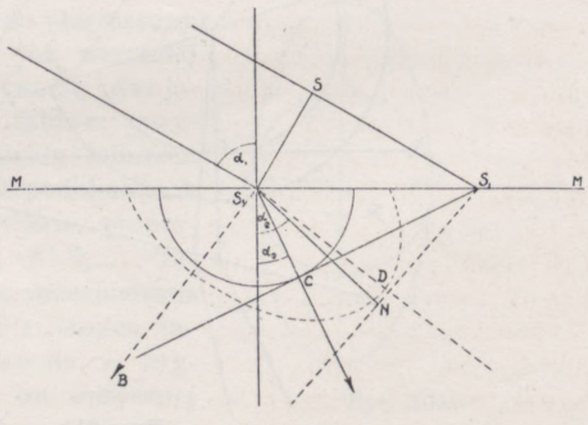
zmatu wychodzą dwie wiązki promieni, przy czym zwyczajna jest bardziej załamana, niż nadzwyczajna.

W podobnie prosty sposób można wyjaśnić rozpatrywane w ust. 1 rozdziału poprzedniego zjawisko podwójnego załamania w krysztale kalcytu. Tym razem oś optyczna, leżąca w płaszczyźnie padania, tworzy kąt 45°22′ z bokiem AB kryształu, z kierunkiem więc normalnej kąt 44°38′ (rys. 312). Obwiednie obu rodzajów fal cząstkowych będą równoległe do fali padającej i tym samym równoległe wzajemnie, zaburzenia bowiem dochodzą tym razem jednocześnie do wszystkich punktów powierzchni AB kryształu. Łącząc punkt padania S z punktami C i D, w których obwiednie S_0 i S_e stykają się z powierzchniami odpowiednich fal cząstkowych wyznaczamy kierunki promieni załamanych. W tym przypadku tylko promień zwyczajny jest prostopadły do czoła fali S_0 zaburzeń zwyczajnych, promień nadzwyczajny, jak o tym już wyżej była mowa, odchyla się od normalnej, tworząc z promieniem zwyczajnym kąt ζ.



Rys. 312

Rozpatrzmy teraz przypadek najogólniejszy, gdy oś optyczna nie leży w płaszczyźnie padania. Niech MM (rys. 313) będzie powierzchnią kryształu, na którą pada płaska fala S_1S, S_1B niech będzie kierunkiem osi optycznej. Obwiednia kulistych fal cząstkowych, wyznaczająca położenie zwyczajnej fali załamanej, styka się z kulą, opisaną z punktu S_1, w punkcie C, leżącym w płaszczyźnie padania; promień zwyczajny S_1C leży przeto również w tej płaszczyźnie. Punkt styczności D obwiedni cząstkowych fal elipsoidalnych wychodzi wszakże poza tę płaszczyznę: promień S_1D nie leży w płaszczyźnie padania; normalna jednak S_1N do



Rys. 313

nadzwyczajnej fali załamanej i tym razem leży w tej płaszczyźnie, fala nadzwyczajna rozchodzi się równolegle do siebie samej w kierunku S_1N.

Oznaczmy przez α_0 i α_e kąty, jakie normalne do fal zwyczajnej i nadzwyczajnej tworzą z normalną do powierzchni łamiącej. Przez τ czas, w ciągu którego zaburzenie przeszło w próżni drogę

$$SS'_1 = S_1S'_1 \sin\alpha_1 = c\tau, \tag{a}$$

fala zwyczajna przesunęła się o

$$S_1C = S_1S'_1 \sin\alpha_0 = c_0\tau, \tag{b}$$

gdzie c_0 oznacza prędkość rozchodzenia się fali zwyczajnej, mającą, jak wiemy, stałą wartość we wszystkich kierunkach.

Fala nadzwyczajna przesunęła się o

$$S_1N = S_1S'_1 \sin\alpha_e = c'_e \cdot \tau, \tag{c}$$

gdzie przez c'_e oznaczamy prędkość rozchodzenia się fali (prędkość normalna w danym kierunku). Dzieląc (a) przez (b) i (c), otrzymujemy

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0} = \frac{c}{c_0} = n_0 \tag{1a}$$

i

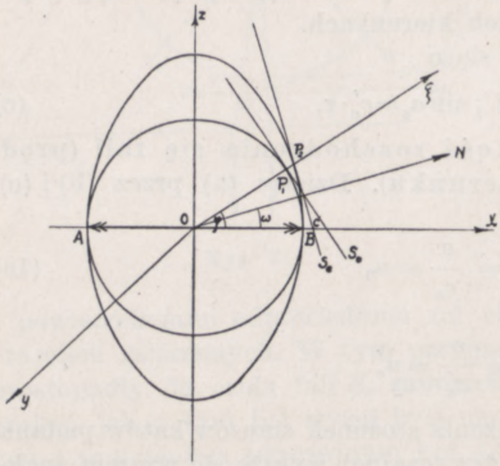
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_e} = \frac{c}{c'_e} = n'_e.$$

Z formalnego zatem punktu widzenia stosunek sinusów kątów padania i załamania normalnych do fali nadzwyczajnej wyraża się wzorem analogicznym do wzoru Descartes'a: dlatego też wielkość n'_e będziemy nazywali współczynnikiem załamania fali w danym kierunku; należy jednak pamiętać, że wartość jej nie jest stała.

W przypadkach szczególnych, gdy zaburzenia rozchodzą się w kierunkach prostopadłych lub równoległych do osi optycznej, gdy zatem promień nadzwyczajny jest prostopadły do powierzchni fali, c'_e jest równe odpowiednio c_e (p. rys. 310) i c_0 (p. rys. 311), n'_e jest równe n_e i n_0. We wszystkich innych kierunkach n'_e jest zawarte między wartościami n_e i n_0 (w kalcycie, dla którego $n_e < n_0$ mamy $n_e \leqslant n'_e \leqslant n_0$). Te dwie wartości graniczne współczynnika załamania nazywamy głównymi współczynnikami załamania danego kryształu jednoosiowego.

Prędkość rozchodzenia się promienia nadzwyczajnego (proporcjonalna do S_1D na rys. 313) — tzw. prędkość promienia lub radialna — nawet formalnie prawom Descartes'a nie podlega: promień załamany może, jak widzieliśmy, nie leżeć w płaszczyźnie padania, przy padaniu prostopadłym kąt załamania nie jest równy zeru (por. rys. 312); (normalna jednak do nadzwyczajnej fali załamanej tworzy z normalną do powierzchni łamiącej kąt zero).

Uogólniając te wywody, możemy powiedzieć, że z punktu O, środka zaburzeń w krysztale (rys. 314), rozchodzą się w danym kierunku $O\xi$ promienie dwojakiego rodzaju: zwyczajny i nadzwyczajny. Gdy przez punkt O przechodzi w kierunku $O\xi$ cienka wiązka promieni równoległych światła naturalnego, której odpowiada fala płaska S, (nie zaznaczona na rysunku) promieniowi zwyczajnemu odpowiada płaska fala S_0, styczna do kulistej powierzchni falowej w punkcie przecięcia jej P_1 z kierunkiem promienia $O\xi$ i równoległa do płaskiej fali S; promieniowi nadzwyczajnemu — fala płaska S_e, styczna do powierzchni elipsoidy Huygensa w punkcie przecięcia jej P_2 z kierunkiem promienia $O\xi$; fala S_e nie jest na ogół równoległa do S.



Rys. 314

Biorąc oś optyczną AB za oś współrzędnych Ox, na równanie elipsoidy otrzymamy

$$\frac{x^2}{c_0^2} + \frac{y^2 + z^2}{c_e^2} = 1, \tag{d}$$

gdyż we wszystkich kierunkach prostopadłych do osi a więc i w kierunkach osi Oy i Oz prędkość rozchodzenia się światła nadzwyczajnego ma wartość jednakową, równą c_e. Stąd wynika, że dla zdania sobie sprawy z przebiegu zjawiska wystarczy rozpatrzeć je w płaszczyźnie xOz (południkowej płaszczyźnie elipsoidy); przecięcie elipsoidy przez tę płaszczyznę jest elipsą, wyrażoną równaniem

$$\frac{x^2}{c_0^2} + \frac{z^2}{c_e^2} = 1. \tag{e}$$

Oznaczmy przez φ kąt, jaki kierunek $O\xi$ tworzy z osią optyczną Ox. Odcinek OP_2, łączący punkt O z punktem P_2 o współrzędnych x i y, czyniących zadość równaniu (e) wyznacza prędkość promienia nadzwyczajnego (prędkość radialną). Ze wzorów

$$x = OP_2 \cdot \cos\varphi \quad \text{i} \quad z = OP_2 \cdot \sin\varphi$$

i z równania (e) znajdujemy, oznaczając przez c_p prędkość promienia nadzwyczajnego

$$OP_2 = c_p = \frac{c_e \cdot c_0}{\sqrt{c_0^2 \sin^2\varphi + c_e^2 \cos^2\varphi}}. \tag{2}$$

Dla $\varphi=0$, a więc, gdy promień biegnie w kierunku osi optycznej

$$c_p = c_0,$$

gdy $\varphi = \frac{\pi}{2}$, gdy przeto promień biegnie prostopadle do osi optycznej

$$c_p = c_e;$$

w tych zatem dwóch wyróżnionych kierunkach prędkości promieni nadzwyczajnych są równe odpowiednio prędkościom normalnym: promienie nadzwyczajne są prostopadłe do czoła fali. Wyznaczone więc przy pomocy pryzmatów o krawędziach łamiących równoległych lub prostopadłych do osi optycznych (p. ust. 2) ze wzoru (1) wielkość c_p jest równie dobrze prędkością normalną, jak i radialną.

Normalna do fali S_e tworzy z osią optyczną kąt ω, na ogół różny od φ, równy $\operatorname{tg}\omega = \frac{c_0^2}{c_e^2}\operatorname{tg}\varphi$. Długość jej, wyznaczająca prędkość normalną, wynosi

$$c_e' = ON = \sqrt{c_0^2 \cos^2\omega + c_e^2 \sin^2\omega}. \tag{2a}$$

Styczna do elipsy w punkcie P_2, o współrzędnych x, z wyraża się równaniem

$$\frac{x}{c_0^2}x' + \frac{z}{c_e^2}z' = 1, \tag{f}$$

gdzie x', z' są współrzędnymi dowolnego punktu stycznej. Styczna ta odcina na osi Oz odcinek (punkt D nie uwidoczniony na rysunku) OD o długości, którą możemy znaleźć z równania (f), kładąc w nim $x'=0$,

$$OD = z_0' = \frac{c_e^2}{z};$$

podobnie znajdziemy, że odcinek OC, odcięty przez styczną na osi Ox, jest równy

$$OC = x_0' = \frac{c_0^2}{x};$$

A zatem kąt ω, równy kątowi CDO, wynosi

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{OC}{OD} = \frac{c_0^2}{c_e^2}\cdot\frac{z}{x}, \tag{g}$$

wiemy jednak, że

$$\frac{z}{x} = \operatorname{tg}\varphi,$$

otrzymujemy więc

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{c_0^2}{c_e^2}\cdot\operatorname{tg}\varphi. \tag{h}$$

Długość ON normalnej jest równa

$$ON = OC\cdot\cos\omega = \frac{c_0^2}{x}\cos\omega. \tag{i}$$

Ale wobec tego, że

$$\frac{c_0^2}{x} = \frac{c_e^2}{z} \operatorname{tg} \omega$$

(p. wzór g) i że, jak to wynika z równania elipsy,

$$\frac{c_e^2}{z^2} = \frac{c_0^2}{c_0^2 - x^2}$$

lub

$$\frac{c_e^4}{z^2} = \frac{c_0^2 c_e^2}{c_0^2 - x^2}$$

i wreszcie

$$\frac{c_e^2}{z} = \sqrt{\frac{c_0^2 c_e^2}{c_0^2 - x^2}},$$

otrzymujemy

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{c_0^2}{x} \sqrt{\frac{c_0^2 - x^2}{c_0^2 \cdot c_e^2}} \quad \text{i} \quad c_e^2 x^2 \operatorname{tg}^2 \omega = c_0^4 - c_0^2 x^2,$$

skąd

$$(c_0^2 + c_e^2 \operatorname{tg}^2 \omega) x^2 = c_0^4$$

i ostatecznie

$$\frac{c_0^2}{x} = \sqrt{c_0^2 + c_e^2 \operatorname{tg}^2 \omega}.$$

Po podstawieniu do wzoru (i) znajdujemy

$$ON = c_e' = \sqrt{c_0^2 + c_e^2 \operatorname{tg}^2 \omega} \cdot \cos \omega = \sqrt{c_0^2 \cos^2 \omega + c_e^2 \sin^2 \omega}. \tag{2a}$$

Na podstawie tych wzorów można wyznaczyć kąt ζ, jaki promień nadzwyczajny tworzy z normalną do czoła fali nadzwyczajnej, mamy bowiem

$$ON = OP_2 \cdot \cos(\varphi - \omega) = OP_2 \cdot \cos \zeta,$$

$$\cos \zeta = \frac{ON}{OP_2} = \frac{\sqrt{c_0^2 \cdot \cos^2 \omega + c_e^2 \cdot \sin^2 \omega}}{c_0 \cdot c_e} \cdot \sqrt{c_0^2 \sin^2 \varphi + c_e^2 \cos^2 \varphi},$$

stąd, po podstawieniu ze wzoru (h),

$$\sin^2 \varphi = \frac{c_e^4 \sin^2 \omega}{c_0^4 \cos^2 \omega + c_e^4 \sin^2 \omega} \quad \text{i} \quad \cos^2 \varphi = \frac{c_0^4 \cdot \cos^2 \omega}{c_0^4 \cos^2 \omega + c_e^4 \sin^2 \omega},$$

otrzymujemy

$$\cos \zeta = \sqrt{\frac{(c_0^2 \cos^2 \omega + c_e^2 \sin^2 \omega)^2}{c_0^4 \cos^2 \omega + c_e^4 \sin^2 \omega}}$$

i

$$\sin \zeta = \frac{\frac{1}{2} (c^2 - c_e^2) \cdot \sin 2\omega}{\sqrt{c_0^4 \cos^2 \omega + c_e^4 \sin^2 \omega}},$$

wobec czego

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{1}{2} \frac{c_0^2 - c_e^2}{\sqrt{c_0^2 \cos^2 \omega + c_e^2 \sin^2 \omega}} \cdot \sin 2\omega.$$

Mianownik wyraża kwadrat prędkości normalnej w kierunku $O\xi$ (p. wzór 2a), równy est przeto $c_e'^2$, mamy więc

$$\operatorname{tg}\zeta = \frac{1}{2}\,\frac{1}{c_e'^2}\,(c_0^2 - c_e^2)\cdot \sin 2\omega\,. \tag{j}$$

Mnożąc i dzieląc przez c^2 — prędkość światła w próżni, znajdujemy

$$\operatorname{tg}\zeta = \frac{1}{2}\,\frac{c^2}{c_e'^2}\left(\frac{c^2}{c^2} - \frac{c_e^2}{c}\right)\sin 2\omega = \frac{1}{2}\,n_e'^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_e^2}\right)\sin 2\omega\,. \tag{3}$$

Nie popełniając znaczniejszego błędu, możemy przyjąć, że największą wartość kąta ζ otrzymamy przy $\omega = 45^0$, współczynnik bowiem n_e' niewiele się zmienia ze zmianą kąta ω. Wtedy

$$\frac{c^2}{c_e'^2} = n_e'^2 = \frac{1}{\frac{1}{2}\frac{c_0^2}{c^2} + \frac{1}{2}\frac{c_e^2}{c^2}} = \frac{2}{\frac{1}{n_0^2} + \frac{1}{n_e^2}} = \frac{2n_e^2\cdot n_0^2}{n_e^2 + n^2}$$

i

$$\operatorname{tg}\zeta = \frac{n_e^2\cdot n_0^2}{n_e^2 + n_0^2}\cdot\frac{n_e^2 - n_0^2}{n_e^2\cdot n_0^2} = \frac{n_e^2 - n_0^2}{n_e^2 + n_0^2}\,. \tag{k}$$

Główne współczynniki załamania kryształów jednoosiowych można wyznaczyć w ten sam sposób, co w środowiskach równokierunkowych, a więc przede wszystkim jak, o tym już była mowa wyżej, przez pomiar odchylenia promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych w pryzmacie o krawędzi łamiącej równoległej do osi optycznej.

Okazuje się, że w niektórych kryształach jednoosiowych n_e jest większe od n_0 (promień nadzwyczajny, przechodząc przez pryzmat, załamuje się bardziej, niż promień zwyczajny), c_e jest zatem mniejsze od c_0, w innych zaś n_e jest mniejsze od n_0 (promień nadzwyczajny mniej się załamuje w pryzmacie, niż promień zwyczajny), c_e przeto większe od c_0. Kryształy pierwszej kategorii nazywamy dodatnimi, drugiej — ujemnymi.

Nazwy te wprowadził Fresnel na miejsce proponowanych przez Biota: przyciągających, gdy promień nadzwyczajny jest po załamaniu bliższy normalnej, niż zwyczajny (kryształy dodatnie), i odpychających, gdy jest dalej (kryształy ujemne).

W kryształach dodatnich dwupowłokowa powierzchnia Huygensa składa się z wydłużonej w kierunku osi optycznej elipsoidy i z obejmującej ją ze wszystkich stron kuli (rys. 309), stycznej z elipsoidą jedynie w punktach przecięcia z osią optyczną AB; w kryształach ujemnych, do których należy kalcyt (szpat islandzki), elipsoida, spłaszczona w kierunku osi optycznej, otacza ze wszystkich stron kulę (rys. 309a). Oto wartości współczynników załamania żółtej linii sodu dla niektórych kryształów jednoosiowych:

Kryształy dodatnie:	n_0	$<$	n_e
kwarc	1,54423		1,55338
apofilit	1,534		1,537
kryształ górski	1,5442		1,5533
lód	1,3091		1,3104
kalomel	1,9732		2,6559
Kryształy ujemne	n_0	$>$	n_e
kalcyt	1,6584		1,4865
turmalin	1,639		1,620
szmaragd	1,582		1,576
apatyt	1,6390		1,6345
beryl	1,5740		1,5674
korund	1,782		1,6598

Współczynniki te są, oczywiście, funkcją długości fali użytego światła. Dla kalcytu Sarrasin znalazł następujące wartości

Linie Frauenhofera	n_0	$>$	n_e
A	1,6499		1,4826
D	1,6528		1,4839
F	1,6678		1,4907
H	1,6832		1,4977

Ściśle biorąc, podany wyżej wykaz kryształów dodatnich i ujemnych obowiązuje jedynie w oznaczonych dziedzinach widma. Może się bowiem zdarzyć, że ten sam kryształ dla pewnych długości fali jest dodatni, dla innych ujemny. Na pograniczu tych dziedzin, w których znak kryształu jest różny, a więc dla pewnej długości fali $n_0 = n_e$, kryształ zachowuje się, jak ciało równokierunkowe (izotropowe).

W rozpatrywanym przez nas na str. 432 przypadku załamania promieni, padających prostopadle na powierzchnię kalcytu, kąt, jaki normalna do nadzwyczajnej fali załamanej tworzy z osią optyczną, wynosi 44°38′, niewiele przeto się różni od tej wartości ($\omega = 45°$), przy której kąt ζ między normalną i promieniem ma wartość największą. Odchylenie więc promienia nadzwyczajnego możemy obliczyć ze wzoru (k)

$$(\operatorname{tg}\zeta)_{\max} = \frac{2{,}76 - 2{,}22}{4{,}98} = \frac{0{,}54}{4{,}98} = 0{,}1084$$

i

$$\zeta_{\max} = 6°20'.$$

W krysztale o grubości 5 cm odchylenie boczne wiązki nadzwyczajnej będzie równe

$$e = d \cdot \operatorname{tg}\zeta = 5\text{ cm} \cdot 0{,}1084 = 5{,}4\text{ mm}.$$

W kwarcu wartość kąta $\zeta_{\max}$ jest o wiele mniejsza

$$\operatorname{tg}\zeta_{\max} = \frac{2{,}40 - 2{,}37}{4{,}47} = \frac{0{,}03}{4{,}47} \approx 0{,}007$$

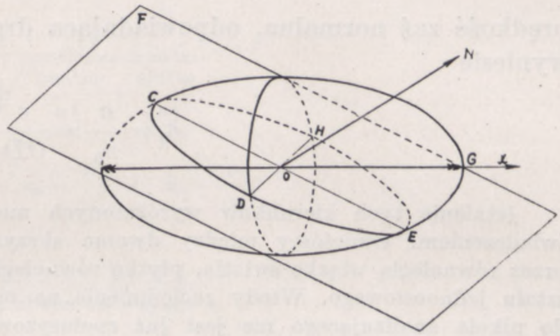
i

$$\zeta_{\max} \approx 24'.$$

Doświadczenie wnioski te potwierdza i tym samym ex post usprawiedliwia przyjęcie założeń Huygensa.

3. KRYSZTAŁY JEDNOOSIOWE; ELIPSOIDA CAUCHY'EGO.

Konstrukcja Huygensa pozwala, jakeśmy to widzieli, wykreślić bieg promieni w krysztale, nie daje wszakże żadnych wyjaśnień co do ich stanu polaryzacji. Wymaga ona przeto uzupełnienia przez założenia dodatkowe, dotyczące fizycznych własności kryształu.



Rys. 315

Te założenia dodatkowe, które Fresnel oparł na sprężystej teorii światła, a które wynikają bezpośrednio z odpowiednio przystosowanych do środowisk różnokierunkowych równań Maxwella, dogodniej jest rozpatrzeć nie przy pomocy konstrukcji Huygensa, lecz tzw. elipsoidy współczynników, często nazywanej elipsoidą Cauchy'ego.

Opiszmy z punktu O, jako ze środka, elipsę o półosiach n_e w kierunku osi optycznej, którą przyjmiemy za oś Ox układu współrzędnym, i n_0 — w kierunku do niej prostopadłym (rys. 315, gdzie $n_e > n_0$, kryształ dodatni); przez obrót dookoła osi Ox otrzymamy elipsoidę obrotową, której równanie będzie miało kształt

$$\frac{x^2}{n_e^2} + \frac{y^2 + z^2}{n_0^2} = 1. \tag{a}$$

Każdej długości fali odpowiada, rzecz prosta, inna elipsoida, gdyż n_e i n_0 są funkcjami λ; niezmienne będzie jedynie położenie osi. Przypuśćmy, że w pewnej chwili przez punkt O elipsoidy przechodzi w kierunku ON fala płaska F. Płaszczyzna jej przecina elipsoidę wzdłuż elipsy $CDEH$, której jedna półoś leży zawsze w równikowej płaszczyźnie elipsoidy, druga zaś OC jest do niej prostopadła. Równania Maxwella prowadzą do wniosku, że w danym kierunku ON mogą się rozchodzić bez zniekształcenia (tzn. zachowując charakter polaryzacji liniowej) jedynie drgania, równoległe do tych półosi, które w ten sposób wyznaczają uprzywilejowane kierunki drgań. Płaszczyzna jednego z tych drgań OC przechodzi przez oś optyczną i kierunek normalnej, jest zatem płaszczyzną, w której, jak widzieliśmy, zachodzą drgania nadzwyczajne, a którą często nazywa się płaszczyzną przecięcia głównego względem danej nor-

malnej. Płaszczyzna drgania OD jest do niej prostopadła, jest zatem płaszczyzną drgań zwyczajnych.

Prędkość normalna, odpowiadająca drganiom w kierunku OC, a więc nadzwyczajnym będzie równa

$$c_e' = \frac{c}{n_e'} = \frac{c}{OC},$$

prędkość zaś normalna, odpowiadająca drganiom OD — zwyczajnym — wyniesie

$$c_0 = \frac{c}{n_0} = \frac{c}{OD}.$$

Istnienie tych kierunków wyróżnionych można stwierdzić następującym doświadczeniem. Umieśćmy między dwoma skrzyżowanymi nikolami, oświetlonymi przez równoległą wiązkę światła, płytkę równoległościenną, wyciętą dowolnie z kryształu jednoosiowego. Wtedy zaciemnienie na ogół znika, światło więc wchodzące do nikola analizującego nie jest już spolaryzowane prostoliniowo. Jeżeli jednak płytkę będziemy obracali koło osi wiązki, znajdziemy zawsze takie dwa wzajemnie prostopadłe położenia płytki, przy których pole widzenia znów się całkowicie zaciemni. W tych położeniach drgania, spolaryzowane prostoliniowo przez nikol polaryzujący, pozostają po przejściu przez kryształ spolaryzowane prostoliniowo.

Gdy fala rozchodzi się w kierunku osi optycznej (ON zbiega się z Ox), płaszczyzna fali przecina elipsoidę wzdłuż koła: kierunków wyróżnionych nie ma; w kierunku osi optycznej mogą się rozchodzić drgania, leżące w dowolnych płaszczyznach. Prędkość normalna ma dla wszystkich kierunków drgań wartość jednakową, równą

$$c_0 = \frac{c}{n_0} = \frac{c}{OG}.$$

Gdy fala rozchodzi się w kierunku prostopadłym do osi optycznej (ON zbiega się z osią Oy lub Oz lub jakąkolwiek prostą, leżącą w płaszczyźnie yOz), płaszczyzna fali przecina elipsoidę wzdłuż elipsy, której jedna półoś jest zawsze równa promieniowi cięcia równikowego n_0, druga zaś jest równa n_e. W tym przeto kierunku drgania się rozchodzą z prędkościami

$$c_e = \frac{c}{n_e} \quad \text{i} \quad c_0 = \frac{c}{n_0}.$$

W dowolnym kierunku ON, tworzącym kąt ω z osią optyczną, współczynnik n_e' drgania nadzwyczajnego będzie równy OC (rys. 315a). Oznaczając przez x i z współrzędne punktu C, mamy

$$x = n_e' \sin\omega \quad \text{i} \quad z = n_e' \cos\omega.$$

Ponieważ osie Oy i Oz podlegają jedynie warunkowi, aby były prostopadłe do osi Ox, możemy zawsze tak wybrać kierunek osi Oz, aby normalna ON i, co za tym idzie, prosta OC leżały w płaszczyźnie xOz, będącej w ten sposób płaszczyzną przecięcia głównego względem normalnej ON.

Podstawiając te wartości do równania elipsy, otrzymanej z przecięcia elipsoidy płaszczyzny xOz, znajdujemy

$$\frac{n_e'^2 \cos^2 \omega}{n_0^2} + \frac{n_e'^2 \sin^2 \omega}{n_e^2} = 1$$

i

$$n_e' = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \omega}{n^2} + \frac{\sin^2 \omega}{n_e^2}}} \tag{4}$$

skąd, kładąc

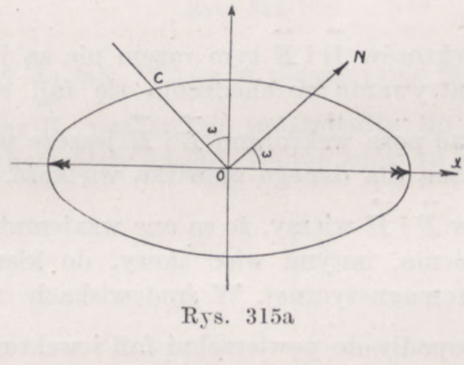
$$n_e' = \frac{c}{c_e'}; \quad n_0 = \frac{c}{c_0} \quad \text{i} \quad n_e = \frac{c}{c_e},$$

otrzymujemy

$$\frac{c}{c_e'} = \frac{c}{\sqrt{c_0^2 \cos^2 \omega + c_e^2 \sin^2 \omega}}$$

i ostatecznie

$$c_e' = \sqrt{c_0^2 \cos^2 \omega + c_e^2 \sin^2 \omega},$$



Rys. 315a

a więc wzór (2a), wyprowadzony w ust. poprzednim na podstawie konstrukcji Huygensa.

Tej różnokierunkowości optycznej powinna odpowiadać w myśl elektromagnetycznej teorii światła i różnokierunkowość elektrycznych własności kryształu. Wiemy bowiem, że

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}}$$

lub, przyjmując dla uproszczenia zdolność elektryczną próżni za jednostkę i tym samym wprowadzając zamiast zdolności elektrycznej kryształu jego stałą dielektryczną,

$$n = \sqrt{\varepsilon'}.$$

Doświadczenie istotnie wniosek ten potwierdza. W kryształach jednoosiowych wartość stałej dielektrycznej zmienia się zależnie od kąta, jaki z osią optyczną tworzy ten kierunek, w jakim ją mierzymy (M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz. III, ust. 10).

Wtedy jednak związek między wektorem indukcji elektrycznej $\vec{D}$ i wektorem natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ nie wyraża się już prostym wzorem

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E},$$

lecz bardziej złożonym.

Biorąc te same osie współrzędnych, co przy konstrukcji elipsoidy współczynników i oznaczając wartość stałej dielektrycznej w kierunku osi optycznej przez ε_1, w kierunkach zaś do niej prostopadłych przez ε_2 i ε_3 mamy

$$\varepsilon_1=n_e^2 \quad \text{i} \quad \varepsilon_2=\varepsilon_3=n_0^2.$$

Dla $\vec{D}$ zatem otrzymujemy

$$D_x=\varepsilon_1 E_x=n_e^2 E_x;\quad D_y=\varepsilon_2 E_y=n_0^2 E_y;\quad D_z=\varepsilon_3 E_z=n_0^2 E_z.$$

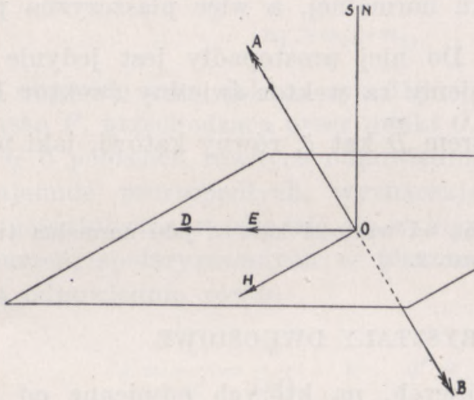
Kierunki przeto wektorów $\vec{D}$ i $\vec{E}$ tym razem nie są już na ogół zgodne. A więc przy rozpatrywaniu rozchodzenia się fali elektromagnetycznej musimy uwzględniać poza wektorami $\vec{E}$ i $\vec{H}$ jeszcze wektor $\vec{D}$, jako trzecią charakterystyczną dla danego zjawiska wielkość.

Co do wektorów $\vec{E}$ i $\vec{H}$ wiemy, że są one wzajemnie prostopadłe i prostopadłe do promienia, innymi więc słowy, do kierunku rozchodzenia się energii elektromagnetycznej. W środowiskach równokierunkowych promień jest prostopadły do powierzchni fali i wektory $\vec{E}, \vec{H}$ leżą w płaszczyźnie stycznej do tej powierzchni (w przypadku fali płaskiej — w płaszczyźnie tej fali). W tej samej płaszczyźnie leży, oczywiście, i wektor $\vec{D}$. Tak samo rozmieszczone są te wektory w fali zaburzenia zwyczajnego, mającego, jak niejednokrotnie już była o tym mowa, cechy zaburzenia w środowiskach równokierunkowych; jedyna różnica polega na tym, że promień zwyczajny nigdy nie jest promieniem światła naturalnego, lecz zawsze jest spolaryzowany w płaszczyźnie przecięcia głównego względem danego kierunku normalnej.

Weźmy tę płaszczyznę, przesuniętą, jak wiemy, przez oś optyczną AB i normalną do fali ON, za płaszczyznę rysunku (rys. 316). Wektory $\vec{E}$ i $\vec{D}$ będą leżały w płaszczyźnie fali płaskiej F (lub w płaszczyźnie stycz-

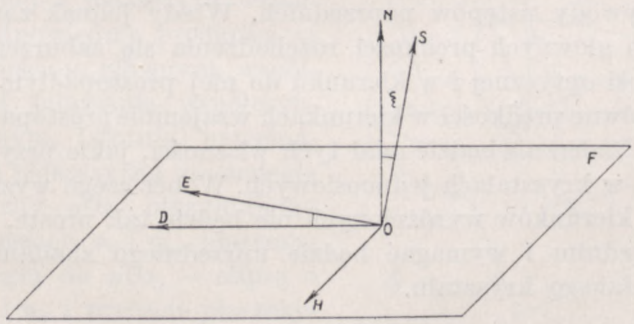
nej do dowolnej powierzchni falowej) i kierunki ich będą leżały w płaszczyźnie rysunku, wektor $\vec{H}$ będzie leżał prostopadle do płaszczyzny rysunku. Wszystkie trzy wektory będą jednocześnie prostopadłe do normalnej *ON* i do promienia *OS*, których kierunki będą tym razem zgodne.

Inaczej jednak będzie w zaburzeniu nadzwyczajnym, gdzie promień



Rys. 316

nie jest prostopadły do fali. Wtedy w płaszczyźnie fali leżą jedynie wektory $\vec{H}$ i $\vec{D}$, wektor $\vec{E}$, pozostając prostopadły do promienia, tworzy z normalną do fali kąt różny od 90^0. Biorąc znów za płaszczyznę rysunku



Rys. 317

płaszczyznę przecięcia głównego względem danego kierunku normalnej, otrzymamy układ wektorów taki, jak na rys. 317. Wektor $\vec{D}$ leży w płaszczyźnie rysunku, wektor $\vec{E}$ w płaszczyźnie, przechodzącej przez wektor indukcji elektrycznej i normalną do fali a więc też w płaszczyźnie

rysunku, wektor $\vec{H}$, leżący w płaszczyźnie fali, jest prostopadły do płaszczyzny rysunku.

Uogólniając pojęcia, wprowadzone dla objaśnienia zjawisk polaryzacji w środowiskach równokierunkowych na środowiska różnokierunkowe, przez płaszczyznę polaryzacji będziemy rozumieli i tym razem płaszczyznę prostopadłą do kierunku drgań. W zaburzeniu nadzwyczajnym płaszczyzną tą jest płaszczyna prostopadła do przecięcia głównego względem danego kierunku normalnej, a więc płaszczyzna prostopadła do płaszczyzny rysunku. Do niej prostopadły jest jedynie wektor $\vec{D}$, ten przeto wektor przyjmiemy za wektor świetlny (wektor Fresnela). Wektor $\vec{E}$ tworzy z wektorem $\vec{D}$ kąt ζ, równy kątowi, jaki promień OS tworzy z normalną.

Wartość tego kąta, zależną od wartości kąta ω, jaki normalna tworzy z osią optyczną, wyznacza wzór (3) ust. 2.

4. KRYSZTAŁY DWUOSIOWE

W kryształach dwuosiowych, na których odmienne od kryształów jednoosiowych własności optyczne pierwszy zwrócił uwagę Brewster, żadna z dwóch wiązek promieni, na które rozdziela się wiązka padającego na kryształ światła naturalnego, nie podlega prawom Descartes'a, tak że obie te wiązki można uważać za nadzwyczajne.

Fresnel udowodnił, że i te o wiele bardziej złożone zjawiska można wyjaśnić, posługując się założeniami, analogicznymi do tych, na jakich oparliśmy wywody ustępów poprzednich. Wtedy jednak zamiast dwóch wyróżnionych głównych prędkości rozchodzenia się zaburzeń: prędkości w kierunku osi optycznej i w kierunku do niej prostopadłym — wprowadzimy trzy główne prędkości w kierunkach wzajemnie prostopadłych, z których wszakże żaden nie będzie miał tych własności, jakie przypisywaliśmy osi optycznej w kryształach jednoosiowych. Wobec czego wyznaczenie położenia tych kierunków wyróżnionych nie będzie tak proste, jak w przypadku poprzednim i wymagać będzie uprzedniego zbadania własności optycznych danego kryształu.

W pewnych grupach kryształów dwuosiowych (w układach rombowym i jednoskośnym) kierunki te można z góry wyznaczyć na podstawie budowy tych kryształów, w innych nie ma żadnego oznaczonego związku między własnościami optycznymi i krystalicznymi.

Podobnie, jak poprzednio, weźmiemy za punkt wyjścia konstrukcję Cauchy'ego. Przypuśćmy, że znamy kierunki prędkości głównych; biorąc je za kierunki osi prostokątnego układu współrzędnych, będących

osiami symetrii optycznej, opiszmy z punktu O elipsoidę o półosiach równych

$$n_1 = \frac{c}{c_1}; \quad n_2 = \frac{c}{c_2}; \quad n_3 = \frac{c}{c_3}, \qquad \text{(a)}$$

gdzie c_1, c_2, c_3 oznaczają główne prędkości rozchodzenia się fali (prędkości normalne), n_1, n_2, n_3 — główne współczynniki załamania. Kładąc

$$n_1 > n_2 > n_3,$$

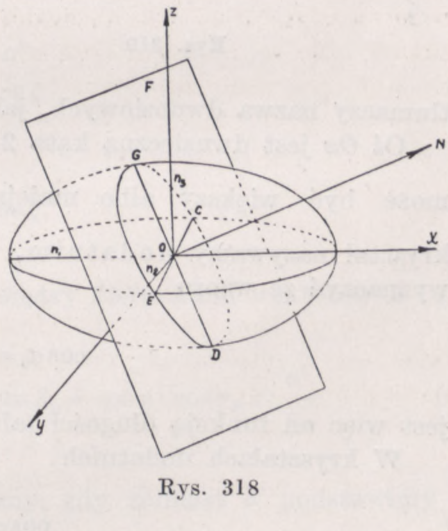
otrzymamy elipsoidę taką, jak na rys. 318.

Fala płaska F, przechodząca przez punkt O, przecina elipsoidę wzdłuż elipsy $EDCG$ o półosiach równych odpowiednio OC i OD. Kierunki tych półosi, wzajemnie prostopadłych, wyznaczają kierunki drgań, mogących bez zniekształcenia rozchodzić się w kierunku ON. Prędkości tych dwóch zaburzeń, spolaryzowanych w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych, są odpowiednio równe

$$c' = \frac{c}{n'} = \frac{c}{OD} \quad \text{i} \quad c'' = \frac{c}{n''} = \frac{c}{OC},$$

przy czym w przeciwieństwie do kryształów jednoosiowych żadna z tych prędkości nie ma wartości stałej, niezależnej od kierunku rozchodzenia się fali.

Gdy płaszczyna fali jest równoległa do jednej z płaszczyzn współrzędnych, odpowiednie prędkości są równe prędkościom głównym, współczynniki zaś załamania współczynnikom głównym. Istotnie, przecinając elipsoidę płaszczyzną równoległą do płaszczyzny yOz, otrzymujemy elipsę o półosiach n_2 i n_3, płaszczyzną równoległą do yOx, — elipsę o półosiach n_1 i n_2 i wreszcie płaszczyzną równoległą do płaszczyzny xOz, — elipsę o półosiach n_1 i n_3.

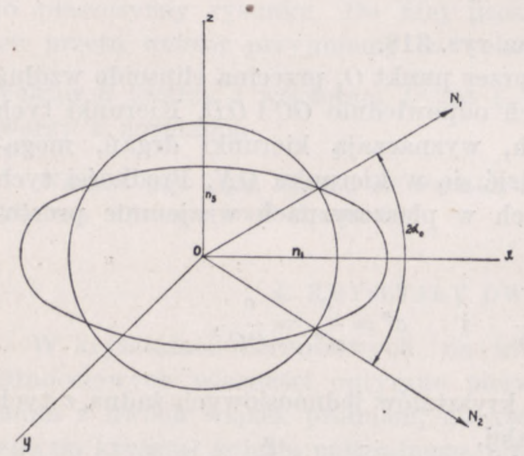


Rys. 318

W pewnym jednak kierunku rozchodzenia się fali, a więc dla pewnych wartości kątów α, β, γ, jakie normalna ON tworzy z kierunkami osi współrzędnych, przekrój elipsoidy płaszczyzną fali jest kołem. Wtedy nie ma kierunków wyróżnionych: drgania mogą zachodzić we wszystkich kierunkach. A ponieważ każdemu kierunkowi drgań odpowiada inny kie-

runek promienia, wiązka równoległych promieni naturalnych rozpada się na nieskończenie wielką liczbę promieni, z których każdy spolaryzowany jest w innej płaszczyźnie (rys. 319).

Promienie te tworzą stożek, którego jedną z tworzących jest normalna ON_1. Okazuje się, że wtedy kąt, jaki normalna tworzy z osią Oy, równy jest $\frac{\pi}{2}$, normalna leży zatem w płaszczyźnie xOz tzn. w płaszczyźnie, wyznaczonej przez największą (n_1) i najmniejszą (n_3) wartość współczynnika załamania. Elipsoida posiada wszakże dwa przekroje kołowe, przecinające się wzdłuż osi Oy, mamy więc dwa wyróżnione kierunki rozchodzenia się fali: ON_1 i ON_2. Kierunki te nazywamy osiami optycznymi lub głównymi osiami optycznymi kryształu lub rzadziej binormalami. W kryształach tego typu nie istnieje zatem jeden kierunek, lecz istnieją dwa kierunki, w których mogą bez odkształcenia rozchodzić się drgania o kierunkach dowolnych; tym się tłumaczy nazwa dwuosiowych, jaką im nadajemy.



Rys. 319

Oś Ox jest dwusieczną kąta $2\alpha_0$ między osiami optycznymi; kąt ten może być większy albo mniejszy od $\frac{\pi}{2}$. W pierwszym przypadku kryształ nazywamy dodatnim, w drugim ujemnym. Kąt α_0 można wyznaczyć ze wzoru

$$\cos\alpha_0 = \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_3^2}}, \tag{b}$$

jest więc on funkcją długości fali.

W kryształach dodatnich

$$\cos\alpha_0 > \frac{\sqrt{2}}{2},$$

a przeto

$$n_1^2 - n_2^2 > \frac{n_1^2 - n_3^2}{2},$$

skąd

$$n_2^2 < \frac{n_1^2 + n_3^2}{2}.$$

Kryształy jednoosiowe możemy rozpatrywać jako graniczny przypadek, dla którego $a_0 = 0 (n_2 = n_3)$: obie osie optyczne zbiegają się w jedną, mającą kierunek osi Ox. Przekrój kołowy jest przekrojem równikowym elipsoidy; kierunki promienia i normalnej są zgodne, danej normalnej odpowiada przeto tylko jeden promień.

Dla otrzymania powierzchni falowej analogicznej do konstrukcji Huygensa w kryształach jednoosiowych, rozpatrzmy elipsoidę prędkości promieni, często nazywaną elipsoidą Fresnela.

Jak o tym była już mowa niejednokrotnie, kierunki promieni i normalnych nie są w środowiskach różnokierunkowych ze sobą zgodne, tym samym nie są zgodne i kierunki wektora świetlnego $\vec{D}$, prostopadłego do normalnej fali, i wektora natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$, prostopadłego do kierunku promienia.

Wektory $\vec{D}$, $\vec{N}$ i $\vec{H}$ są względem siebie tak rozmieszczone, jak wektory $\vec{E}$, $\vec{S}$ i $\vec{H}$, prędkość zaś promienia c_p jest związana z prędkością normalną c' wzorem

$$c_p = \frac{c'}{\cos\zeta}$$

lub

$$\frac{c'}{c_p} = \cos\zeta,$$

gdzie ζ jest, jak poprzednio, kątem między kierunkami wektorów $\vec{E}$ i $\vec{D}$, którego kosinus wynosi

$$\cos\zeta = \cos\alpha \cdot \cos\alpha_p + \cos\beta \cdot \cos\beta_p + \cos\gamma \cdot \cos\gamma_p = \frac{c'}{c_p}. \qquad \text{(c)}$$

Wzór ten przekształca się w identyczny, gdy zamiast c' podstawimy $\frac{1}{c_p}$ i zamiast $c_p - \frac{1}{c'}$, przypisując jednocześnie kierunek normalnej promieniowi, promienia zaś – normalnej i w ten sposób zastępując $\vec{E}$ przez $\vec{D}$ i $\vec{D}$ przez $\vec{E}$.

Istotnie, lewa strona równania nie ulegnie na skutek takiego podstawienia żadnej zmianie, prawa zaś przekształca się w

$$\frac{1}{c_p} : \frac{1}{c'} = \frac{c'}{c_p},$$

a więc przybiera taką postać, jak poprzednio. Podobnie nie ulegną zmianie i inne związki między wektorami $\vec{D}$ i $\vec{N}$ oraz $\vec{E}$ i $\vec{S}$, gdy wykonamy w nich te same podstawienia.

Elipsoida zatem, której półosie o tych samych kierunkach, co wybrane przez nas poprzednio osie Ox, Oy, Oz, mają długości nie odwrotnie proporcjonalne do prędkości normalnych $\left(n = \frac{c}{c'}\right)$, lecz wprost proporcjonalne do prędkości promieni (c_{1p}, c_{2p}, c_{3p}), będzie miała własności analogiczne do elipsoidy Cauchy'ego.

Przecinając tę elipsoidę płaszczyzną, prostopadłą do kierunku promienia, otrzymujemy, biorąc ogólnie, elipsę, której półosie, wyznaczające kierunki wektorów natężenia pola elektrycznego, mogących się rozchodzić w danym kierunku, będą równe odpowiednim prędkościom promienia. Znajdziemy podobnie, jak poprzednio, że w każdym kierunku rozchodzą się z niejednakowymi prędkościami dwa promienie. Ponieważ każdemu z dwóch wektorów $\vec{E}$ odpowiada inny wektor $\vec{D}$ i tym samym inna płaszczyzna fali, kierunkowi $\vec{S}$ promienia odpowiadają dwie różne normalne do fali tak, jak każdej normalnej do fali, a więc każdemu kierunkowi rozchodzenia się fali, odpowiadały dwa różne promienie.

Gdy kierunek promienia zbiega się z kierunkiem jednej z osi współrzędnych np. Ox, kierunki wektorów $\vec{E}_1$ i $\vec{E}_2$ zbiegają się z kierunkami dwóch osi pozostałych Oy i Oz. Możliwe prędkości rozchodzenia się promieni są wtedy równe c_{2p} i c_{3p}. Wtedy jednak wektory natężenia pola mają ten sam kierunek, co wektory indukcji elektrycznej $\vec{D}$. W myśl bowiem założenia, w kierunku każdej osi związek między $\vec{E}$ i $\vec{D}$ wyraża się wzorem

$$\vec{D}_i = \varepsilon_i \vec{E}_i, \tag{5}$$

kąt więc ζ między tymi wektorami jest równy zeru i

$$c_{1p} = c_1'; \quad c_{2p} = c_2'; \quad c_{3p} = c_3'.$$

Półosie elipsoidy Fresnela mają długości równe głównym prędkościom normalnym.

W przypadku szczególnym, przy pewnym wyróżnionym kierunku promienia przekrój elipsoidy płaszczyzną, prostopadłą do promienia, jest kołem. Otrzymujemy wtedy nieskończenie wielką liczbę możliwych kierunków wektora $\vec{E}$ i co za tym idzie nieskończenie wielką liczbę odpowiadających danemu kierunkowi promienia kierunków normalnej. Ten wyróżniony kierunek nazywamy kierunkiem osi promieni lub wtórnych osi optycznych lub wreszcie biradialnych.

Osi tych jest dwie; leżą one w płaszczyźnie xOz i oś Ox jest dwusieczną kąta między nimi. Na kosinus kąta α'_0, jaki osie te tworzą z osią Ox, otrzymamy podstawiając do wzoru (b) zamiast n_1, n_2, n_3 odpowiednio c_{1p}, c_{2p}, c_{3p},

$$\cos\alpha'_0 = \sqrt{\frac{c_{1p}^2 - c_{2p}^2}{c_{1p}^2 - c_{3p}^2}} = \sqrt{\frac{c_1'^2 - c_2'^2}{c_1'^2 - c_3'^2}} = \frac{n_3}{n_2}\sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_3^2 - n_1^2}} = \frac{n_3}{n_2}\cos\alpha_0.$$

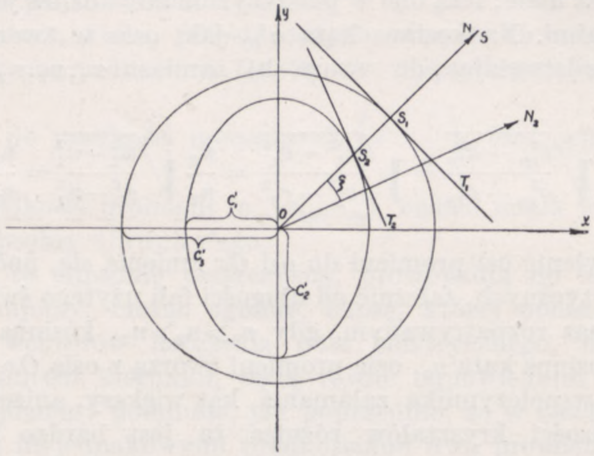
A zatem nachylenie osi promieni do osi Ox zmienia się, podobnie jak nachylenie osi optycznych, zależnie od długości fali użytego światła. W przypadku przez nas rozpatrywanym, gdy $n_1 > n_2 > n_3$, kosinus kąta α'_0 jest mniejszy od kosinus kąta α_0, osie promieni tworzą z osią Ox, osią największej wartości współczynnika załamania, kąt większy, aniżeli osie optyczne. W większości kryształów różnica ta jest bardzo mała — rzędu kilku minut — w nielicznych jedynie przypadkach dochodzi do paru stopni.

Znając prędkości rozchodzenia się promieni w różnych kierunkach, możemy wykreślić powierzchnię falową zaburzeń, rozchodzących się z punktu O w krysztale. Przypuśćmy, że przez O przechodzą w różnych kierunkach cienkie wiązki promieni równoległych; odkładajmy w kierunku każdej z nich (nie zaś w kierunku do nich prostopadłym, jak w elipsoidzie Fresnela) odcinki równe dwu możliwym wartościom prędkości promieni w tym kierunku. Miejscem geometrycznym końców tych odcinków jest powierzchnia dwupowłokowa, obwiednia dwóch układów fal płaskich, które przeszły jednocześnie przez punkt O. Po upływie jednostki czasu zaburzenie, wychodzące z O, dojdzie do tego punktu S powierzchni, w którym fala płaska, odpowiadająca danemu zaburzeniu, dotyka powierzchni. Powierzchnia będzie zatem miejscem geometrycznym zaburzeń, które o sekundę wcześniej wyszły we wszystkich możliwych kierunkach z O. Ponieważ tylko te elementy fali są czynne, które stykają się z powierzchnią, prosta OS, wyznaczająca kierunek promienia, jest miejscem geometrycznym czynnych elementów rozchodzącej się fali.

Przyjmijmy, że OS leży w płaszczyźnie xOy. Przecinając elipsoidę Fresnela płaszczyzną, prostopadłą do OS, a przeto i do płaszczyzny

xOy, znajdziemy, że jedna z półosi elipsy przecięcia ma stałą wartość c_3', druga zaś zależnie od kąta, jaki z osiami Ox i Oy tworzy kierunek promienia OS, waha się w granicach od c_2' do c_1', gdzie przy tych wartościach współczynników głównych, jakie wyżej przyjęliśmy ($n_1 > n_2 > n_3$), $c_1' < c_2' < c_3'$.

Odkładając z punktu O we wszystkich kierunkach, jakie promień OS może tworzyć z osiami Ox i Oy, te dwie grupy wartości, stwierdzimy,



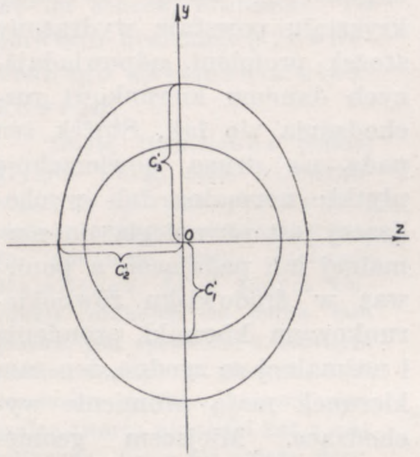
Rys. 320

że końce jednej z nich leżeć będą na kole o promieniu c_3', drugiej — na elipsie o półosiach c_1' i c_2'. Przecięcie więc powierzchni falowej płaszczyzną xOy będzie miało taki kształt, jak na rys. 320.

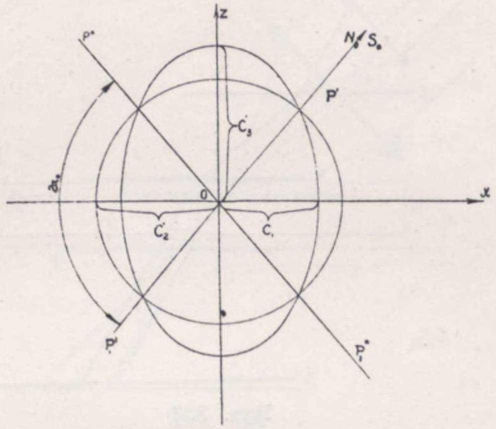
Promień OS przecina tę powierzchnię w punktach S_1 i S_2 odległych od O o $c_p' = c_3'$ i c_p'' mniejsze od c_2' i większe od c_1'. Płaszczyzny styczne T_1 i T_2 w punktach S_1 i S_2 są czołami fal płaskich, rozchodzących się z punktu O w danym kierunku; normalna N_1 do tej z nich T_1, która jest styczna do koła, ma kierunek ten sam, co promień, normalna N_2 do tej, która jest styczna do elipsy, tworzy z promieniem kąt ζ. Taki sam kąt tworzą wektory $\vec{D}_2$ i $\vec{E}_2$.

Analogicznie znajdziemy, że przekrojem powierzchni falowej przez płaszczyznę zOy jest koło o promieniu c_1' i elipsa o półosiach c_2' i c_3' (rys. 321). Bardziej złożony obraz otrzymany przecinając powierzchnię falową płaszczyzną xOz, zawierającą osie największej i najmniejszej prędkości. I tym razem jedna z powłok da w przecięciu koło o promieniu c_2' i elipsę o półosiach c_1' i c_3', ponieważ jednak c_2' jest większe od c_1' i mniejsze od c_3', elipsa i koło będą się przecinały w czterech punktach (rys. 322), leżących na dwóch prostych $P_1'P'$ i $P_1''P''$, proste te, tworzące ze sobą

kąt $2\alpha_0$, są omówionymi poprzednio osiami promieni (wtórnymi osiami optycznymi, biradialnymi). Istotnie, w punktach P', P'', P_1', P_1'', w których na powierzchni falowej powstaje lejkowate zagłębienie, można przeprowadzić nie jedną, lecz cały pęk płaszczyzn stycznych. Kierunkowi S_0 promienia odpowiada nieskończenie wiele normalnych, z których jedna N_0 ma kierunek promienia. Normalne te tworzą stożek, którego jedną z tworzących jest promień S_0.



Rys. 321



Rys. 322

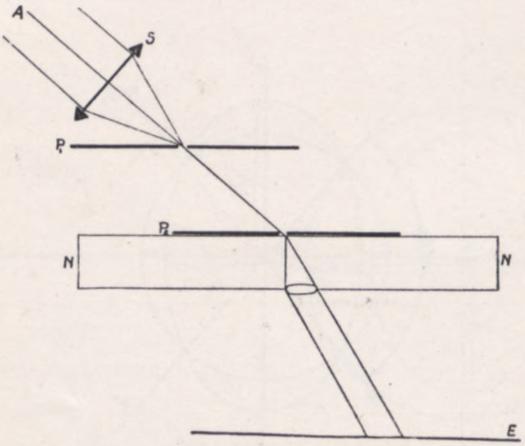
We wszystkich zatem przypadkach, gdy płaszczyzna padania jest jedną z płaszczyzn współrzędnych, jeden z promieni ma prędkość stałą, niezależną od kierunku padania i tym samym załamanie jego podlega prawom Descartes'a. Jeżeli więc wytniemy pryzmaty o krawędziach łamiących, prostopadłych do odpowiednich płaszczyzn współrzędnych, będziemy mogli zwykłym sposobem — metodą najmniejszego odchylenia — wyznaczyć współczynniki n_1, n_2 i n_3.

5. ZAŁAMANIE STOŻKOWE: WEWNĘTRZNE I ZEWNĘTRZNE

Jak wynika z rozważań ustępu poprzedniego, w przypadku, gdy normalna fali płaskiej jest równoległa do osi optycznej, danemu kierunkowi rozchodzenia się fali odpowiada nieskończenie wielka liczba promieni, tworzących stożek, którego jedną z tworzących jest dana normalna. Ten ważny wniosek z założeń Fresnela, udowodniony przez Hamiltona (1832 r.), potwierdził doświadczalnie Lloyd, używając do tego aragonitu, w którym kąt wierzchołkowy stożka ma stosunkowo znaczną wartość (około 2°).

Niech MN będzie równoległościenną płytką aragonitu (rys. 323), oświetloną przez wiązkę rozbieżną, wychodzącą z otworu przesłony P_1,

na którym soczewka S, skupia światło źródła A (np. słońca). Wiązka ta pada na otworek drugiej przesłony P_2 tak, że przez płytkę przechodzi stożek promieni o niewielkiej rozwartości. Na ekranie E umieszczonym poza płytką, powstają zazwyczaj dwa punkty świetlne. Przesuwając jednak odpowiednio przesłonę P_2 po powierzchni kryształu i tym samym zmieniając kąt padania promieni, otrzymujemy przy pewnym jej położeniu pierścień świetlny na ekranie. A zatem wewnątrz kryształu powstaje wydrążony stożek promieni, odpowiadających danemu kierunkowi rozchodzenia się fali. Stożek ten pada na drugą powierzchnię płytki; normalna fali wychodzącej jest równoległa do normalnej fali padającej, a ponieważ w środowisku równokierunkowym kierunki promienia i normalnej są zgodne, ten sam kierunek mają promienie wychodzące. Miejscem geometrycznym czynnych elementów fali jest krzywa zamknięta; zaburzenia świetlne są umiejscowione na powierzchni wydrążonego walca. Średnica pierścienia świetlnego jest stała, niezależna od odległości obrazu E od płytki. Ponieważ średnica ta jest niewielka (rzędu ułamka milimetra przy grubości płytki jednego centymetra) dogodniej jest obserwować to zjawisko wewnętrznego załamania stożkowego przez lupę, nastawiając oko na obrazy otworka przesłony P_2, wytwarzane przez płytkę.

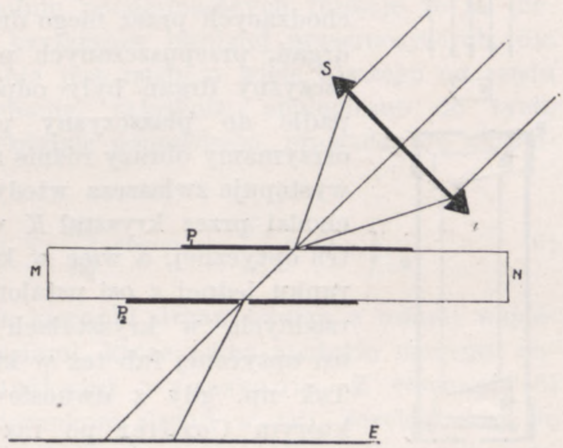


Rys. 323

Promienie tworzące walec, są, jak wiemy, spolaryzowane we wszystkich możliwych płaszczyznach. Jeżeli więc oświetlimy płytkę nie światłem naturalnym, lecz spolaryzowanym prostoliniowo, w świetle wychodzącym brak będzie promieni, spolaryzowanych w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny polaryzacji promieni padających. Na pierścieniu powstanie ciemna plama; oświetlenie punktów będzie wzrastało w miarę oddalania się od niej, dochodząc do najwyższej wartości w punkcie, leżącym po biegunowo przeciwnej stronie.

Lloyd stwierdził, że analogiczne zjawisko zajdzie, gdy promień będzie biegł w krysztale wzdłuż osi promieni. Na płytkę aragonitu MN rzucamy (rys. 324) zbieżną wiązkę promieni, która, przechodząc przez otwór przesłony P_1, staje się znów rozbieżną, wobec czego jeden z promieni ma na pewno kierunek wtórnej osi optycznej. Przesuwając przesłonę P_2

po powierzchni kryształu, przy pewnym jej położeniu otrzymujemy na ekranie E pierścień świetlny, którego średnica zwiększa się w miarę oddalania ekranu od płytki. Prosta, łącząca otwory przesłon, wyznacza wtedy kierunek osi promieni. W tym przypadku promieniowi wewnątrz kryształu odpowiada nieskończenie wielka liczba normalnych, przy wyjściu przeto z kryształu, gdy kierunki promienia i normalnej stają się zgodne, promień rozszczepia się na stożek promieni. To zjawisko nosi nazwę zewnętrznego załamania stożkowego.



Rys. 324

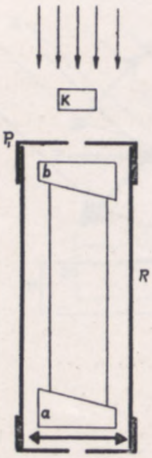
Teorię Hamiltona poddał krytyce Voigt (1905 r.), wykazując, że zjawisko jest bardziej złożone, niżby to wynikało z wyżej podanego opisu. Założenie Hamiltona, że w danym kierunku rozchodzi się jedna fala płaska, jest sprzeczne z istotnym stanem rzeczy; w rzeczywistości rozchodzą się fale, których normalne tworzą niewielki kąt z osią optyczną. Temu też należy przypisać, że pierścień świetlny składa się w istocie z dwóch współśrodkowych pierścieni jasnych, rozdzielonych ciemną przestrzenią. (Poggendorf, 1839 r.).

6. PLEOCHROIZM

Założenie, któreśmy milcząco przyjęli w naszych dotychczasowych rozważaniach, że pochłanianie światła w danym krysztale jest niezależne od kierunku jego drgań, nie zawsze jest usprawiedliwione. Niektóre kryształy wykazują wyraźną różnicę zabarwień przy zmianie kierunku rozchodzenia się w nich światła. To zjawisko pleochroizmu (gr. pleon — większy, chroma — barwa), odkryte przez Cordiera (1809 r.), zachodzi, jak się zdaje, nie tylko w kryształach, mających w świetle białym wyraźne zabarwienie, lecz również i w kryształach bezbarwnych, a więc takich, które są przezroczyste dla wszystkich promieni widzialnych. W tym ostatnim przypadku pleochroizm ujawnia się w podczerwonej, jak np. w kalcycie i kwarcu (Merrit, 1895 r.), lub w nadfiołkowej części widma (Agafonow, 1896 r.).

Do badania tego zjawiska dobrze nadaje się prosty przyrząd, zbudowany przez Haidingera (1845 r.). W rurce metalowej R (rys. 325), zaopatrzonej w prostokątny otworek P_1, umieszczony jest podłużny kryształ kalcytu (szpatu islandzkiego), do którego podstaw przyklejone są

dwa szklane pryzmaty *a* i *b* tak, aby całość stanowiła płytkę równoległościenną. Nastawiając soczewkę na otworek P_1, oświetlony światłem naturalnym, widzimy dwa obrazy otworka: zwyczajny i nadzwyczajny, oba tej samej barwy, co światło, przechodzące przez otworek P_1, kalcyt bowiem, jak o tym dopiero co wspominaliśmy, nie wykazuje pleochroizmu w widzialnej części widma. Jeżeli jednak przed otworkiem P_1 umieścimy kryształ pleochroistyczny *K* tak, aby kierunki przechodzących przez niego drgań były zgodne z kierunkami drgań, przepuszczanych przez kalcyt (a zatem aby płaszczyzny drgań były odpowiednio równoległe i prostopadłe do płaszczyzny przecięcia głównego kalcytu), otrzymamy obrazy różnie zabarwione. Różnica zabarwień występuje zwłaszcza wtedy wyraźnie, gdy światło przechodzi przez kryształ *K* w kierunku jednej z osi symetrii optycznej, a więc w kryształach dwuosiowych w kierunku jednej z osi ustalonego przez nas układu współrzędnych, w kryształach jednoosiowych — w kierunku osi optycznej lub też w kierunku do niej prostopadłym. Tak np. gdy z dwuosiowego kryształu kordierytu, na którym Cordier po raz pierwszy stwierdził istnienie pleochroizmu, wytniemy sześcian, o bokach równoległych do osi symetrii optycznej, otrzymamy przy oświetleniu światłem białym obrazy zabarwione albo na niebiesko i żółto albo na zielono i żółto albo na niebiesko i zielono. W krysztale diasporu otrzymalibyśmy odpowiednio obrazy niebieskie i zielone, fiołkowe i zielone albo niebieskie i fiołkowe. Kryształy tego typu, z reguły dwuosiowe, nazywamy **trychroicznymi**, barwy zaś, w jakich się okazują w kierunkach zgodnych z osiami symetrii, **podstawowymi**. W innych kierunkach widzimy barwy pośrednie. W kryształach jednoosiowych barwy podstawowe sprowadzają się do dwu barw: światła zwyczajnego i nadzwyczajnego; kryształy są **dychroiczne**. Tak np. w jednoosiowym krysztale peninu promienie zwyczajne są zabarwione na zielono, nadzwyczajne — na brunatno-czerwono. W zielonym turmalinie promienie zwyczajne są prawie całkowicie pochłaniane; obserwując przez przyrząd Haidingera płytkę turmalinu, wyciętą równolegle do osi optycznej, zobaczymy tylko jeden obraz, wytworzony przez promienie nadzwyczajne. A zatem światło, wychodzące z takiej płytki, jest prawie całkowicie spolaryzowane w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny przecięcia głównego; płytka jest polaryzatorem.



Rys. 325

Podobne własności wykazują niektóre kryształy sztuczne (Herapath, 1852 r.), w których jeden kierunek drgań jest silnie pochłaniany i to we wszystkich częściach widma. Kryształy te mają wymiary mikroskopowe i dopiero w 1932 r. udało

się otrzymać Landowi błony, złożone z bardzo wielu tych kryształów, skierowanych w jedną stronę i stanowiących jakby jeden kryształ. Błona taka, umieszczona między dwiema płaskimi i równoległymi szybkami szklanymi, stanowi dogodny i tani polaryzator — polaroid.

Okazuje się zatem, że w kryształach nie tylko współczynniki załamania, lecz również i współczynniki wygaszania są funkcjami kątów, jakie płaszczyzna drgania tworzy z płaszczyznami symetrii optycznej.

W przypadku kryształów silnie pochłaniających funkcje te są niezwykle złożone, w przypadku kryształów bardziej przezroczystych, dla których współczynnik wygaszania jest rzędu o wiele niższego od rzędu wielkości współczynnika załamania, założenia, analogiczne do tych, jakimi posługiwaliśmy się w rozdziale poprzednim, prowadzą do stosunkowo prostego wzoru

$$K' = n'^3 \left(\frac{K_1}{n_1^3} \cos^2 \alpha_1 + \frac{K_2}{n_2^3} \cos^2 \beta_1 + \frac{K_3}{n_3^3} \cos^2 \gamma_1 \right), \tag{6}$$

gdzie $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ są kątami, jakie kierunki drgań tworzą z osiami współrzędnych, K_1, K_2, K_3 — wielkościami, które przez analogię możemy nazwać głównymi współczynnikami wygaszania. Z równania (6) wynika, że dwu możliwym kierunkom drgań w fali, rozchodzącej się w danym kierunku, odpowiadają dwie różne wartości współczynnika wygaszania i tym samym dwa różne zabarwienia odpowiednich wiązek światła.

W kryształach jednoosiowych w dwu kierunkach wyróżnionych $K_2 = K_3$, jeden kierunek drgań — drgania zwyczajne — jest zawsze bez względu na kierunek rozchodzenia się fali prostopadły do osi Ox, którą przyjęliśmy za oś optyczną, K_2 zaś równe K_3, gdyż kierunki prostopadłe do osi mają te same własności optyczne. Podstawiając do wzoru (6) $\cos \alpha_1 = 0$ i uwzględniając że wtedy

$$\cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1 = 1,$$

znajdziemy

$$K_1' = K_0 = K_2 = K_3. \tag{6a}$$

Co do drugiego kierunku drgań — drgań nadzwyczajnych — możemy przyjąć, że leży on zawsze w płaszczyźnie xOz, gdyż kierunek osi Oz w kryształach jednoosiowych musi czynić zadość jednemu tylko warunkowi, aby był prostopadły do Ox. Oznaczając przez ω kąt, jaki normalna do fali tworzy z osią Oz mamy

$$\cos \alpha_1 = \sin \omega; \ \cos \beta_1 = 0; \ \cos \gamma_1 = 0,$$

stąd

$$K_2' = n'^3 \left(K_1 \frac{\sin^2 \omega}{n_e^3} + K_0 \frac{\cos^2 \omega}{n_0^3} \right), \tag{6b}$$

a zatem zabarwienie promieni nadzwyczajnych będzie się zmieniało ze zmianą kierunku rozchodzenia się fali. W przypadku szczególnym, gdy fala będzie biegła prostopadle do osi optycznej $\sin \omega = 1$; $\cos \omega = 0$),

$$K'_2 = K_1 = K_e.$$

Równaniu (6b) możemy przeto nadać postać

$$K_2' = n'^3 \left(K_e \frac{\sin^2\omega}{n_e^3} + K_0 \frac{\cos^2\omega}{n_0^3} \right).$$

Największa różnica zaburzeń zachodzić będzie między światłem, rozchodzącym się wzdłuż osi optycznej, i światłem, rozchodzącym się w kierunku do niej prostopadłym.

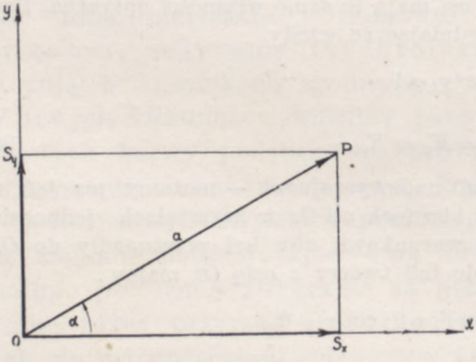
7. PRZECHODZENIE ŚWIATŁA PRZEZ PŁYTKĘ, WYCIĘTĄ Z KRYSZTAŁU

Z omówionych w ustępach poprzednich własności dwójłomnych kryształów wynika, że dwa promienie, na jakie rozdziela się padający na płytkę promień, biegną na ogół, z wyjątkiem przypadków szczególnych, z różnymi prędkościami, a więc przechodzą różne drogi optyczne.

Fala płaska, padająca prostopadle na płasko-równoległą płytkę, wyciętą w dowolnym zresztą kierunku, z kryształu, rozdziela się w niej zatem na dwie fale, w których kierunki drgań, wzajemnie prostopadłe, są równoległe do wyróżnionych kierunków drgań płytki (p. ust. 3). Fale te, rozchodzące się w płytce w kierunku normalnej, zachowują po wyjściu z płytki ten sam kierunek; drgania jednak im odpowiadające nie będą już miały jednakowej fazy, bowiem drogi ich optyczne różnić się będą o wielkość

$$\Delta = d(n'' - n'), \tag{7}$$

gdzie d jest grubością płytki, n'' i n' — współczynnikami załamania, odpowiadającymi dwu wyróżnionym kierunkom drgań w płytce.



Rys. 326

Weźmy kierunki te za kierunki osi współrzędnych Ox i Oy, przyjmując za kierunek Oy ten kierunek drgań, w którym współczynnik załamania jest większy ($n'' = n_y$), prędkość zatem mniejsza — będzie to tzw. oś drgań powolnych płytki — i załóżmy, że padające światło jest jednobarwne i spolaryzowane prostoliniowo w płaszczyźnie, tworzącej kąt α z tą osią. Drgania padające OP (rys. 326), tworzące z osią Ox kąt α, rozpadają się w płytce na dwie składowe

$$S_x = a\cos\alpha \cdot \sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a\sin\alpha \cdot \sin 2\pi\frac{t}{T}. \tag{7a}$$

Po przejściu przez płytkę drganie powolniejsze (wychodzące w kierunku osi Oy) wykaże opóźnienie względem drgania szybszego (w kierunku osi Ox), wyrażające się w różnicy faz

$$\delta = \frac{2\pi \Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d(n'' - n'). \tag{7b}$$

Drganiom tym będą więc po przejściu przez płytkę odpowiadały wzory

$$S_x = a \cos\alpha \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right) \quad \text{i} \quad S_y = a \sin\alpha \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi - \delta\right)$$

lub, gdy odpowiednio wybierzemy chwilę, od której liczymy czas,

$$S_x = a \cos\alpha \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a \sin\alpha \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right). \tag{a}$$

Wypadkowa tych drgań prostoliniowych opisywać będzie elipsę: światło po przejściu przez płytkę będzie spolaryzowane eliptycznie (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz. I, ust. 9).

Gdy $\alpha = 0^0$ lub 90^0, gdy więc płaszczyzna drgań padających jest równoległa do któregoś z wyróżnionych kierunków drgań (osi Ox lub Oy), promień padający nie rozpadnie się na dwa promienie: płytka będzie miała cechy środowiska równokierunkowego. Z tego też powodu kierunki Ox i Oy są często nazywane **liniami obojętnymi**; płaszczyzna, przechodząca przez którykolwiek z nich i normalną do płytki nosi nazwę **przecięcia głównego płytki**.

Kształt elipsy, opisywanej przez wektor świetlny i nachylenie jej osi głównych do osi współrzędnych Ox i Oy zależą od różnicy fazy drgań S_x i S_y. Napiszmy, że

$$a \cos\alpha = a_0 \quad \text{i} \quad a \sin\alpha = b_0,$$

wtedy

$$S_x = a_0 \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = b_0 \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos\delta - b_0 \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin\delta$$

lub

$$\frac{S_x}{a_0} = \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad \frac{S_y}{b_0} = \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos\delta - \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin\delta,$$

skąd

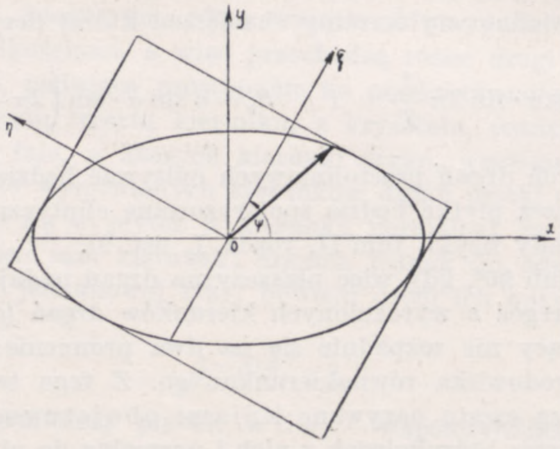
$$\frac{S_x}{a_0} \sin\delta = \sin 2\pi \frac{t}{T} \sin\delta \quad \text{i} \quad \frac{S_x}{a_0} \cos\delta - \frac{S_y}{b_0} = \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin\delta.$$

Podnosząc do kwadratu i dodając stronami, otrzymamy

$$\frac{S_x^2}{a_0^2} - \frac{2\,S_x S_y}{a_0 b_0}\cos\delta + \frac{S_y^2}{b_0^2} = \sin^2\delta, \tag{8}$$

równanie elipsy, której osie główne wtedy tylko mają kierunki zgodne z kierunkami osi współrzędnych, gdy $\delta = \frac{\pi}{2}$.

Weźmy kierunki tych osi za kierunki osi nowego układu współrzędnych $O\xi, O\eta$ (rys. 327), tworzącego kąt ψ z układem Ox, Oy, wyznacza-



Rys. 327

jącym wyróżnione kierunki drgań. Współrzędne dowolnego punktu elipsy, odniesione do tego nowego układu, są związane ze współrzędnymi x, y wzorami

$$\xi = x\cos\psi + y\sin\psi \quad \text{i} \quad \eta = -x\sin\psi + y\cos\psi, \tag{b}$$

skąd, uwzględniając, że

$$S_x = x\ ,\ S_y = y\ ,\ S_\xi = \xi\ ,\ S_\eta = \eta,$$

otrzymujemy

$$S_\xi = S_x\cos\psi + S_y\sin\psi = a_0\cos\psi\cdot\sin 2\pi\frac{t}{T} + b_0\sin\psi\cdot\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \delta\right) =$$

$$= A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \delta_1\right) = A\sin 2\pi\frac{t}{T}\cos\delta_1 - A\cos 2\pi\frac{t}{T}\sin\delta_1 \tag{c}$$

i

$$S_\eta = -S_x \sin\psi + S_y \cos\psi = -a_0 \sin\psi \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} + b_0 \cos\psi \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right) =$$

$$= B \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta_2\right) = B \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos\delta_2 - B \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin\delta_2 . \qquad \text{(d)}$$

Równości te muszą obowiązywać dla wszystkich wartości t, a więc i dla $t=0$ i $t=\frac{T}{4}$. Musimy więc mieć

$$b_0 \sin\psi \cdot \sin\delta = A \sin\delta_1 \; ; \; a_0 \cos\psi + b_0 \sin\psi \cos\delta = A \cos\delta_1$$

$$b_0 \cos\psi \cdot \sin\delta = B \cdot \sin\delta_2 \; ; \; -a_0 \sin\psi + b_0 \cos\psi \cos\delta = B \cos\delta_2 ,$$

skąd

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \frac{b_0 \sin\psi \cdot \sin\delta}{a_0 \cos\psi + b_0 \sin\psi \cdot \cos\delta} \qquad \text{(e)}$$

i

$$\operatorname{tg}\delta_2 = \frac{b_0 \cos\psi \sin\delta}{-a_0 \sin\psi + b_0 \cos\psi \cdot \cos\delta} . \qquad \text{(f)}$$

Jeżeli osie elipsy mają istotnie kierunki osi $O\xi, O\eta$, różnica faz drgań składowych $\delta_1 - \delta_2$ musi być równa $\frac{\pi}{2}$, wobec czego

$$\operatorname{tg}\delta_1 \cdot \operatorname{tg}\delta_2 = -1,$$

a więc

$$\frac{b_0^2 \sin\psi \cdot \cos\psi \cdot \sin^2\delta}{-a_0^2 \sin\psi \cdot \cos\psi - a_0 b_0 \sin^2\psi \cos\delta + a_0 b_0 \cos^2\psi \cdot \cos\delta + b_0^2 \sin\psi \cdot \cos\psi \cdot \cos^2\delta} = -1,$$

skąd

$$b_0^2 \sin\psi \cos\psi \cdot \sin^2\delta = a_0^2 \sin\psi \cdot \cos\psi - a_0 b_0 \cos\delta\,(\cos^2\psi - \sin^2\psi) + \\ - b_0^2 \sin\psi \cos\psi \cos^2\delta,$$

$$b_0^2 \sin\psi \cdot \cos\psi - a_0^2 \sin\psi \cos\psi = -a_0 b_0 \cos\delta \cdot \cos 2\psi ,$$

$$\frac{1}{2}\left(a_0^2 - b_0^2\right) \sin 2\psi = a_0 b_0 \cos\delta \cdot \cos 2\psi$$

i ostatecznie

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2 a_0 b_0}{a_0^2 - b_0^2} \cos\delta , \qquad \text{(9a)}$$

lub po podstawieniu wartości a_0 i b_0

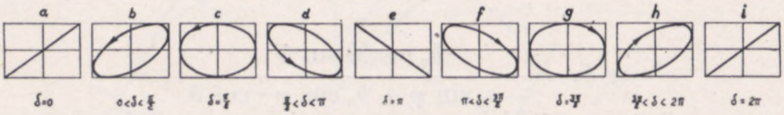
$$\operatorname{tg} 2\psi = \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \cos\delta . \qquad \text{(9b)}$$

a) Gdy $\delta=0$, elipsa przechodzi w linię prostą, tworzącą z osią Ox ten sam kąt α co drgania padające; $\psi=\alpha$: kierunek drgań padających po przejściu przez płytkę nie ulega zmianie (rys. 328a).

b) Gdy δ zawarte jest między 0 i $\frac{\pi}{2}$, $\cos\delta$ jest mniejsze od jedności, ψ jest mniejsze od α (rys. 328b). Wektor wypadkowy obraca się w lewo od dodatniego kierunku Ox osi drgań prędszych. Elipsa jest l e w o s k r ę t n a.

c) Gdy $\delta=\frac{\pi}{2}$, $\cos\delta=0$, $\psi=0$, kierunki osi elipsy są zgodne z kierunkami linij obojętnych Ox i Oy; elipsa jest w dalszym ciągu lewoskrętna. (rys. 328c).

d) Gdy δ jest większe od $\frac{\pi}{2}$ i mniejsze od π, $\operatorname{tg}2\psi$ jest ujemny, oś $O\xi$ tworzy ujemny kąt ψ z osią Ox (rys. 328d) elipsa pozostaje lewoskrętną.



Rys. 328

e) Gdy $\delta=\pi$, elipsa przechodzi w linię prostą, $\psi=-\alpha$: kierunek drgań, wychodzących z płytki jest symetryczny do kierunku drgań padających względem linij obojętnych (rys. 328e).

Przy dalszym wzroście δ otrzymujemy elipsy, analogiczne do rozpatrywanych wyżej; różnica polega jedynie na tym, że wektor wypadkowy obraca się tym razem w prawo od dodatniego kierunku osi Ox; elipsy są p r a w o s k r ę t n e (rys. 328 f, g, h).

W przypadku ważnym w zastosowaniach praktycznych, gdy kierunek drgań padających stanowi dwusieczną kąta między liniami obojętnymi, gdy więc amplitudy drgań składowych w kierunku Ox i Oy są wzajemnie równe,

$$a_0=b_0=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$\operatorname{Tg}2\psi$ jest przy wszystkich wartościach wytworzonej przez płytkę różnicy faz δ równy nieskończoności (p. wzory 9a,b), ψ jest zatem równe 45^0. Jedna z osi elipsy ma stale kierunek drgań padających. Gdy $\delta=\frac{\pi}{2}$, elipsa przekształca się w koło; to samo zachodzi, gdy $\delta=\frac{3}{2}\pi$. W pierwszym

jednak przypadku koniec wektora wypadkowego porusza się w lewo (koło lewoskrętne); w drugim — w prawo (koło prawoskrętne).

Ogólne równanie otrzymanych tym razem elips znajdziemy ze wzorów (c) i (d), kładąc w nich $(\delta_1-\delta_2)=\frac{\pi}{2}$, $a_0=b_0=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ i tak wybierając chwilę, od której liczymy czas, abyśmy mieli

$$S_\xi=A\sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_\eta=B\cos 2\pi\frac{t}{T},$$

wtedy

$$\frac{S_\xi^2}{A^2}+\frac{S_\eta^2}{B^2}=1,$$

gdzie

$$A^2=a_0^2\cos^2\psi+b_0^2\sin^2\psi+2a_0b_0\sin\psi\cos\psi\cdot\cos\delta$$

i

$$B^2=a_0^2\sin^2\psi+b_0^2\cos^2\psi-2a_0b_0\sin\psi\cos\psi\cdot\cos\delta,$$

skąd po podstawieniu wartości a_0, b_0 i $\psi=45^0$

$$A^2=\frac{1}{2}a^2(1+\cos\delta)=a^2\cdot\cos^2\frac{\delta}{2}$$

$$B^2=\frac{1}{2}a^2(1-\cos\delta)=a^2\sin^2\frac{\delta}{2}$$

i wreszcie

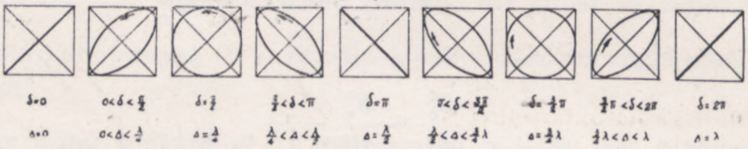
$$\frac{S_\xi^2}{a^2\cos^2\frac{\delta}{2}}+\frac{S_\eta^2}{a^2\sin^2\frac{\delta}{2}}=1.$$

Stosunek zatem długości osi elipsy, będący miarą eliptyczności drgania, jest równy

$$\gamma=\frac{B}{A}=\operatorname{tg}\frac{\delta}{2}. \tag{10}$$

Gdy δ jest zawarte w granicach od *0* do π, wektor wypadkowy obraca się, jak wiemy, w lewo; $tg\frac{\delta}{2}$ jest dodatni, tym samym jest dodatnia i eliptyczność: elipsom lewoskrętnym odpowiada przeto eliptyczność dodatnia, prawoskrętnym — ujemna. Gdy $\delta=0$, $\gamma=0$ eliptyczność linii

prostej jest równa zeru; gdy $\delta=\frac{\pi}{2}$, $\gamma=1$: kołu odpowiada eliptyczność równa jedności. Dopóki różnica faz nie przekracza $\frac{\pi}{2}$, γ jest mniejsza od jedności: oś $O\eta$ wyznacza kierunek mniejszej osi elipsy, elipsa jest wydłużona w kierunku osi $O\xi$. Zmianę kształtu wypadkowych elips drgania w zależności od δ odtwarza rys. 329.



Rys. 329

Na szczególną uwagę zasługują przypadki:

a) $\delta=0,\ 2\pi\ldots 2k\pi$ i różnica dróg optycznych $\Delta=0, \lambda, 2\lambda\ldots$ drganie wychodzące ma kierunek ten sam, co drganie padające, i jest w ten sam sposób spolaryzowane; zjawisko zatem zachodzi tak, jak w przypadku płytki równokierunkowej. Płytka o grubości

$$d=\frac{\Delta}{n''-n'}=\lambda$$

nosi nazwę falowej.

b) $\delta=\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\ldots(2k+1)\frac{\pi}{2}$, różnica zaś dróg optycznych $\Delta=\frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda\ldots$ światło spolaryzowane prostoliniowo wychodzi z płytki spolaryzowane eliptycznie, osie elipsy drgań mają kierunki drgań wyróżnionych. Płytkę o grubości

$$d=\frac{\Delta}{n''-n'}=\frac{\lambda}{4}$$

nazywamy płytką ćwierćfalową (ćwierćfalówką).

c) $\delta=\pi,\ 3\pi\ldots(2k+1)\pi,\ \Delta=\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda\ldots(2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Drgania światła spolaryzowanego prostoliniowo wychodzą z płytki spolaryzowane prostoliniowo w płaszczyźnie symetrycznej względem linij obojętnych. Płytka o grubości

$$d=\frac{\Delta}{n''-n'}=\frac{\lambda}{2}$$

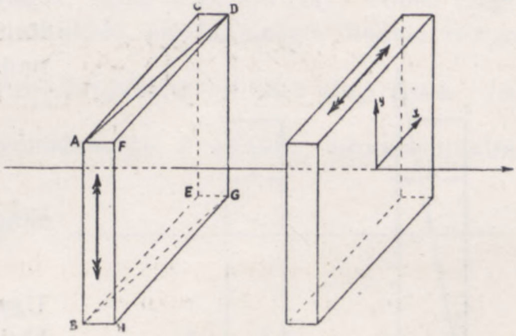
jest płytką półfalową (półfalówką).

8. KOMPENSATORY

Do wytworzenia i pomiaru dowolnej różnicy dróg optycznych służą tzw. kompensatory (łac. compensare — wyrównać). Są one dwojakiego typu: kompensator Bravais'go i kompensator Babineta.

a) kompensator Bravais'go składa się z dwóch jednakowej grubości płytek płaskorównoległych, wyciętych równolegle do osi optycznej i ustawionych jedna za drugą tak, aby osie ich były skrzyżowane (rys. 330).

Przyjmijmy za kierunek osi Oy kierunek drgań powolnych pierwszej płytki. W przypadku płytki, wyciętej z kwarcu, w którym drganiami powolnymi są drgania nadzwyczajne ($n_0 < n_e$, p. ust. 2), oś Oy będzie równoległa do osi optycznej płytki pierwszej, prostopadła zatem do osi optycznej płytki drugiej. Różnica dróg optycznych drgań w kierunku osi Oy i w kierunku osi Ox będzie po przejściu przez płytkę pierwszą równa



Rys. 330

$$\Delta_1 = d(n_y - n_x) = d(n_e - n_0),$$

gdzie d — grubość płytki (promienie padają normalnie na płytkę). W płytce drugiej drgania równoległe do Oy będą się rozchodziły prędzej, stając się drganiami zwyczajnymi, drgania równoległe do Ox będą biegły wolniej. Wobec tego druga płytka wytworzy między drganiami w kierunku Oy i drganiami w kierunku Ox różnicę dróg

$$\Delta_2 = d(n_y - n_x) = d(n_0 - n_e),$$

równą Δ_1 co do wartości bezwzględnej, lecz przeciwną co do znaku. Ostatecznie zatem po przejściu przez obie płytki różnica faz obu drgań składowych stanie się równa zeru, gdyż

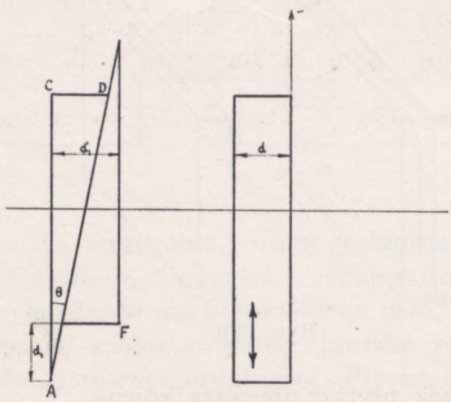
$$\Delta_1 + \Delta_2 = d(n_e - n_0 + n_0 - n_e) = 0.$$

W kompensatorze Bravais'go płytka pierwsza jest przecięta wzdłuż przekątnej płaszczyzną $ADGB$ tak, że tworzy dwa stykające się ze sobą kliny $ACDGEB$ i $DGHBAF$, które można przesuwać wzdłuż płaszczyzny przecięcia w kierunku równoległym do osi Ox (rys. 331). Gdy ACD przesuniemy w tym kierunku o d_1, otrzymamy w tej części, w której kliny się stykają, znów płytkę płaskorównoległą o grubości d_1' większej

od d o $d_1 \operatorname{tg}\Theta$. Wobec tego różnice dróg optycznych w obu płytkach nie będą się już wyrównywały, lecz dadzą w ostatecznym wyniku różnicę

$$\Delta' = d_1 \cdot \operatorname{tg}\Theta(n_e - n_0).$$

W przypadku płytki kwarcowej mamy (p. ust. 2) $n_e = 1,55338$; $n_0 = 1,54423$. Chcąc więc przesunięciem klinu ACD o 1 mm otrzymać różnicę dróg optycznych Δ', równą długości fali linii D, będziemy musieli kątowi Θ nadać taką wartość, aby



Rys. 331

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{0,589}{10^3 \cdot 0,00915} = 0,0644,$$

skąd

$$\Theta \approx 3^0 41'.$$

Używając do przesuwania klinu zwykłej śruby mikrometrycznej o skoku 0,5 mm i bębnie, podzielonym na 100 części, przesunięciem o jedną podziałkę bębna możemy osiągnąć różnicę dróg

$$\Delta = \frac{0,589}{200} \approx 0,003\,\mu,$$

której odpowiada różnica faz

$$\delta = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi\frac{\lambda}{200 \cdot \lambda} = \frac{\pi}{100} = 1^0 48'.$$

Przypuśćmy, że na kompensator pada światło, wychodzące z nikola polaryzującego i że płaszczyzna drgań padających OP tworzy z osią Ox kąt α (rys. 332). Drgania składowe po przejściu przez płytkę będą odpowiednio równe

$$S_x = a \cdot \cos\alpha \cdot \sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a \cdot \sin\alpha \cdot \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \delta\right).$$

Przez nikol analizujący będą przechodziły jedynie drgania, leżące w płaszczyźnie przecięcia głównego OA. Jeżeli płaszczyzna ta tworzy

z osią Ox kąt β, składowe drgań S_x i S_y w kierunku OA będą odpowiednio równe

$$S' = S_x \cos\beta = a \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

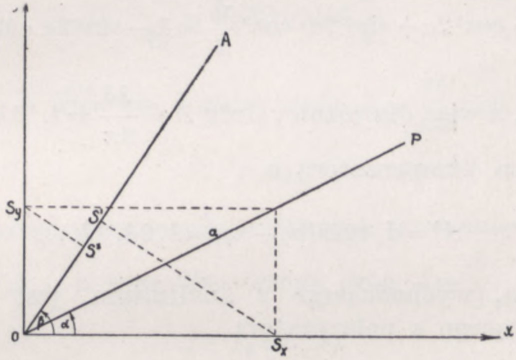
i

$$S'' = S_y \sin\beta = a \sin\alpha \cdot \sin\beta \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right).$$

Drgania te, mające ten sam kierunek, będą interferowały, wobec czego amplituda drgań, wychodzących z nikola analizującego, będzie równa

$$A^2 = a^2 \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + a^2 \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + 2a^2 \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\delta. \quad \text{(a)}$$

Oznaczając natężenie światła wychodzącego z układu, proporcjonalne



Rys. 332

do A^2, przez I, natężenie światła, wychodzącego z polaryzatora, proporcjonalne do a^2, przez I_0, napiszemy

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + 2 \cos\alpha \cdot \cos\beta \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\delta =$$

$$= \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + 2 \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \left(1 - 2\sin^2 \frac{\delta}{2}\right) =$$

$$= \cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad \text{(11)}$$

lub

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + 2 \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \left(2\cos^2 \frac{\delta}{2} - 1\right) =$$

$$= \cos^2(\beta + \alpha) + \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad \text{(11a)}$$

Pierwsze wyrazy wzorów (11) i (11a) są zawsze dodatnie; podobnie rzecz się ma z czynnikami $\sin^2\frac{\delta}{2}$ i $\cos^2\frac{\delta}{2}$ wyrazu drugiego. Iloczyn $\sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta$ jest dodatni wtedy, gdy $\beta-\alpha$ jest mniejsze od $\frac{\pi}{2}$. W tym przypadku posługujemy się wzorem (11a). Gdy $\beta-\alpha$ jest większe od $\frac{\pi}{2}$, drugi wyraz jest ujemny; wtedy posługujemy się wzorem (11), w którym tym razem $\sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta$ jest dodatni.

Rozpatrzmy natężenie światła przy równoległych i skrzyżowanych nikolach.

1. Nikole równoległe: $\alpha=\beta$. Ze wzoru (11a) otrzymujemy

$$\frac{I}{I_0}=\cos^2 2\alpha+\sin^2 2\alpha\cdot\cos^2\frac{\delta}{2}=1-\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}. \tag{b}$$

Dla $\delta=2\pi, 4\pi\ldots$, a więc dla różnicy dróg $\Delta=\frac{\lambda\delta}{2\pi}=\lambda,\ 2\lambda\ldots$ co odpowiada przesunięciu klina kompensatora o

$$\Delta'=d_1\,\mathrm{tg}\,\Theta(n_e-n_0)=\lambda, 2\lambda, 3\lambda\ldots,$$

natężenie światła, wychodzącego z analizatora, jest równe natężeniu światła, wychodzącego z polaryzatora

$$I=I_0,$$

oczywiście w założeniu, że układ nie pochłania światła.

Dla $\delta=\pi,\ \frac{3}{2}\pi\ldots$, a więc dla różnicy dróg $\Delta=\frac{\lambda}{2},\ \frac{3\lambda}{2}\ldots$ natężenie światła, wychodzącego z analizatora, wynosi

$$I=I_0(1-\sin^2 2\alpha),$$

stając się równe zeru przy $\alpha=45^0$. Wtedy więc, gdy płaszczyzny drgań nikoli tworzą z kierunkami linij obojętnych kąt 45^0, przesunięcie klina kompensatora o

$$d_1=\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{1}{\mathrm{tg}\,\Theta\cdot(n_e-n_0)}$$

zaciemnia całkowicie pole widzenia.

Przy innych różnicach faz nie ma całkowitego zaciemnienia pola widzenia; największa różnica między natężeniem światła, przechodzącym

przez układ bez kompensatora i natężeniem po włączeniu kompensatora zachodzi wszakże również wtedy, gdy $\alpha=45^0$, w tym przypadku mamy bowiem

$$I=I_0\left(1-\sin^2\frac{\delta}{2}\right).$$

Dla $\alpha=0$ przy wszelkich przesunięciach klina, a co za tym idzie przy wszelkich różnicach faz

$$I=I_0.$$

2. Nikole skrzyżowane: $\beta=\alpha+\frac{\pi}{2}$. Ze wzoru (11) mamy

$$\frac{I}{I_0}=\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}. \qquad \text{(c)}$$

Dla $\delta=2\pi,\ 4\pi\ldots$ a więc dla różnicy dróg $\Delta=\frac{\lambda\delta}{2\pi}=\lambda, 2\lambda\ldots$

$$I=0;$$

pole widzenia pozostaje zaciemnione tak, jak po usunięciu kompensatora.

Dla $\delta=\pi,\ \frac{3}{2}\pi\ldots$ a więc dla różnicy dróg $\Delta=\frac{\lambda}{2},\ \frac{3}{2}\lambda$

$$I=I_0\sin^2 2\alpha.$$

Przesunięcie zatem klina kondensatora o

$$d_1=\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\Theta(n_e-n_0)}$$

rozjaśnia pole widzenia.

Rozjaśnienie to jest największe, gdy $\alpha=45^0$, mamy wtedy

$$I=I_0,$$

a więc natężenie światła takie, jak przy nikolach równoległych bez kompensatora.

Gdy $\alpha=0$, a więc, gdy kierunek drgań polaryzatora jest zgodny z kierunkiem osi Ox, dla wszelkich różnic faz pole widzenia jest całkowicie zaciemnione.

We wszystkich wyżej przytoczonych przypadkach cała czynna część kompensatora ma grubość stałą, wobec czego wszystkie promienie, przechodzące przez kompensator, nabywają tę samą różnicę faz; pole widzenia jest jednostajnie oświetlone. Dlatego też kompensator Bravais'go nosi nazwę kompensatora o barwach jednostajnych (teintes plates).

Przy pomiarach ustawiamy zazwyczaj kompensator tak, aby jego linie obojętne tworzyły kąt 45° z kierunkami drgań polaryzatora i analizatora, tworzącymi kąt prosty (nikole skrzyżowane), wtedy bowiem zmiana natężenia światła odpowiadająca danej zmianie fazy jest, jak wynika ze wzoru (c) największa. W tym celu obracamy kompensator dookoła osi prostopadłej do płytek, dopóki nie otrzymamy (przy dowolnym położeniu klina) całkowitego zaciemnienia pola widzenia, co, jak wiemy, zachodzi, gdy $\alpha = 0^{\circ}$ lub 180°, a następnie obracamy kompensator o 45°. Wtedy pole widzenia albo pozostanie zaciemnione, gdy różnica dróg optycznych będzie wynosiła całkowitą liczbę długości fal lub będzie równa zeru, albo też mniej lub więcej się rozjaśni przy innej wartości różnicy dróg. W tym ostatnim przypadku przesuwamy klin tak, aby znów otrzymać całkowite zaciemnienie. Jeżeli polaryzator oświetlony jest światłem białym, brak jakiegokolwiek zabarwienia pola widzenia będzie dowodem, że w tym położeniu klina różnica dróg optycznych jest dla każdego rodzaju promieniowania równa zeru i, co za tym idzie, płytki mają grubości jednakowe. Podziałka skali mikrometrycznej, pokazująca położenie klina, będzie tedy podziałką zerową.

Ustaliwszy w ten sposób zero kompensatora, oświetlamy polaryzator światłem jednorodnym i przesuwamy klin, otrzymując kolejno coraz to większe rozjaśnienia pola widzenia aż do maksimum $\left(\delta = 180^{\circ},\ \Delta = \frac{\lambda}{2}\right)$, następnie stopniowe przyciemnienia aż do całkowitego wygaszania światła ($\delta = 360^{\circ}$, $\Delta = \lambda$). Jeżeli w tym celu musieliśmy przesunąć klin o p_0 podziałek skali, jednej podziałce odpowiada zmiana różnicy dróg optycznych o

$$\Delta_1 = \frac{p_0}{\lambda}.$$

Chcąc zmierzyć różnicę dróg, powstającą przy przechodzeniu światła przez jakąś dowolną płytkę krystaliczną, umieszczamy ją przed kompensatorem i ustawiamy ją tak, aby jej linie obojętne były równoległe do linij obojętnych kompensatora, a więc, aby tworzyły kąt 45° z kierunkami drgań nikolów. Następnie przesuwamy klin np. o p podziałek w kierunku ujemnym, zmniejszając grubość płytki pierwszej kompensatora aż do otrzymania całkowitego zaciemnienia Wtedy

$$(n'' - n')\,d_p - \frac{p_0}{\lambda} \cdot p = k \cdot \lambda,$$

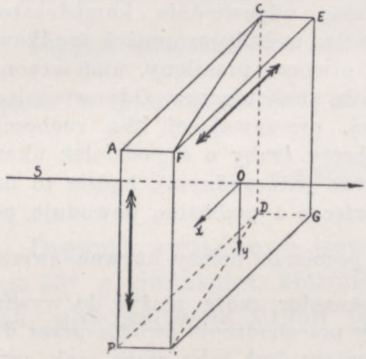
gdzie d_p oznacza grubość płytki. Liczbę k możemy wyznaczyć, gdy znamy grubość płytki d_p i choćby przybliżone wartości współczynników n'' i n'.

b. Kompensator Babineta, tworzy tylko jedna płytka, składająca się podobnie, jak pierwsza płytka kompensatora Bravais'go, z dwóch klinów, których osie optyczne są tym razem skrzyżowane (rys. 333). Wobec tego, gdy pierwszy klin *ACDBHF* opóźnia, (tak, jak na rys. 330) drgania równoległe do osi *Oy* (kierunek osi zachowujemy ten sam, co na rys. 330), drugi *HGDCEF* opóźnia drgania równoległe do osi *Ox*. W tych zatem miejscach, gdzie grubości obu klinów (mierzone w kierunku normalnej) są jednakowe, różnica faz dla wszystkich długości fal jest równa zeru. Gdy kliny są tak zestawione, że tworzą płytkę równoległościenną, miejscem takim jest, oczywiście, środek geome-

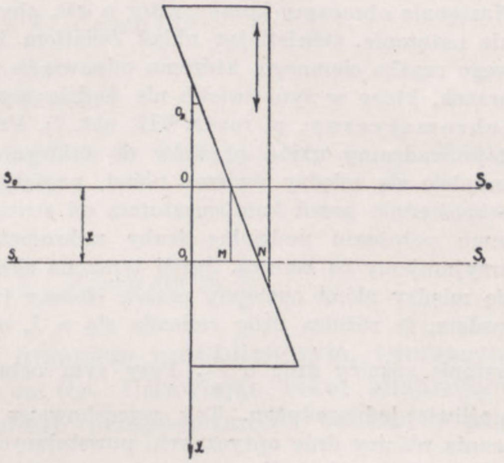
tryczny płytki O; promienie S_0S_0, padające normalnie w tym punkcie na płytkę, przechodzą przez kompensator tak, jak przez środowisko jednokierunkowe. Promień S_1S_1 (rys. 334), padający w punkcie O_1, odległym $o-x$ od O, przejdzie w klinie pierwszym drogę o MN dłuższą, w klinie drugim — o tyleż krótszą. Na skutek tego powstanie między składowymi jego drgań w kierunkach wyróżnionych różnica dróg optycznych

$$\Delta_1 = 2MN \cdot (n_e - n_0) = 2x \cdot \operatorname{tg} \Theta \cdot (n_e - n_0),$$

przy czym drgania w kierunku osi Oy (prostopadłej do płaszczyzny rysunku) będą opóźnione. W symetrycznie położonym względem osi S_0S_0 punkcie O_2 różnica dróg optycznych będzie równa co do wartości bezwzględnej, lecz prze-



Rys. 333



Rys. 334

ciwna co do znaku: opóźnione będą drgania w kierunku Ox. W przeciwieństwie więc do kompensatora Bravais'go kompensator Babineta nie wytwarza jednakowej różnicy faz dla wszystkich promieni padających.

Jeżeli przeto oświetlimy ten kompensator promieniami, wychodzącymi z nikola polaryzującego i przechodzącymi przez szczelinę i patrzeć będziemy przez nikol analizujący, skrzyżowany z polaryzatorem, otrzymamy układ prążków na przemian jasnych i ciemnych (w świetle jednobarwnym), w którego środku znajdować się będzie prążek ciemny.

Prążki ciemne (umiejscowione na powierzchni kompensatora) będą leżały w tych miejscach, dla których

$$\Delta = 2x \cdot \operatorname{tg} \Theta \cdot (n_e - n_0) = k\lambda, \qquad \text{(d)}$$

odległości więc wzajemne prążków ciemnych wyniosą

$$p = \frac{(k+1)\lambda - k\lambda}{2 \operatorname{tg} \Theta \cdot (n_e - n_0)} = \frac{\lambda}{2 \cdot \operatorname{tg} \Theta \cdot (n_e - n_0)}.$$

W kompensatorze kwarcowym o kącie $\Theta=3^0 41'$ są one dla żółtej linii sodu D równe

$$p=\frac{0,589}{2.0,0644\cdot 0,00915}\approx 5 \text{ mm}.$$

Obraz otrzymany jest analogiczny do tego, jaki obserwujemy przy odbiciu światła od cienkich płytek o zmiennej grubości (p. rozdz. VII, ust. 5).

Dla wycechowania kompensatora ustawia się go między dwoma skrzyżowanymi nikolami, tak, aby prążki znikły i całe pole widzenia było zaciemnione, wtedy osie optyczne klinów są równoległe do przecięć głównych analizatora i polaryzatora. Następnie obracamy kompensator o 45°, aby nadać prążkom jasnym możliwie wielkie natężenie. Oświetlając układ światłem białym, wyznaczamy położenie środkowego prążka ciemnego, któremu odpowiada różnica dróg równa zeru; jest to jedyny prążek, który w tym świetle nie będzie wykazywał żadnego zabarwienia (prążek achromatyczny, p. rozdz. VII, ust. 7). Przesuwając odpowiednio kompensator, doprowadzamy układ prążków do takiego położenia, w którym prążek środkowy znajdzie się między dwiema nićmi, napiętymi w otworze przesłony, umieszczonej bezpośrednio przed kompensatorem od strony nikola analizującego. Odpowiadającą temu położeniu podziałkę śruby mikrometrycznej, przesuwającej klin ruchomy, przyjmujemy za zerową. Jeżeli teraz na skutek obrotu śruby o n podziałek ukaże się między nićmi następny prążek ciemny (w świetle jednorodnym), będzie to dowodem, że różnica dróg zmieniła się o λ, obrót więc o 1 podziałkę powoduje powstanie różnicy dróg o $\frac{\lambda}{n}$. Przy tym ostatnim pomiarze należy używać światła możliwie jednorodnego. Tak wycechowany kompensator może służyć do wyznaczania różnicy dróg optycznych, powstających przy przechodzeniu światła przez dowolną płytkę krystaliczną, przy czym metoda pomiaru jest taka sama, jak przy użyciu kompensatora Bravais'go.

9. ANALIZA DRGAŃ ŚWIETLNYCH

Do stwierdzenia, z jakim rodzajem światła mamy do czynienia, wystarcza płytka ćwierćfalowa w połączeniu z nikolem analizującym. Przypuśćmy, idąc za przejrzystym schematem, ułożonym przez Macha dla tego rodzaju badań, że

a) badane światło, padając wprost na nikol analizujący, nie wykazuje przy żadnym położeniu nikola zmniejszania natężenia. Jest to zatem albo światło naturalne albo też światło spolaryzowane kołowo, mające we wszystkich kierunkach jednakowe własności. Dla rozstrzygnięcia, który z tych dwóch możliwych przypadków istotnie zachodzi, umieszczamy przed analizatorem płytkę ćwierćfalową. W świetle naturalnym zjawisko zachodzić będzie tak samo, jak poprzednio; elipsy wypadkowe mają coraz to inną eliptyczność, gdyż osie ich zmieniają co chwila swe długości; zaciemnienia i rozjaśnienia pola widzenia następują po sobie tak szybko, jak i bez płytki. Inaczej jest ze światłem spolaryzowanym

kołowo; płytka ćwierćfalowa zwiększa różnicę dróg drgań składowych, odniesionych do linij obojętnych, do $\frac{\lambda}{2}$ lub też zmniejsza do zera. Istotnie, przed wejściem do płytki drgania składowe wzdłuż osi *Ox* i *Oy* (oś drgań powolnych) możemy wyrazić wzorami

$$S_x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

w przypadku drgania kołowego w prawo i

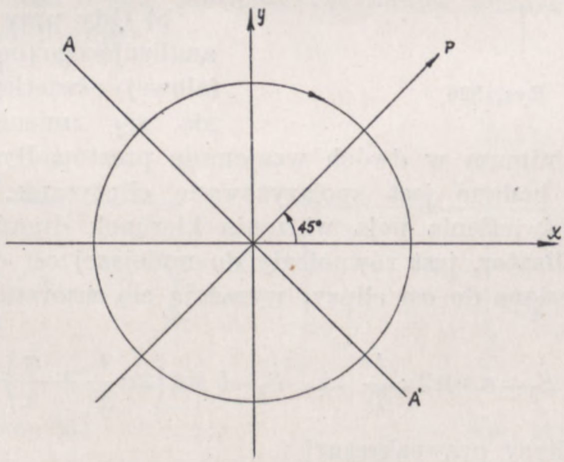
$$S_x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right)$$

w przypadku drgania kołowego w lewo.

Płytka ćwierćfalowa opóźnia drganie w kierunku *Oy* o $\frac{\pi}{2}$. Mamy zatem w pierwszym przypadku

$$S_x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Drganie wypadkowe jest więc drganiem prostoliniowym, tworzącym kąt 45° z dodatnim kierunkiem osi *Ox*. Ustawiając nikol analizujący tak, aby kierunek drgań przez niego przepuszczanych tworzył z osią



Rys. 335

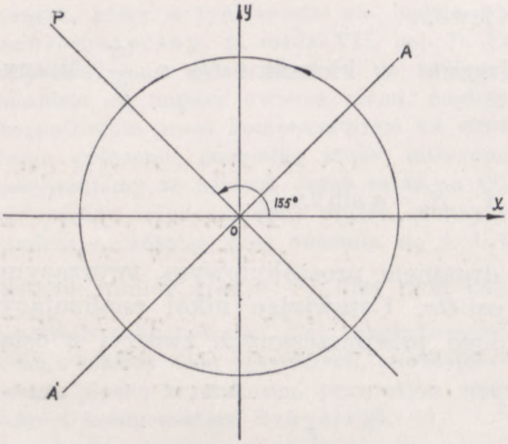
drgań powolnych kąt 45° (liczony od osi *Oy* w lewo), otrzymamy całkowite zaciemnienie pola widzenia (rys. 335).

W drugim przypadku będziemy mieli

$$S_x = a\sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = a\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \pi\right) = -a\sin\frac{2\pi t}{T}.$$

Drganie wypadkowe będzie drganiem prostoliniowym, tworzącym kąt 135° z dodatnim kierunkiem osi Ox. Jeżeli teraz ustawimy nikol tak, aby kierunek drgań, przez niego przepuszczanych, tworzył kąt 135° z osią drgań powolnych Oy (liczony od osi Oy w lewo), otrzymamy całkowite zaciemnienie pola widzenia (rys. 336).

Innymi słowy, jeżeli nikol analizujący znajduje się w takim położeniu, w którym oświetlenie pola widzenia ma wartość największą, kierunek, w którym należałoby obrócić płytkę (o kąt ostry), aby doprowadzić do zetknięcia osi Oy z kierunkiem drgań analizatora OA, wskazuje kierunek drgań kołowych badanego światła. Istotnie wtedy kierunek A jest zgodny z kierunkiem P.



Rys. 336

Układ, złożony z płytki ćwierćfalowej i nikola analizującego, którego przecięcie główne tworzy kąt 45° z osiami płytki, często nazywany bywa analizatorem kołowym.

b) Gdy przy obrocie nikola analizującego (bez płytki ćwierćfalowej) oświetlenie pola widzenia się zmienia, wykazując maksimum i minimum w dwóch wzajemnie prostopadłych położeniach nikola, światło badane jest spolaryzowane eliptycznie. W położeniu najmniejszego oświetlenia pola widzenia kierunek drgań, przepuszczanych przez analizator, jest równoległy do mniejszej osi elipsy. Drgania składowe, odniesione do osi elipsy, wyrażają się wzorami

$$S_1 = a\sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_2 = b\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

w przypadku elipsy prawoskrętnej i

$$S_1 = a\sin 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_2 = b\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right)$$

w przypadku elipsy lewoskrętnej.

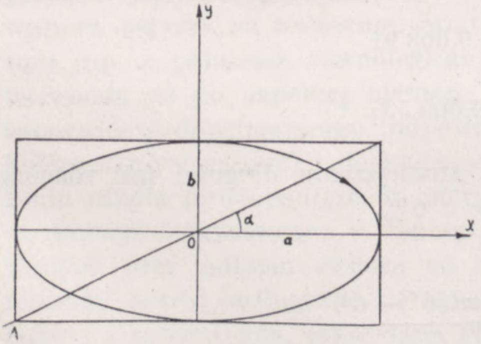
Jeżeli teraz umieścimy przed nikolem płytkę ćwierćfalową tak, aby jej linie obojętne były równoległe do osi elipsy, między drganiami składowymi wytworzy się dodatkowa różnica faz, równa $\frac{\pi}{2}$. Przyjmując, że drgania S_2 są równoległe do osi drgań powolnych Oy, będziemy mogli napisać, że po przejściu przez płytkę drgania składowe będą odpowiadały wzorom

$$S_x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = b \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

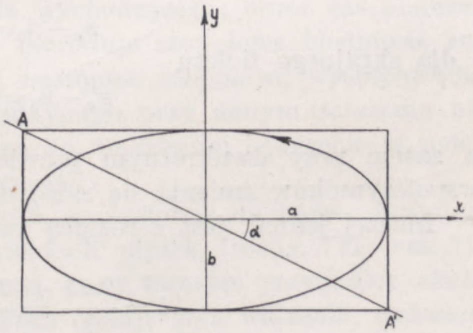
w przypadku pierwszym. Drganie wypadkowe o amplitudzie $\sqrt{a^2+b^2}$ będzie drganiem spolaryzowanym prostoliniowo, tworzącym z dodatnim kierunkiem osi Ox kąt α taki, że

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} = -\gamma$$

($\delta = -\frac{\pi}{2}$, p. ust. 7), gdzie γ, jak poprzednio, oznacza eliptyczność drgań. Obracając nikol analizujący tak, aby kierunek przepuszczanych przez niego drgań był prostopadły do kierunku OP, otrzymamy całkowite zaciemnienie pola widzenia (rys. 337). Tangens kąta ostrego, o jaki należy obrócić nikol analizujący, aby przejść do najmniejszego oświetlenia (gdy płytki nie ma) do zupełnego zaciemnineia (po wstawieniu płytki) wyznacza eliptyczność drgań, kierunek zaś obrotu analizatora jest przeciwny do kierunku elipsy.



Rys. 337



Rys. 338

W przypadku drugim będziemy mieli dla drgań, wychodzących z płytki

$$S_x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{i} \quad S_y = b \sin \left(2\pi \frac{t}{T} - \pi\right) = -b \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Drganie wypadkowe będzie drganiem spolaryzowanym prostoliniowo, tworzącym z dodatnim kierunkiem osi kąt α, dla którego (rys. 338)

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{b}{a} = \gamma.$$

I tym razem nikol analizujący trzeba będzie obrócić o kąt α w kierunku przeciwnym do kierunku elipsy.

Innymi słowy, jeżeli nikol analizujący znajduje się w położeniu, w którym oświetlenie pola widzenia jest największe, należy dla zetknięcia osi drgań powolnych Oy z kierunkiem drgań, przepuszczanych przez analizator OA, obrócić płytkę o kąt ostry w kierunku zgodnym z kierunkiem elipsy drgań.

10. POLARYZACJA CHROMATYCZNA

Jak wynika ze wzoru (7), stanowiącego podstawę naszych rozważań, różnica dróg optycznych drgań, zachodzących w kierunkach wyróżnionych,

$$\Delta = d(n'' - n')$$

jest na skutek niejednakowej zależności współczynników załamania n'' i n' od długości fali na ogół dla każdej barwy światła inna. Zazwyczaj co prawda, szczególnie, gdy płytka jest dostatecznie cienka, możemy z wystarczającą zupełnie dokładnością przyjąć różnicę $n'' - n'$ za mającą w całym obszarze widma widzialnego wartość stałą. Tak np. w przypadku płytki kwarcowej, wyciętej równolegle do osi, a więc, gdy kierunkami wyróżnionymi są kierunek osi i kierunek do niej prostopadły, $n'' = n_e$ i $n' = n_0$, mamy dla skrajnej czerwieni

$$n_e - n_0 = 0{,}008\ 91$$

i dla skrajnego fioletu

$$n_e - n_0 = 0{,}009\ 53;$$

a zatem przy dwukrotnym prawie zmniejszeniu długości fali różnica współczynników zmienia się zaledwie o 6%.

Inaczej jednak jest z różnicą faz

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d(n'' - n')}{\lambda},$$

przy stałym Δ odwrotnie proporcjonalną do długości fali.

Przy oświetleniu więc płaskorównoległej płytki krystalicznej światłem białym, padającym na płytkę prostopadle, otrzymamy dla każdej długości fali inną różnicę faz, stopniowo wzrastającą od czerwonego do fioletowego końca widma.

Mimo to, jeżeli płytka jest dostatecznie gruba, umieszczenie jej między nikolami nie spowoduje żadnego zabarwienia pola widzenia; światło przechodzące będzie w dalszym ciągu białe. Będzie to jednak biel rzędu wyższego (p. rozdział VII, ust. 7), jak o tym można się przekonać, umieszczając za nikolem analizującym pryzmat. Otrzymane w ten sposób widmo światła, wychodzącego z układu, będzie poprzerywane prążkami ciemnymi, odpowiadającymi drganiom wygaszonym. Podobnie, biorąc zamiast płytki kompensator Bravais'go, możemy i bez pryzmatu stwierdzić w miejscach, gdzie światło przechodzi tylko przez pierwszy klin kompensatora w pobliżu jego ostrza, tworzenie się prążków ciemnych, silnie się zagęszczających w miarę wzrastania grubości warstwy. przez którą światło przechodzi i wreszcie wytwarzających jednostajne białe oświetlenie.

Jeżeli jednak użyta płytka jest bardzo cienka, wygaszanie promieni w różnych częściach widma przestaje być równomierne i pole widzenia staje się zabarwione. To zjawisko nosi nazwę polaryzacji chromatycznej.

Zabarwienie pola widzenia występuje najwyraźniej wtedy, gdy linie obojętne płytki tworzą kąt 45^0 z kierunkami drgań nikolów polaryzującego i analizującego, ustawionych równolegle lub na krzyż (p. ust. 8). W pierwszym przypadku (nikole równoległe) wygaszane są te fale, których różnica dróg optycznych wynosi nieparzystą liczbę połówek fali (p. wzór b, ust. 8, gdzie $\alpha=45^0$); w drugim (nikole skrzyżowane) — fale o różnicy dróg optycznych równej całkowitej liczbie odpowiedniej długości fali (wzór c, ust. 8, gdzie $\alpha=45^0$). Pole widzenia jest więc w tych przypadkach zabarwione barwami dopełniającymi się wzajemnie. Obrót płytki w jej własnej płaszczyźnie nie zmienia zabarwienia pola widzenia, wpływa jedynie na natężenie światła wychodzącego; obrót zaś analizatora (np. z położenia równoległego) powoduje stopniowe blednięcie zabarwienia aż do zupełnej białości i następnie stopniowe występowanie zabarwienia dopełniającego (odpowiadającego przy danym założeniu nikolom skrzyżowanym) i dochodzącego do maksimum nasycenia w położeniu nikola prostopadłym do pierwszego.

Barwy, otrzymywane w ten sposób, są podobne do barw, otrzymywanych przy odbiciu światła od cienkich płytek (rozdz. VII, ust. 7); możemy przeto posługiwać się tą samą, co w tamtym przypadku, skalą barw i z zabarwienia, jakie dana płytka nadaje polu widzenia, wnioskować o rodzaju płytki. Tak np. przy nikolach równoległych, gdy zero różnicy dróg optycznych drgań składowych daje niezabarwione pole widzenia, gdy zatem analogiczną skalą barw Newtona jest skala o środku białym, płytkę półfalową w świetle środkowej części widma (Δ około 0,289) widzimy zabarwioną na niebiesko; przy nikolach skrzyżowanych (skala o środku czarnym) — na żółto.

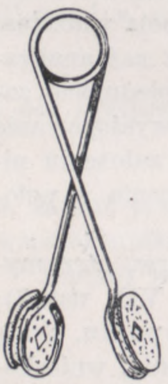
Między tymi na pozór tak zbliżonymi zjawiskami zachodzi wszakże ta zasadnicza różnica, że barwy przy odbiciu od cienkich płytek mogą powstawać przy oświetleniu światłem naturalnym i być widziane okiem nieuzbrojonym; barwy zaś płytek krystalicznych powstają jedynie przy użyciu światła spolaryzowanego i mogą być widziane tylko przez nikol analizujący. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z interferencją dwóch promieni, przechodzących niejednakowe drogi w danym środowisku i mających jednakowo skierowane drgania, w drugim — różnica faz powstaje dzięki niejednakowej prędkości promieni o drganiach wzajemnie prostopadłych, które dopiero nikol analizujący doprowadza do interferencji. Toteż gdy w pierścieniach Newtona różnica dróg optycznych wynosi $\frac{\lambda}{2}$ (przy grubości warstewki powietrza 0,148 μ dla światła sodu), tę samą różnicę dróg wytwarzałaby płytka kwarcowa o grubości

$$d = \frac{\lambda/2}{n_e - n_0} \approx \frac{0{,}295}{0{,}009} \approx 32\,\mu,$$

a więc mniej więcej 216 razy grubsza.

To jednostajne zabarwienie płytka płaskorównoległa wykazuje jedynie w świetle równoległym, w świetle rozbieżnym jednostajność ta znika. Wtedy bowiem każda z grup promieni równoległych, jakie możemy wyodrębnić z wiązki padającej, posiada po przejściu przez płytkę inną różnicę faz drgań składowych, interferujących tym razem (oczywiście, po przejściu przez odpowiedni analizator) w nieskończoności, nie zaś, jak poprzednio, na powierzchni płytki (por. rozdz. VII, ust. 4).

Do obserwacji zjawiska służą tzw. szczypce turmalinowe, (rys. 339) złożone z dwóch płaskich płytek turmalinu, między którymi umieszcza się badaną płytkę (oko nastawiamy na nieskończoność) albo lepiej jeszcze mikroskop polaryzacyjny w budowie swej podobny do mikroskopu zwykłego i różniący się od niego małym powiększeniem i dwoma dodatkowymi nikolami: polaryzującym, umieszczonym przed obiektywem i analizującym, umieszczonym przed okularem.

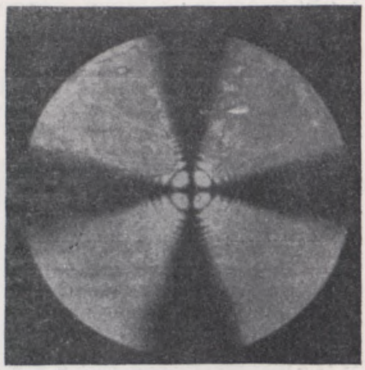


Rys. 339

W przypadku płytki, wyciętej prostopadle do osi optycznej, tę samą różnicę dróg optycznych posiadają wszystkie promienie, tworzące jednakowe kąty z osią optyczną, bez względu na położenie płaszczyzny padania: liniami jednakowego zabarwienia — izochromatami — są koła, opisane dookoła punktu przecięcia się osi z powierzchnią płytki. Jest rzeczą oczywistą, że wartości kątów, przy których różnica dróg optycznych ma daną wartość Δ, są dla każdej długości fali inne; w świetle białym otrzymamy zatem koła zabarwione.

Dla pewnych jednak położeń płaszczyzny padania zabarwienia znikną. Zachodzi to mianowicie wtedy, gdy kąty α i β, jakie tworzą kierunki

drgań składowych z kierunkami drgań, przepuszczanych przez nikole polaryzujący i analizujący (lub przez płytki turmalinu w szczypcach) są równe zeru albo $\frac{\pi}{2}$, wtedy bowiem natężenie światła, wychodzącego z układu, nie zależy od różnicy dróg optycznych drgań składowych (p. wzory 11 i 11a). W danym przypadku oś optyczna leży zawsze w płaszczyźnie padania, z drgań składowych jedno jest równoległe, drugie — prostopadłe do płaszczyzny padania, a zatem jedno ma kierunek promienia kół linij izochromatycznych — przeprowadzonego z punktu przecięcia się osi optycznej z płaszczyzną ogniskową, w której powstaje obraz interferencyjny, do punktu, w którym interferuje dana grupa promieni równoległych, drugie — stycznej w danym punkcie do izochromaty. Stąd wynika, że miejscem geometrycznym punktów o oświetleniu, niezależnym od różnicy dróg optycznych są dwie wzajemnie prostopadłe średnice kół zabarwionych. Są to tzw. linie achromatyczne (lub achromatyczne izochromaty). W przypadku nikolów skrzyżowanych otrzymujemy obraz taki, jak na rys. 340, (wziętym, jak i cztery następne z „Lehrbuch der Physik" Müller Pouilleta), barwne koła, przecięte czarnym krzyżem $\left(\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}\right)$; w przypadku nikolów równoległych: białe krzyże zamiast czarnych, pierścienie o barwach dopełniających.



Rys. 340

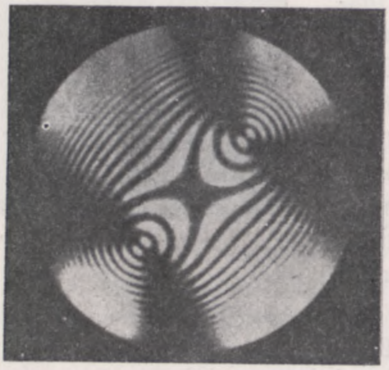
Gdy płytka jest wycięta równolegle do osi optycznej, z wyróżnionych kierunków drgań jeden jest stale równoległy do osi, drugi — stale do niej prostopadły; wartości więc kątów α i β są dla wszystkich punktów obrazu interferencyjnego te same: achromatycznych izochromat w ogóle nie ma. Linie izochromatyczne tworzą, czego tu dowodzić nie będziemy, hiperbole, których asymptoty są miejscami geometrycznymi punktów o różnicy dróg optycznych tej samej, co w środku obrazu ($\Delta = d(n_e - n_0)$). Tym razem obraz interferencyjny będzie taki, jak na rys. 341. W kierunku równoległym do osi optycznej różnice dróg będą się zmniejszały stopniowo w miarę oddalania się od środka, w kierunku prostopadłym — będą się zwiększały.



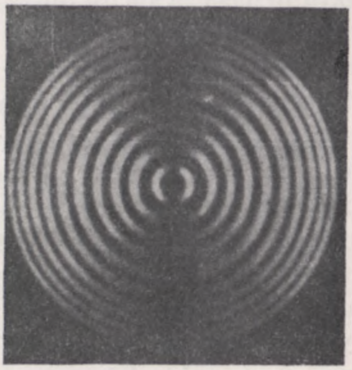
Rys. 341

W kryształach dwuosiowych zjawiska stają się o wiele bardziej złożone. Gdy płytka jest wycięta prostopadle do dwusiecznej kąta między osiami optycznymi, liniami izochromatycznymi są lemniskaty, których biegunami są punkty przecięcia się osi optycznych z płaszczyzną obrazu interferencyjnego. Otrzymujemy wtedy obraz taki, jak na rys. 342, odpowiadający nikolom skrzyżowanym, przy czym kierunki drgań wyróżnionych w płytce tworzą kąt 45⁰ z kierunkami drgań polaryzatora i analizatora; płytka oświetlona jest światłem jednobarwnym.

Gdy płytka wycięta jest równolegle do płaszczyzny, w której leżą osie optyczne, izochromaty są hiperbolami; obraz jest taki, jak w przypadku, przedstawionym na rys. 341. Gdy wreszcie płytka jest wycięta



Rys. 342



Rys. 343

prostopadle do jednej z osi optycznych, obraz interferencyjny przypomina obraz, otrzymany przy użyciu płytki jednoosiowej, wyciętej prostopadle do osi. Ten przypadek odtwarza rys. 343.

Przy oświetlaniu płytek dwuosiowych, wyciętych prostopadle do dwusiecznej kąta między osiami, kolejno światłem jednobarwnym o różnych długościach fal, można niekiedy zauważyć przesuwanie się biegunów lemniskat. Tak np. jest w przypadku tytanitu, soli Seignette'a i innych. Jest to niewątpliwym dowodem, że kierunek osi optycznych w tych kryształach nie jest dla wszystkich długości fal ten sam. Mamy tu do czynienia, jak gdyby z rozszczepieniem — dyspersją — osi optycznych.

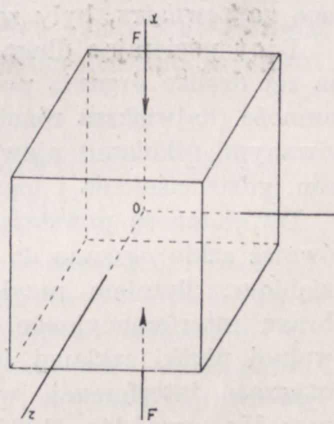
Podobnie zmieniać się może niekiedy położenie osi optycznych przy zmianie temperatury płytki. Szczególnie wyraźnie występuje to zjawisko w płytkach gipsowych.

Rozdział XI

DWÓJŁOMNOŚĆ WYMUSZONA. POLARYZACJA OBROTOWA

1. DWÓJŁOMNOŚĆ NA SKUTEK ODKSZTAŁCENIA

W rozważanych dotychczas przypadkach dwójłomność środowiska była ściśle związana z jego budową, stanowiła jedną z zasadniczych jej cech. Może ona jednak powstać, jak o tym już wspomnieliśmy (p. rozdz. X, ust. 1) pod działaniem czynników zewnętrznych. Trwa ona wtedy dopóty, dopóki trwają zmiany, wywołane przez te czynniki, z ich zniknięciem znika. Taka właśnie dwójłomność chwilowa, wymuszona, powstaje, jak to odkrył Seebeck (1813) i dokładnie zbadał Brewster (1816) przy odkształceniu ciała. Weźmy jakiekolwiek ciało równokierunkowe (izotropowe) np. szkło, wytnijmy z niego sześcian o krawędzi d i poddajmy go ciśnieniu w kierunku osi Ox. Umieszczając je między dwoma nikolami i oświetlając wiązką promieni równoległych, biegnących w kierunku osi Oy, stwierdzamy, że nabyło ono cech kryształu jednoosiowego, którego oś optyczna ma kierunek działających sił odkształcających. Stosując jedną z metod omawianych w rozdziale poprzednim, możemy wyznaczyć różnicę dróg optycznych drgań, zachodzących w kierunkach wyróżnionych, którymi w danym układzie są kierunek osi Ox i kierunek do niej prostopadły Oz (rys. 344). Okazuje się, że $n_e - n_0$ jest proporcjonalne do wywieranego na sześcian ciśnienia, tak że mamy



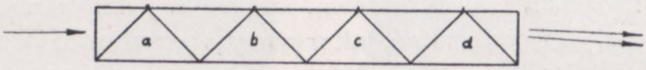
Rys. 344

$$\Delta = (n_e - n_0) d = C\lambda \frac{F}{d^2} \cdot d = C\lambda \frac{F}{d} \tag{1}$$

a więc Δ jest proporcjonalne do wartości siły przypadającej na jednostkę grubości. C jest współczynnikiem zależnym od rodzaju ciała. W szkle

zwykłym ma wartość niewielką rzędu 0,05 i ujemną. A zatem tego rodzaju szkło przy zgniataniu wykazuje cechy kryształu ujemnego ($n_e < n_0$). Inne jednak gatunki szkła, zwłaszcza ciężkiego, mają raczej dwójłomność dodatnią, zdarzają się również i takie, które przy zgniataniu nie ujawniają wcale różnokierunkowości. Przy rozciąganiu zachodzi zazwyczaj zjawisko odwrotne: dwójłomność ujemna przechodzi w dodatnią.

Jak wynika z podanej wyżej wartości stałej C, bezpośredni pomiar współczynników n_e i n_0 przy pomocy pryzmatu, zgniatanego w kierunku krawędzi łamiącej (p. rozdz. X ust. 2) wymagałby użycia bardzo wielkich ciśnień dla otrzymania dostrzegalnego rozdzielenia wychodzących z pryzmatu wiązek zwyczajnej i nadzwyczajnej. Fresnelowi udało się otrzymać wyraźne dwa obrazy przy użyciu achromatycznego układu dziewięciu prostokątnych pryzmatów (rys. 345), sklejonych balsamem



Rys. 345

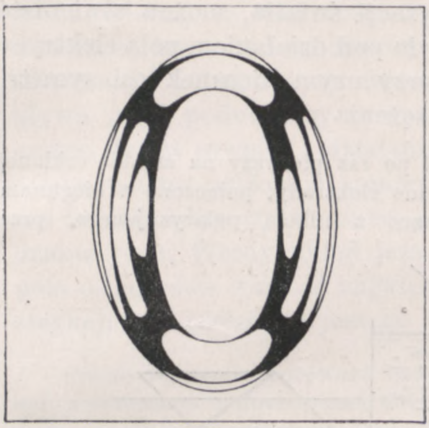
kanadyjskim, co usuwa możliwość całkowitego wewnętrznego odbicia. Pryzmaty a, b, c, d nieco dłuższe od pozostałych i wskutek tego wystające na zewnątrz, były zgniatane w kierunku krawędzi łamiącej.

Biot pocierając długą, wąską sztabkę szklaną i wzbudzając w niej na tej drodze drgania podłużne, wykazał, że istotnie największa dwójłomność (największa różnica w oświetleniu pola widzenia między skrzyżowanymi nikolami) ujawnia się w pobliżu punktów węzłowych a więc tam, gdzie ciśnienia i napięcia przybierają największą wartość.

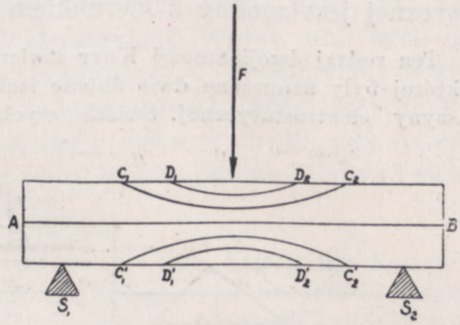
Dwójłomność powstającą na skutek napięć wewnętrznych wykazuje również szkło ogrzane do wysokiej temperatury i następnie gwałtownie oziębione. Tytułem przykładu podajemy piękne zdjęcie fotograficzne obrazu interferencyjnego, otrzymanego przy oświetleniu tego rodzaju owalnej płytki szklanej światłem sodu; zdjęcie to, jak i wiele innych dotyczące interferencji w płytkach krystalicznych, zostało wykonane przez Hauswaldta (1902 r. (rys. 346)).

Brewster pierwszy zwrócił uwagę, że badanie znanymi już nam metodami kierunku drgań wyróżnionych i różnicy dróg optycznych w różnych punktach płytki lub sztaby szklanej, poddawanej odkształceniu, pozwala na wyznaczenie rozkładu w niej napięć sprężystych. Tak np. w sztabie szklanej wspartej w punktach S_1 i S_2 zgniatanej przez siłę F i umieszczonej między skrzyżowanymi nikolami, których kierunki drgań tworzą kąt 45° z pionem, widzimy w świetle białym ciemny prążek AB w warstwie obojętnej i prążki zabarwione $C_1C_2, D_1D_2, \ldots$ (rys. 347), z których każdy wyznacza miejsce geometryczne punktów o tej samej róż-

nicy dróg optycznych. Stosując tę metodę do modelów mostów, części samolotów itp. można zdać sobie sprawę z rozkładu napięć w ciałach odtwarzanych. Obecnie często do budowy modelów stosuje się zamiast kruchego szkła inne ciała, jak np. celuloid lub celon, które też pod wpływem odkształcenia stają się dwójłomne.



Rys. 346



Rys. 347

Mach (1873 r.) wykazał, że podobnym zmianom własności podlegają i ciała na pół ciekłe, jak np. balsam kanadyjski, ogrzane kolofonium itp. W tych ciałach wszakże dwójłomność istnieje tylko przez krótką chwilę po przyłożeniu sił odkształcających; działanie odkształcenia bardzo szybko zanika.

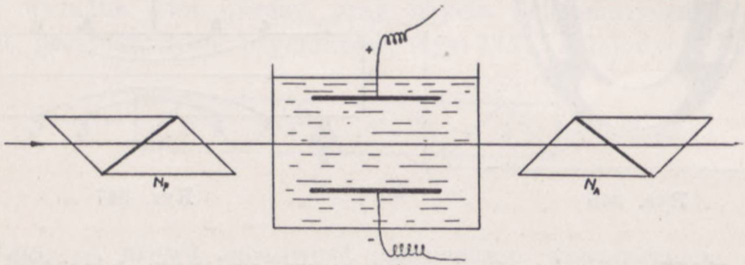
2. DWÓJŁOMNOŚĆ ELEKTRYCZNA (ELEKTROOPTYCZNE ZJAWISKO KERRA). DWÓJŁOMNOŚĆ MAGNETYCZNA

Dwójłomność może powstać również, jak to wykazał Kerr (1875 r.), i pod działaniem pola elektrycznego. Ta dwójłomność elektryczna (lub elektrooptyczne zjawisko Kerra) występuje szczególnie wyraźnie w niektórych cieczach, w słabszym stopniu w pewnych gatunkach szkła a ślady jej można zaobserwować nawet i w gazach (np. w dwutlenku węgla, amoniaku).

Najdogodniej można obserwować to zjawisko w jednostajnym polu elektrycznym, takim np. jakie powstaje między zbrojami płaskiego kondensatora. Zbroje te, połączone ze źródłem elektryczności, zanurzamy do badanego ciała, (np. do cieczy nalanej do naczynia o ścianach płaskorównoległych (rys. 348) umieszczonego między dwoma nikolami (N_P i N_A), oświetlonymi wiązką równoległą światła, przechodzącą między zbrojami prostopadle do kierunku natężenia pola. Dopóki pole nie jest wzbudzone, skrzyżowanie nikolów powoduje oczywiste całkowite zaciemnienie pola widzenia. Po wzbudzeniu pola elektrycznego zaciemnienie znika i nie

można go już otrzymać przy żadnym położeniu nikola analizującego. Jest to oczywistym dowodem, że światło wchodzące do analizatora jest spolaryzowane eliptycznie. Używając, znanych nam już z poprzedniego rozdziału, metod analizy rodzaju polaryzacji światła, można stwierdzić, że badane ciało (na ogół izotropowe) nabyło pod działaniem pola elektrycznego cech kryształów jednoosiowych, przy czym kierunek osi symetrii optycznej jest zgodny z kierunkiem natężenia pola.

Ten rodzaj dwójłomności Kerr stwierdził po raz pierwszy na sztabie szklanej, w której były zanurzone dwie dobrze izolowane elektrody, połączone z biegunami maszyny elektrostatycznej. Światło, wychodzące z nikola polaryzującego, prze-



Rys. 348

chodziło przez sztabę między elektrodami i wchodziło do nikola analizującego, ustawionego na krzyż z polaryzatorem. Po wprawieniu w ruch maszyny elektrostatycznej pole widzenia stopniowo się rozjaśniało; po usunięciu pola stopniowo się zaciemniało. Ten właśnie fakt, stosunkowo powolnego rozjaśniania się pola widzenia, mógł nasunąć przypuszczenie, że mamy tu do czynienia raczej z elektrostrykcją (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki tom II, rozdz. III, ust. 11 str. 273). Okazało się wszakże w doświadczeniu wykonanym przez Kerra w 1879 r., że i ciecze, w których elektrostrykcja ma wartość znacznie mniejszą, też stają się w polu elektrycznym dwójłomne. Wreszcie stwierdzenie powstawania w tych warunkach dwójłomności gazów (Leiser, 1911 r.) dowiodło, że elektrostrykcja jest tu zjawiskiem wtórnym, zakłócającym jedynie i utrudniającym pomiar zjawiska podstawowego, jakim jest bezpośredni wpływ pola elektrycznego na własności optyczne środowisk.

Pomiary różnicy dróg optycznych, jakiej nabywają pod wpływem pola promienie o drganiach równoległych (promienie nadzwyczajne) i prostopadłych (promienie zwyczajne) do osi symetrii zjawiska, wykazały, że Δ jest proporcjonalna do drugiej potęgi natężenia pola, tak że mamy

$$\Delta = d(n_e - n_0) = KdE^2, \tag{2}$$

gdzie K jest tzw. stałą Kerra, zależną od rodzaju środowiska, jego temperatury i długości fali użytego światła, d — długością drogi (geometrycznej), przebytej przez promienie światła w polu elektrycznym.

Długość d jest nieco większa od długości zbrój kondensatora; E jest, oczywiście, mierzone w jednostkach elektrostatycznych.

Dokładny pomiar stałej Kerra połączony jest zazwyczaj z dużymi trudnościami, w większości bowiem przypadków mamy do czynienia z ciałami, które nie są doskonałymi izolatorami, tak że szczególnie przy stosowaniu pól o dużym natężeniu między zbrojami kondensatora przepływa prąd podnoszący temperaturę badanego ciała; poza tym zakłócająco działa również i działanie elektrostrykcji. Wpływ obu tych czynników można wydatnie zmniejszyć, używając pól zmiennych, za źródło zaś światła iskry wytwarzanej przez ten sam obwód, który służy do wzbudzania pola. Wtedy układ jest oświetlony tylko w chwili, gdy natężenie pola osiąga swą wartość największą i gdy wpływ przewodnictwa i elektrostrykcji nie zdołał się jeszcze ujawnić.

Często wystarczy porównać badaną substancję z inną, której stała Kerra może być wyznaczona z dostateczną dokładnością. W tego typu pomiarach, zastosowanych po raz pierwszy przez Des Coudres'a (1893 r.), używa się dwu jednakowych kondensatorów, z których jeden zanurzony jest w cieczy „normalnej", drugi zaś w badanej. Oba zaś zasilane są tym samym źródłem prądu a więc zbroje ich mają tę samą różnicę potencjałów V. Gdy stałe Kerra mają w obu cieczach znak ten sam, kondensatory się „krzyżuje", tak aby kierunki pól były w nich wzajemnie prostopadłe i zmieniając odpowiednio odstęp zbrój drugiego kondensatora, doprowadza się do zrównoważenia działań dwójłomności obu cieczy (np. do ponownego zaciemnienia przy nikolach skrzyżowanych). Wtedy

$$K_1 d_1 E_1^2 = K_2 d_2 E_2^2$$

lub

$$K_1 d_1 \frac{V^2}{l_1^2} = K_2 d_2 \frac{V^2}{l_2^2},$$

gdzie l_1 i l_2 odstępy między zbrojami kondensatora, d_1 i d_2 — długość (elektryczna) ich zbroi.
Stąd

$$K_2 = K_1 \frac{d_1}{d_2} \frac{l_2^2}{l_1^2}.$$

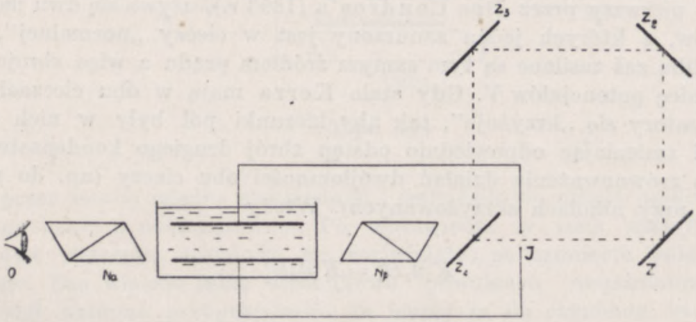
Za ciecz „normalną" bierze się siarczek węgla (CS_2), ciecz prawie doskonale izolującą.

Tytułem przykładu podajemy wartości stałej Kerra dla niektórych substancji ($\lambda=589 m\mu$ temperatura 20^0)

siarczek węgla	$3{,}22 . 10^{-7}$	(Chaudier, 1915 r.)
chloroform	$-3{,}46 . 10^{-7}$	(Mac Comb, 1909 r.)
woda	$4{,}7 . 10^{-7}$	,,
nitrobenzol	$2{,}20 . 10^{-7}$	,,

W różnych gatunkach szkła i w gazach K ma wartość o wiele mniejszą, tak np. w szkle (ołowiowym) dochodzi co najwyżej do $0,14.10^{-7}$, w gazach do $0,00167.10^{-7}$ (dwutlenek siarki pod ciśnieniem 760 mm Hg), wzrastając w tym ostatnim przypadku proporcjonalnie do ciśnienia.

Jak wynika z przytoczonych wyżej danych, K może mieć wartość ujemną (chloroform) a więc n_e może być mniejsze od n_0. Tego typu substancje są zatem podobne do ujemnych kryształów jednoosiowych (jak kalcyt), substancje o dodatniej wartości K — do dodatnich kryształów jednoosiowych (jak kwarc). W przeciwieństwie do działania odkształceń sprężystych, stopniowo zmieniających własności optyczne środowisk, działanie pola elektrycznego, jak to udowodnili Abraham i Lemoine, (1899) ujawnia się prawie natychmiastowo. Układ doświadczenia Abrahama i Lemoine'a, powtórzony później z niewielkimi zmianami przez późniejszych badaczy, odtwarza schematycznie rys. 349. Kondensator



Rys. 349

elektryzowany jest przez źródło prądów szybko zmiennych (np. cewkę Ruhmkorffa), którego obwód przerywany jest iskiernikiem J. Światło iskry może albo bezpośrednio po usunięciu zwierciadła Z_4 przechodzić przez badany układ (nikol polaryzujący, kondensator zanurzony w badanym ciele, nikol analizujący) albo też dochodzić do układu na okólnej drodze po odbiciu się od zwierciadeł $Z_1Z_2Z_3Z_4$. W tym ostatnim przypadku światło przechodzi przez układ nie w chwili największej wartości natężenia pola, lecz w chwili $\frac{s}{c}$ późniejszej (s — długość przebytej przez światło drogi, c — prędkość światła). Okazało się, że gdy s jest równe mniej więcej 4 m, opóźnienie więc wynosi nieco ponad 10^{-8} sek, dwójłomność nie daje się już stwierdzić. Stąd wynika, że już 10^{-8} sek od chwili przeskoczenia iskry a więc rozbrojenia kondensatora, działanie elektrooptyczne znika. Jest to wszakże niewątpliwie górna granica, gdyż rozbrojenie iskrowe nie od razu powoduje zaniknięcie pola. Istotnie, póź-

niejsze pomiary zdają się wskazywać, że dwójłomność znika już po upływie 10^{-9} sek, a nawet 10^{-10} sek, przy czym dla różnych ciał czas ten jest różny (Beams i Allison, 1927 r.). Dla siarczanu węgla jest on najkrótszy.

Ta niesłychanie mała „bezwładność" zjawiska Kerra sprawia, że tzw. komórka Kerra (tzn. kondensator, zanurzony w cieczy) jest bardzo dogodnym przyrządem do zamiany wahań napięcia lub prądu w wahania natężenia światła. Toteż znalazła ona zastosowanie w różnych przypadkach, m. in. przy elektrycznym przenoszeniu obrazów na odległość, na co zwrócił uwagę pierwszy Gutton (w r. 1890).

Nie wchodząc w szczegółowe rozpatrzenie teoryj tego zjawiska, zaznaczymy jedynie, że w większości przypadków wystarczające wyjaśnienie daje teoria Larmora (1897 r.), rozwinięta przez Langevina (1905 r.) i następnie przez Cottona i Moutona (1910 r. i analogiczna do Langevin'owskiej teorii paramagnetyzmu (p. M. Grotowski, Wykłady fizyki, tom II, rozdz. IV, ust. 5, str. 329). Według jej założeń dwójłomność elektryczna powstaje na skutek działania pola elektrycznego na drobiny badanego ciała. Drobiny te, posiadające już uprzednio pewną anizotropię, ustawiają swe osie pod działaniem sił pola w kierunku pola. Gdyby nie było żadnych czynników zakłócających (np. bezładnego ruchu cieplnego drobin) środowisko nabywałoby wyraźnej dwójłomności, czynniki te wszakże sprawiają, że dwójłomność jest na ogół niewielka, tym mniejsza, im większy jest wpływ owych czynników. Tym się tłumaczy zmniejszanie się stałej Kerra ze wzrostem temperatury.

Potwierdzeniem do pewnego stopnia tej teorii są doświadczenia zapoczątkowane przez Kerra (1875 r.) i prowadzone następnie przez Meslina (1903 r.) i Chaudiera (1903 r.); badanym środowiskiem była ciecz, do której wrzucono roztarte na drobny proszek kryształy o tym samym mniej więcej współczynniku załamania. W warunkach normalnych środowisko takie nie wykazywało żadnej dwójłomności, umieszczone wszakże w polu elektrycznym stawało się dwójłomne, przy czym jednak różnica dróg optycznych przestaje wzrastać proporcjonalnie do kwadratu natężenia pola; przy dostatecznie wysokiej jego wartości otrzymuje się stan nasycenia.

Niektóre ciecze organiczne stają się, jak to wykazali Cotton i Mouton (1907 r.), dwójłomne pod działaniem pola magnetycznego (rys. 350). I w tym przypadku zależność różnicy dróg optycznych od natężenia pola magnetycznego wyraża się wzorem, analogicznym do wzoru Kerra, tak że mamy

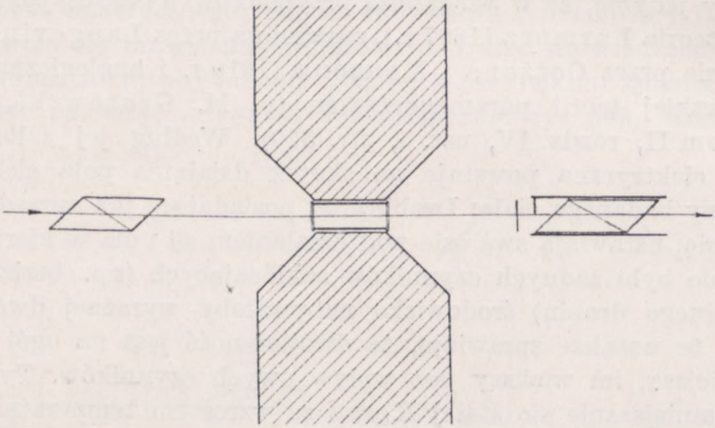
$$\Delta = d(n_e - n_0) = CdH^2, \tag{2a}$$

gdzie n_e jest współczynnikiem załamania drgań równoległych do kierunku pola, będącego osią symetrii zjawiska, n_0 — drgań prostopadłych do tego kierunku, d — długością drogi, przebytej w obszarze, objętym przez działanie pola magnetycznego.

We wszystkich badanych dotychczas cieczach współczynnik C — stała zjawiska Cottona i Moutona — jest o wiele mniejsza od stałej Kerra. Tak np. w nitrobenzolu o temperaturze 20°C dla światła żółtego wynosi zaledwie $2{,}4.10^{-12}$, w innych cieczach jest jeszcze mniejsza. W siarczku węgla ma wartość ujemną.

Wartość stałej C jest podobnie jak stała Kerra, zależna od długości fali użytego światła i temperatury.

Jeszcze przed odkryciem zjawiska Cottona i Moutona Majorana stwierdził, że niektóre roztwory koloidalne związków żelaza (przede wszystkim tzw. żelazo Bravais'go) stają się w polu magnetycznym dwójłomne. Dwójłomność ta na



Rys. 350

ogół zwiększa się w miarę starzenia się roztworu. Dodając do roztworu żelatyny, otrzymuje się środowisko, pozostające dwójłomnym nawet po usunięciu pola magnetycznego.

Podobnie dwójłomna staje się pod działaniem pola magnetycznego ciecz, zawierająca drobne zawiesiny krystaliczne; zjawisko przebiega w analogiczny sposób, jak omawiane nieco wyżej zjawisko dwójłomności podobnych cieczy w polu elektrycznym.

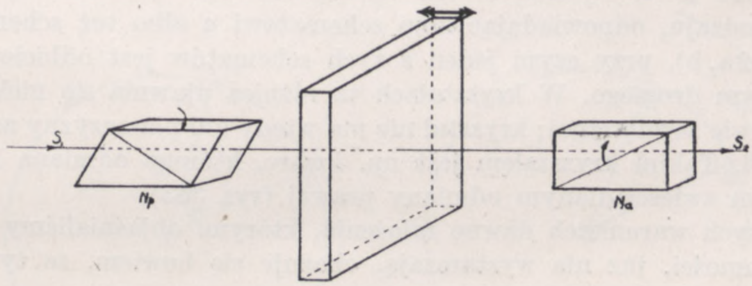
3. POLARYZACJA OBROTOWA

We wszystkich uprzednio rozpatrywanych przypadkach przyjmowaliśmy, że przy rozchodzeniu się światła w kierunku osi optycznej (osi symetrii zjawiska) środowisko z natury swej dwójłomne ma wszystkie cechy środowiska równokierunkowego. Istotnie, dla znacznej większości ciał założenie to jest potwierdzone przez doświadczenie. W pewnych jednak przypadkach okazuje się ono, jak tego dowiódł Arago (1811 r.), niesłuszne.

Tak np. gdy między dwoma skrzyżowanymi nikolami, oświetlonymi źródłem światła jednorodnego, umieścimy płytkę kwarcową, wyciętą

prostopadle do osi, zauważymy, wbrew oczekiwaniu, rozjaśnienie pola widzenia, znikające dopiero przy obróceniu analizatora o pewien kąt, zależny od grubości płytki i od długości fali użytego światła. Płytka zatem skręca płaszczyznę polaryzacji o pewien kąt, przy czym jednak wychodzące z niej światło pozostaje spolaryzowane prostoliniowo, inaczej bowiem w żadnym położeniu analizatora nie otrzymalibyśmy całkowitego zaciemnienia. Biorąc różne próbki kwarcu, przekonamy się, że w pewnych przypadkach musimy dla otrzymania zaciemnienia obracać analizator w prawo (w kierunku ruchu wskazówek zegarka), w innych — w lewo; skąd wynika, że pewne odmiany kwarcu skręcają płaszczyznę polaryzacji w prawo — kwarc prawy, inne w lewo — kwarc lewy.

Jeżeli daną płytkę przewrócimy na drugą stronę, wielkość kierunku obserwowanego skręcania nie ulegnie zmianie, tak że przestawiając źródło światła z S_1 do S_2 i zmieniając w ten sposób punkt obserwacji, będziemy musieli zawsze obracać ten nikol, który w danym przypadku jest analizatorem, o ten sam kąt i w tym samym kierunku np. w prawo, jak na rys. 351. A zatem promień spolaryzowany prostoliniowo prze-



Rys. 351

chodzący dwukrotnie przez tę samą płytkę w dwóch przeciwnych kierunkach, nie podlega skręceniu płaszczyzny polaryzacji.

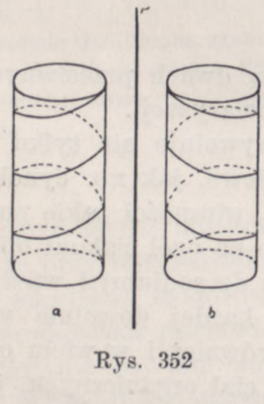
Tego rodzaju polaryzację obrotową wywołuje nie tylko kwarc, lecz i niektóre inne kryształy jedno i dwuosiowe, jak np. cynober, sól Seignette'a, kryształy sacharozy, co więcej, własności takie posiadają niektóre kryształy układu regularnego, będące na ogół ciałami optycznie jednorodnymi, jak np. chloran sodu (chlorale de sodium) i wtedy skręcanie płaszczyzny polaryzacji występuje w każdej dowolnie wyciętej z kryształu płytce. Zjawisko to ujawnia się również i w wielu cieczach organicznych lub też w roztworach niektórych ciał organicznych, jak np. w roztworach cukru. Ciała, skręcające płaszczyznę polaryzacji nazywamy optycznie czynnymi. We wszystkich tych przypadkach wartość kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji wzrasta proporcjonalnie do gru-

bości l warstwy danego środowiska, przez którą przechodzi światło, tak że mamy

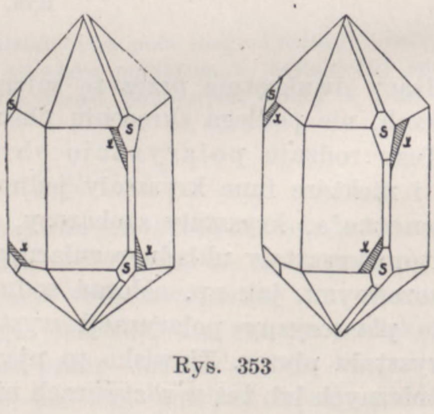
$$\varrho = r \cdot l, \tag{3}$$

gdzie r jest współczynnikiem zależnym jedynie od długości fali użytego światła i rodzaju ciała. Zjawisko zatem jest spowodowane nie przez własności powierzchniowe ciała, lecz przez jego wewnętrzną budowę. Nie wchodząc w bliższe rozważania tej budowy, wchodzące w zakres krystalografii i chemii (stereochemia), zaznaczymy jedynie, że budowy tej nie może cechować ani żadna płaszczyzna symetrii ani też środek symetrii, gdyby bowiem środek taki istniał, to drgania symetryczne względem tego środka i przechodzące przez ten środek w kierunkach przeciwnych musiałyby podlegać skręceniu symetrycznemu względem tego środka, a więc w tym samym kierunku, tymczasem, jak o tym była mowa wyżej, skręcenia te mają kierunek przeciwny (p. rys. 351). Budowa ta raczej odpowiadałaby budowie śruby prawo lub lewoskrętnej. Z faktu, że identyczne chemiczne ciała mogą być, podobnie jak kwarc, optycznie prawe lub lewe, wynika, że ich wewnętrzna budowa może być dwojakiego rodzaju, odpowiadając albo schematowi *a* albo też schematowi *b* (rys. 352a, b), przy czym jeden z tych schematów jest odbiciem zwierciadlanym drugiego. W kryształach ta różnica ujawnia się niekiedy już w budowie zewnętrznej; kryształ nie ma wtedy ani płaszczyzny ani środka symetrii. Takim kryształem jest np. kwarc, którego odmiana lewa jest odbiciem zwierciadlanym odmiany prawej (rys. 353).

W tych warunkach dawne założenia, którymi objaśnialiśmy zjawiska dwójłomności, już nie wystarczają, okazuje się bowiem, że tym razem



Rys. 352

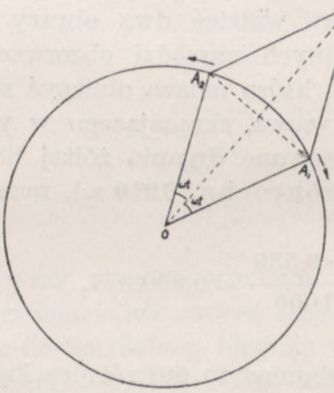


Rys. 353

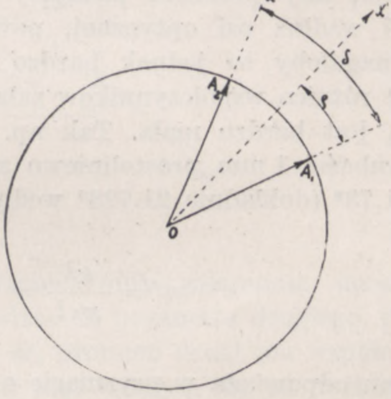
nie istnieją w środowisku żadne kierunki wyróżnione, w których by drgania prostoliniowe mogły zachodzić bez zniekształcenia. Wobec tego Fresnel założył, że w ciałach optycznie czynnych drganie prostoliniowe

rozpada się na dwa drgania kołowe, zachodzące w przeciwnych kierunkach, takie bowiem drgania nie ulegną zmianie na skutek obrotu. Drgania te, rozchodzące się w środowisku z różnymi prędkościami, dadzą po wyjściu znów drgania prostoliniowe, skręcone jednak o pewien kąt w stosunku do pierwotnej płaszczyzny drgań.

Istotnie, załóżmy, że w pewnej chwili dwa jednakowej długości wektory OA_1 i OA_2, których końce poruszają się w przeciwnych kierunkach po kole o promieniu a, mają ten sam kierunek Ox, wypadkowa ich będzie miała, oczywiście, również kierunek Ox. Jeżeli wektory OA_1 i OA_2 obracają się z tą samą prędkością kątową, wtedy po upływie czasu t każdy z nich utworzy prostą Ox kąt ωt; prosta Ox będzie zatem dwusieczną kąta między OA_1 i OA_2 a więc nadal wyznaczać będzie kierunek wypadkowej obu wektorów (rys. 354). Ponieważ ten stan rzeczy będzie zachodził przy dowolnej wartości t, wypadkowa obu wektorów będzie miała stale kierunek Ox. Jeżeli więc oba drgania kołowe będą przesuwały się w środowisku z tą samą prędkością a więc w każdym jego punkcie fazy ich będą się różniły jedynie znakiem, wypadkowa ich będzie drganiem



Rys. 354



Rys. 355

prostoliniowym o niezmiennym kierunku. W przypadku wszakże, gdy prędkości rozchodzenia się tych drgań będą niejednakowe, w danym punkcie środowiska będą one miały fazy różne; różnica wynosić będzie

$$\delta = \frac{2\pi}{T}\left(\frac{1}{c''} - \frac{1}{c'}\right) l = 2\pi\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right) \cdot l = 2\pi \frac{(n'' - n')}{\lambda} l,$$

gdzie c', c'' oznaczają odpowiednie prędkości rozchodzenia się tych drgań λ' i λ'' długości odpowiednich fal, λ długość fali danego rodzaju światła w próżni.

Niech c' — prędkość rozchodzenia się drgań kołowych prawoskrętnych — będzie większa od c''. Wtedy w chwili, gdy wektor OA_2 będzie miał kierunek Ox, wektor OA_1 mający fazę większą, będzie po przejściu przez kierunek Ox tworzył z nim kąt δ (rys. 355). Kierunek wypadkowej Ox', będący dwusieczną kąta między wektorami OA_1 i OA_2, będzie z początkowym kierunkiem drgań prostoliniowych tworzył kąt

$$\varrho = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi(n'' - n')}{\lambda} \cdot l \tag{3a}$$

tym większy, im większa jest grubość warstwy środowiska, przez którą przeszło światło. Początkowa płaszczyzna polaryzacji OP (prostopadła do Ox) ulegnie skręceniu o kąt $\delta/2$ w kierunku prędzej rozchodzącego się drgania a więc, jak w naszym przykładzie, w prawo. Kierunek skręcenia będzie zatem zgodny z kierunkiem drgania rozchodzącego się prędzej. Jeżeli założenia te są słuszne, to obserwując źródło światła spolaryzowanego prostoliniowo przez pryzmat kwarcowy wycięty w ten sposób, aby promień, padający pod kątem najmniejszego odchylenia biegł wzdłuż osi optycznej, powinniśmy widzieć dwa obrazy osobno. Wymagałoby to jednak bardzo dokładnych narzędzi obserwacyjnych, gdyż różnica współczynników załamania, którą można obliczyć ze wzoru (3a), jest bardzo mała. Tak np. dla kwarcu, skręcającego w warstwie o grubości 1 mm prostoliniowo spolaryzowane drgania żółtej linii sodu o $21{,}73^0$ (dokładnie $21{,}728^0$ według Schönrocha, 1910 r.), mamy

$$n' - n'' = \frac{\varrho\lambda}{\pi \cdot l} = \frac{21{,}73^0 \cdot 0{,}589}{180 \cdot 1000} = 0{,}000\,071,$$

czemu odpowiada w pryzmacie o kącie łamiącym 60^0 różnica kątów odchylenia danych rodzajów drgań równa mniej więcej $23''$.

Ze wzoru na odchylenie promieni w pryzmacie (p. rozdz. II, ust. 4 wz. 6a)

$$n = \frac{\sin\frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$

gdzie δ oznacza tym razem kąt najmniejszego odchylenia, otrzymujemy

$$dn \cdot \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2}\cos\frac{\delta + \varphi}{2}\, d\delta.$$

Dla promieni żółtych sodu biegnących równolegle do podstawy pryzmatu a więc w przypadku minimum odchylenia pryzmatu o kącie łamiącym 60^0, n wynosi w kwarcu 1,544

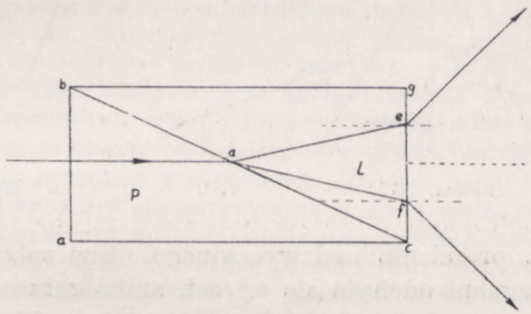
skąd
$$\frac{\delta+\varphi}{2}=50^0 32'$$

$$d\delta=1{,}57\,dn$$

$$1{,}57\,dn=1{,}57 . 0{,}000\,071\approx 0{,}000\,11\approx 23''.$$

Fresnelowi udało się jednak wykazać bezpośrednio to rozszczepienie przy użyciu dwóch sklejonych wzdłuż przeciwprostokątnych prostokątnych pryzmatów kwarcowych, jeden z nich skręca w prawo, drugi w lewo (rys. 356).

W pierwszym pryzmacie promień padający rozszczepia się na dwa: o większym i o mniejszym współczynniku załamania. W pryzmacie



Rys. 356

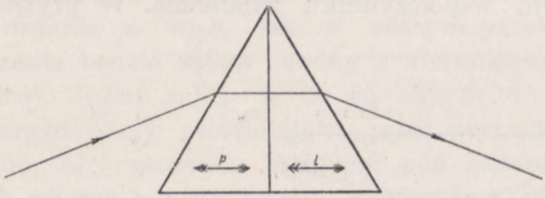
bgc pierwszy z tych promieni ma współczynnik załamania mniejszy niż w pryzmacie *abc*, wobec czego wchodząc do pryzmatu drugiego, przybliża się do normalnej, biegnąc wzdłuż *de*, promień drugi ma współczynnik załamania większy, przy załamaniu więc odchyla się od normalnej, biegnąc wzdłuż *df*. Przy wyjściu do powietrza, w którym oba promienie mają mniejsze współczynniki załamania, niż w kwarcu, odchylają się od normalnych zwiększając tym samym kąt, jaki tworzą ich kierunki. Patrząc przez taki pryzmat na oddalone źródło światła, widzimy dwa obrazy. Rozpatrując je przez analizator kołowy (p. rozdz. X, ust. 9), stwierdzimy, że jeden z nich utworzony jest przez promienie spolaryzowane kołowo w prawo, drugi przez promienie spolaryzowane kołowo w lewo.

To rozszczepienie się promienia biegnącego wzdłuż osi optycznej, zakłóca pomiary w spektroskopach o pryzmatach kwarcowych, używanych przy badaniu nadfiołkowych części widma. Dlatego też przy pomiarach dokładnych używa się zazwyczaj pryzmatu Cornu, złożonego

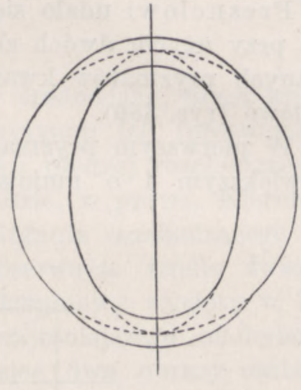
z dwóch prostokątnych pryzmatów kwarcowych, z których jeden skręca w prawo, drugi w lewo. Pryzmaty te są sklejone wzdłuż przyprostokątnych (rys. 357). Różnica dróg optycznych promieni biegnących wzdłuż osi, nabyta w pryzmacie pierwszym, wyrównuje się w pryzmacie drugim.

Stąd wynika, że ściśle biorąc, żadna z fal w czynnym krysztale jednoosiowym nie jest kołowa i że powierzchnie falowe promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych nie stykają się ze sobą na osi optycznej kryształu. Mają one raczej kształt taki, jaki w znacznie przesadny sposób wyobraża rys. 358.

Powierzchnia falowa promienia zwyczajnego jest w danym przypadku nieco wydęta



Rys. 357



Rys. 358

w kierunku osi, promienia nadzwyczajnego nieco spłaszczona. Gdy kierunek biegu promieni odchyla się od osi, znika rozszczepienie na dwa kołowo spolaryzowane promienie i występuje zwykłe załamanie podwójne.

W kryształach układu sześciennego regularnych (równokierunkowych) obie powierzchnie falowe mają kształt kul o bardzo mało różniącym się promieniu.

МАРЬЯН ГРОТОВСКИ

ОПТИКА

РЕЗЮМЕ

Монографический курс классической оптики состоит из двух частей: геометрической оптики и физической оптики.

В первой главе автор рассматривает распространение света, фотометрию и измерения скорости света, во второй главе отражение и преломление световых лучей, принцип Ферма, положение Малюса, общие условия возникновения изображений. Предметом третьей главы служит отражение и преломление лучей на плоских поверхностях и, стало быть, возникновение изображений в плоском зеркале, преломление на плоской поверхности, преломление в плоско-параллельной пластинке, преломление в призме, дисперсия света при прохождении призмы и аномальная дисперсия, затем ахроматическая система призм и система прямого зрения. В четвертой главе находится описание явлений отражения и преломления на сферических поверхностях, центрированной системы сферических преломляющих поверхностей, линз, опытного определения фокусных расстояний, хроматической и сферической аберраций линз, условий получения четких и геометрически подобных изображений, наконец, роли диафрагмы. Пятая глава посвящена глазу: в ней рассматривается схема строения глаза, как системы центрированных сферических преломляющих поверхностей, аккомодация и поле зрения глаза, цветное зрение, сравнение разноцветных источников света. Предметом шестой главы служат оптические приборы: лупа, микроскоп, телескоп (рефрактор и рефлектор), фотографический аппарат и проекционный аппарат. Шестая глава заканчивает геометрическую оптику. В седьмой главе автор рассматривает периодичность световых явлений и интерференцию света. Предметом этой главы служат: зеркало Френеля, оптически когерентные возмущения, перемена фазы при отражении, бипризма Френеля, билинза Бийе, плоскопараллельные пластинки, кривые равного наклона, пластинки с переменной толщиной, кривые равной толщины, кольца Ньютона, полосы Брюстера, интерференционный рефрактометр Жамена, псевдооднородный свет, интерферометр Перо и Фабри, интерференционная спектроскопия, интерферометр Майкельсона и измерение длины световой волны. Глаза восьмая посвящена вопросу диффракции света, здесь помещено применение принципа Гюйгенса-Френеля к световым явлениям, явления диффракции в точках, не лежащих на оси, спираль Корню, диффракция от прямолинейного края, диффракция от узкой щели, диффракция от краев очень узкой диафрагмы, диффракция от двух параллельных щелей, полосы Юнга, световое изображение в плоскости, сопряженной с источником света, роль кругового отверстия или диафрагмы, прямоугольных отверстий, затем разрешающая сила оптических систем, разрешающая сила прямоугольной диффракционной щели, дисперсия призмы, диффракционной решетки, возникновение диффракционных спектров: измерение длины световой волны, ступенчатый спектроскоп, изображение в микроскопе освещенных предметов. В девятой главе рассматривается поляризация света, явление стоячих волн, связь между световыми явлениями и электромагнитными колебаниями, электромагнитная теория света; отражение и преломление на проводящих поверхностях. Пред-

метом десятой главы служит распространение света в анизотропной среде, стало быть, в одноосных кристалах (эллипсоид Коши) и двуосных кристаллах, затем внутренная и внешняя коническая рефракция, плеохроизм, прохождение света через пластинку, вырезанную из кристалла (пластинка в одну волну или в половину волны), компенсаторы (Браве и Бабине), анализ световых колебаний, хроматическая поляризация. В одиннадцатой главе описано явление двойного лучепреломления, вызванного деформациями, электрическое двойное лучепреломление (электрооптическое явление Керра) и магнитное двойное лучепреломление; далее автор переходит к вращательной поляризации.

Монография обращает внимание на историческое развитие исследований и заключает обширный материал относящийся к числовому анализу явлений и возможных вариантов осуществления опытов и составления приборов.

MARIAN GROTOWSKI

OPTIQUE

RÉSUMÉ

Le cours monographique de l'optique classique se compose de deux parties: de l'optique géométrique et de l'optique physique.

Dans le premier chapitre l'auteur discute la propagation de la lumière, la photométrie et les mesures de vitesse de la lumière, dans le deuxième la réflexion et la réfraction des rayons lumineux, le principe de Fermat, la loi de Malus, les conditions générales de la formation des images. Le troisième chapitre comprend la réflexion et la réfraction des rayons sur les surfaces planes, c'est à dire la production des images dans le miroir plan, la réfraction sur une surface plane, la réfraction dans une lame à faces parallèles, la réfraction dans le prisme, la dispersion de la lumière par un prisme et la dispersion anormale, puis le système achromatique des prismes et le système à vision directe. Dans le quatrième chapitre nous avons la description du phénoméne de la réflexion et de la réfraction des rayons sur les surfaces sphériques, du système axial des surfaces sphériques réfringentes des lentilles, de la détermination expérimentale des distances focales, de l'aberration chromatique et de l'aberration sphérique des lentilles, des conditions pour obtenir des images exactes et géométriquement semblables, enfin du rôle des diaphragmes. Le cinquième chapitre est consacré à l'oeil; on y parle du schéma de la construction de l'oeil, comme d'un système axial des surfaces sphériques réfringentes, de l'accommodation et du champ de vision, de la vision des couleurs, de la comparaison des sources de la lumière des différentes couleurs. Les instruments optiques constituent l'objet du sixième chapitre; on y trouve la loupe, le microscope, les télescopes (réfracteurs et réflecteurs), les appareils photographiques et les appareils à projection. Le sixième chapitre termine l'optique géométrique. Dans le septième l'auteur discute la périodicité des phénomènes lumineux et l'interférence de la lumière. L'objet de ce chapitre c'est donc le miroir de Fresnel, les perturbations optiques cohérentes, le changement de phase par réflexion, le biprisme de Fresnel, la bilentille de Billet, les lames planes à faces parallèles, les courbes de l'inclinaison constante, les lames à l'épaisseur variable, les courbes de l'épaisseur constante, les anneaux de Newton, les franges de Brewster, le réfractomètre interférentiel de Jamin, la lumière en apparence homogène, l'interférométrie de Pérot et Fabry, la spectroscopie interférentielle, l'interféromètre de Michelson, la mesure de la longueur des ondes lumineuses. Le huitième chapitre est consacré à la question de la diffraction de la lumière; nous y avons donc l'application du principe d'Huygens-Fresnel aux phénomènes lumineux, le phénomène de la diffraction dans les points ne se trouvant pas sur l'axe, la spirale de Cornu, la diffraction par le bord rectiligne, la diffraction dans une fente étroite, la diffraction par les bords d'un écran très étroit, la diffraction par deux fentes parallèles, les franges de Young, l'image lumineuse dans le plan couplé avec la source de la lumière, le ròle des ouvertures ou des écrans circulaires et ouvertures rectangulaires, ensuite le pouvoir séparateur des systèmes optiques, le pouvoir séparateur d'une fente rectangulaire, le pouvoir séparateur d'un prisme, d'un réseau de diffraction, la formation des spectres de diffraction, la mesure de la longueur d'onde, le spectroscope à échelons, les images microscopiques des objets

éclairés. Dans le neuvième chapitre il est question de la polarisation de la lumière, du phénomène des ondes stationnaires, de la liaison entre les phénomènes lumineux et les vibrations electromagnétiques, la théorie electromagnétique de la lumière, la réflexion et la réfraction sur les surfaces conductrices. L'objet du dixième chapitre c'est la propagation de la lumière dans les milieux anisotropes, c'est à dire dans les cristaux uniaxes (l'ellipsoide de Cauchy) et dans les cristaux biaxes, puis la réfraction conique intérieure et extérieure, le pléochroisme, le passage de la lumière par une lame taillée dans un cristal (lame onde et lame demi-onde), les compensateurs (de Bravais et de Babinet), l'analyse des vibrations lumineuses, la polarisation chromatique. Dans le onzième chapitre nous avons la description de la biréfringence produite par déformation, de la biréfringence électrique (le phénomène de Kerr) et de la biréfringence magnétique; à la suite l'auteur s'occupe de la polarisation rotatoire.

La monographie tient compte du développement historique des recherches et contient un vaste matériel détaillé concernant l'analyse mathématique des phénomènes et des variants possibles de la réalisation des expériences et du montage des instruments.

SKOROWIDZ

SPIS NAZWISK

Prace Wydziału III

1. Wiśniewski F. J. La théorie des noyaux
2. Pawłowski L. K. Sur la biologie du Cystobranchus fasciatus (Kollar)
3. Dylik J. Ukształtowanie powierzchni i podział na krainy podłódzkiego obszaru
4. Dylik J. Rozwój osadnictwa w okolicach Łodzi
5. Wiśniewski F. J. La section efficace d'une particule lourde
6. Kołodziejczyk L. The passage of electromagnetic waves through the ionosphere
7. Michalski I. Struktura antropologiczna Polski
8. Pawłowski L. K. Contribution à la systématique des sangsues du genre Erpobdella de Blainville
9. Wiśniewski F. J. Sur une déduction possible des équations invariantes du champ électromagnétique
10. Kołodziejczyk L. On the radio-signal sent out vertically to the ground
11. Dylikowa A. O metodzie badań strukturalnych w morfologii glacjalnej
12. Sandner H. Contribution à la connaissance de la faune parasitaire des Batraciens des environs de Varsovie
13. Klekowski R. Contribution à la connaissance du Crapaud calamite
14. Wiśniewski F. J. Le mouvement de deux particules lourdes qui s'attirent en raison inverse de la 4 puissance de leurs distance
15. Kołodziejczyk L. 1. Stationary waves in ionosphere. 2. Time taken by the radio-signal sent out vertically to the ground
16. Sandner H. Badania nad fauną pijawek
17. Wiśniewski F. J. La masse électromagnétique des particules élementaires
18. Klekowska Z. Badania nad rozrodczością pijawek z rodzaju Erpobdella de Blainville
19. Klekowski R. Studia nad małżoraczkami (Ostracoda) wód śródlądowych słonych i siarczanych
20. Swaryczewski A. Stałe geometryczne i optyczne kryształów $CuCl.3CSN_2H_4$
21. Dobrowolski J. O elektromagnetycznym oznaczaniu soli rtęciowych bez użycia pomocniczego źródła prądu
22. Swaryczewski A. Studia nad strukturą kryształów $AgJO_3$
23. Swaryczewski A. O nowym przyrządzie do sporządzania orientowanych preparatów z kryształów
24. Dylik J. O peryglacjalnym charakterze rzeźby środkowej Polski
25. Kroh J. Mikroultrachemiluminescencja soli sodowej chloryloaminy kwasu benzenosulfonowego (annogenu)
26. Zbrożyna A. Zjawisko utożsamiania bodźca działającego na różnych tłach fizjologicznych u psów
27. Fonberg E. Przewlekła nerwica doświadczalna u psa z dominującymi zaburzeniami ruchowymi
28. Musiatowicz T. Rozchodzenie się ciepła w cieczy w zależności od prędkości i rodzaju przepływu
29. Włodawer P. O trawieniu i metabolizmie wosku u mola woskowego (galleria mellonella)
30. Zawadzki A. Hodoskopowe wyznaczanie przebiegu koherentnych i niekonherentnych cząstek jonizujących.
31. Wojtczak L. Badania nad enzymami mola woskowego (galleria mellonella)

Cena zł 60.–